

தமிழ்நாடு அரசு

எட்டாம் வகுப்பு

கணக்கு

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

தமிழ்நாடு அரசு

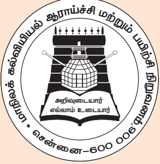
முதல் பதிப்பு - *2019*

திருத்திய பதிப்பு - *2020, 2022*

(புதிய பாடத்திட்டத்தின் கீழ்
வெளியிடப்பட்ட நூல்)

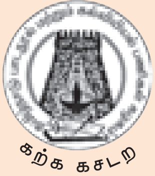
விற்பனைக்கு அன்று

பாடநூல் உருவாக்கமும் தொகுப்பும்



மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி
மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்

நூல் அச்சாக்கம்



தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும்
கல்வியியல் பணிகள் கழகம்

www.textbooksonline.tn.nic.in

உலகில் பல பேசும் மொழிகள் இருந்தாலும், உலகின் ஒரே பொது மொழி கணிதமாகும். இதனை எளிய முறையில் மாணவர்களுக்கு அளிப்பதே இப்பாடநூலின் அடிப்படை நோக்கமாகும்.

கணிதமானது எண்கள், சமன்பாடுகள், அடிப்படைச் செயலிகள் படிநிலைகள் என்பதைவிட புரிதலை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

– வில்லியம் பவுல் தர்ஸ்டன்



அன்றாட வாழ்விலும், இயற்கையிலும் எல்லா இடங்களிலும் கணித அனுபவம் இயற்கையோடு இணைந்தே உள்ளது என்பதை உணர்ந்து கொள்ளுதல்

பொருளடக்கம்



மின் நூல்



மதிப்பீடு

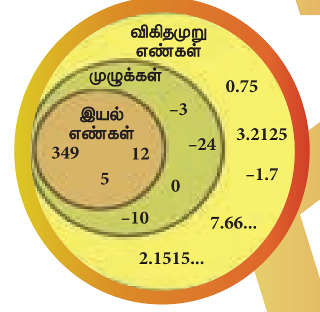




எட்டாம் வகுப்பு

கணக்கு

1 எண்கள்



கற்றல் நோக்கங்கள்

- பின்னங்களிலிருந்து விகிதமுறு எண்களுக்கான நீட்டிப்பின் தேவையைப் புரிந்துகொள்ளுதல், விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டின் மீது குறித்தல் மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே பல விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன என அறிதல்.
- விகிதமுறு எண்களின் மீதான நான்கு அடிப்படை கணிதச் செயல்பாடுகளை கற்று, அவற்றைப் பயன்படுத்தி வார்த்தைக் கணக்குகளைத் தீர்த்தல் மற்றும் அதிகபட்சம் மூன்று அடைப்புக்குறிகள் வரையுள்ள கோவைகளைச் சுருக்குதல்.
- விகிதமுறு எண்களின் மீதான பண்புகளைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- எண்களின் வர்க்கம், வர்க்கமூலம், கனம் மற்றும் கனமூலத்தைக் காணுதல்.
- வர்க்கமூலம் மற்றும் கனமூலத்தின் தோராய மதிப்புகளைக் கணித்தல்.
- எண்களை அடுக்குக் குறியீட்டில் அமைத்தல் மற்றும் முழுக்களைப் படிகளாகக் கொண்ட அடுக்கு விதிகளைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் அமைத்தலும் அறிதலும்.



1.1 அறிமுகம்

நாம் ஏற்கனவே முந்தைய வகுப்புகளில் கற்ற பல விதமான எண்களை நினைவு கூர்வோம். நாம், எண்ண வேண்டும் என விரும்பினால், இயற்கையாகவே 1, 2, 3, 4, 5, என தொடங்கு**வோம்** அல்லவா?

இவையனைத்தும் **எண்ணும் எண்கள்** அல்லது **இயல் எண்கள்** எனப்படும். இவற்றின் தொகுப்பானது $\mathbb{N}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது. இந்த பட்டியலின் இறுதியில் வைக்கப்பட்டுள்ள மூன்று புள்ளிகள், இந்த பட்டியலானது எப்போதும் தொடர்ந்துக் கொண்டே செல்லும் என்பதைக் குறிப்பதாகும்.

இந்த எண்களைக் குறிக்கப்பெற்ற ஒரு கதிரின் மூலமாக இயல் எண்களைக் காணலாம்.



படம் 1.1

நேற்று எனது பணப்பையில் ₹8 ரொக்கமாக இருந்தது என்ற சூழலைக் கருத்தில் கொள்வோம். ஆனால், இன்று பணப்பையானது காலியாக இருக்கலாம். ஆகவே, இப்போது பணப்பையில் எவ்வளவு ரூபாய் உள்ளது? இந்த வெறுமையை எவ்வாறு குறிப்பது? இங்கு தான் பூச்சியத்தின் கருத்தானது வெறுமையின் கருத்தைக் குறிப்பிட உருவானது. பூச்சியத்தின் கருத்தானது தற்போது இயல்பாகவே ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட ஒன்று என்றாலும் கூட, அது முற்காலத்திய மனிதர்களுக்கு சாதாரணமான ஒன்றாக இருக்கவில்லை. பல நூறு ஆண்டுகளுக்குப் பிறகே, மக்கள் அதை உண்மையில் ஒரு எண்ணாக நினைக்கத் தொடங்கினர். இந்திய கணிதவியலாளர்கள் பூச்சியத்திற்கான குறியீட்டை அளித்தவுடன் இந்த இன்னலானது தீர்ந்தது. இந்த இயல் எண்கள் அமைப்பானது பூச்சிய எண்ணை கூடுதலாக சேர்த்தவுடன் முழு எண்கள் ஆகின.

இப்போது முழு எண்களை பின்வருமாறு கற்பனைச் செய்துப் பார்க்கலாம்.



படம் 1.2

முழு எண்களின் அமைப்பானது $\mathbb{W}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

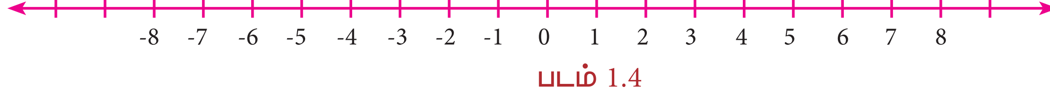
பூச்சியம் கூட எல்லாக் கணக்குகளையும் தீர்க்க போதுமானதாக அமையவில்லை. 6 இலிருந்து 4 ஐ எடுத்தால் என்ன நடக்கும்? எனச் சிந்திக்கவும்.

9 வரையிலான ஓர் எண்கோட்டை வரையவும், அதன் மீது 6 ஐ ஒரு புள்ளியாகக் குறிக்கவும்.



படம் 1.3

4 ஐ கழிக்க, நாம் 6 இலிருந்து இடதுபுறமாக 4 படிகள் செல்ல வேண்டும் என்பது நமக்குத் தெரியும். நாம் 2 ஐ அடைந்து விடையானது 2 எனக் கிடைக்கிறது. ஆனால், இப்போது நாம் 4 இலிருந்து 6 ஐக் கழிக்க வேண்டுமெனில், என்ன ஆகும்? இந்த சூழல் தான் மனிதர்களுக்கு குறை எண்கள் தேவையும்பட்டது (உருவாக்கவும்பட்டது).



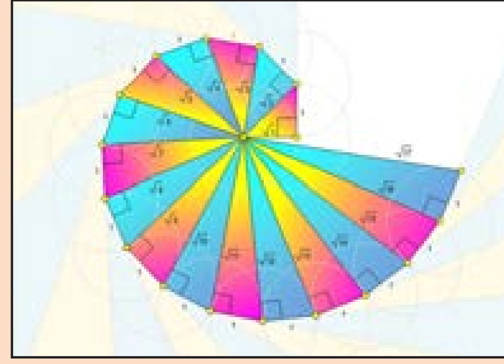
படம் 1.4

ஆனால், ஓர் எண்ணானது எப்படி குறையாக இருக்க முடியும்? எளிது! அவற்றை பூச்சியத்தை விட குறைவானவை என நினைத்துக் கொண்டால் போதும். குறை முழுக்களை முழு எண்களோடு சேர்க்க நமக்கு **முழுக்கள்** பட்டியல் கிடைக்கிறது. முழுக்களானது, பூச்சியம், இயல் எண்கள் மற்றும் இயல் எண்களின் எதிர்மறைகளையும் கொண்டு எதிரெதிர் திசைகளிலும் முடியாமல் நீளும் எண்களின் பட்டியலைக் கொண்டதாகும். முழுக்களின் மொத்த தொகுப்பானது $\mathbb{Z}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் எண்கள்



ஓர் ஆரஞ்சு பழமானது உரிக்கப்பட்டு அதனுள் 8 சுளைகள் காணப்பட்டால், ஒரு சுளையானது $\frac{1}{8}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணைக் குறிக்கும்.



வடிவியலில் உள்ள பிதாகரஸ் தோற்றத்தைப் பயன்படுத்தி சுருள் வடிவில் எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்.

1.2 விகிதமுறு எண்கள்

முழுக்களை உருவாக்கியப் பிறகும், நம்மால் தளர்ந்து விட இயலாது! $10 \div 5$ என்பது எந்தவித ஐயமின்றி எளிதாக 2 என விடையளித்திடும். ஆனால், $8 \div 5$ என்பது எளிதனாதா? **எண்களுக்கிடையே எண்கள்** என்பது தேவைப்படுகிறது. $8 \div 5$ என்பது 1 மற்றும் 2 இக்கு இடையேயுள்ள 1.6 என்ற எண்ணாகக் காணப்படுகிறது. ஆனால் $(-3) \div 4$ என்பது எங்கே உள்ளது? 0 மற்றும் -1 இக்கு இடையில் உள்ளது. எண்கோட்டில் நீங்கள் $\frac{-12}{5}$ ஐ எங்கு காணலாம்? -2 மற்றும்

-3 இக்கு இடையேக் காணலாம். ஆகவே, முழுக்களின் வகுத்தலின் மூலம் உருவாக்கப்படும் ஒரு விகிதமே, **விகிதமுறு எண்** எனப்படும். (பூச்சியத்தால் வகுக்கக் கூடாது என்பதை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும்!)

வழக்கத்தின்படி, ஒரு விகிதமுறு எண்ணானது $\frac{a}{b}$ என்ற பின்ன வடிவ எண்ணாகும். இங்கு a மற்றும் b ஆகியன முழுக்கள் ஆகும். மேலும் $b \neq 0$. அனைத்து விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பானது $\mathbb{Q}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது. குறையற்ற விகிதமுறு எண்களை பின்னங்களாகக் கருதலாம். அவற்றை தசமங்களாகவும் சதவீதங்களாகவும் எழுதலாம்.

விகிதமுறு எண்கள் மீதான செயல்பாடுகளுக்கு பின்ன செயல்பாடுகளின் அடிப்படை அறிவானது அவசியம் ஆகிறது என்பதனால், பின்னங்கள் சார்ந்த சில அடிப்படைக் கருத்துக்களை ஒரு பயிற்சியின் மூலம் நாம் நினைவு கூர்வோம்.

நினைவு கூர்தல்

1. $\frac{125}{200}$ இன் எளிய வடிவம் ____________ ஆகும்.
2. பின்வருவனவற்றுள் எது $\frac{8}{12}$ இன் சமான பின்னம் அல்ல?

   (அ) $\frac{2}{3}$ (ஆ) $\frac{16}{24}$ (இ) $\frac{32}{60}$ (ஈ) $\frac{24}{36}$
3. எது பெரியது: $\frac{4}{5}$ அல்லது $\frac{8}{9}$?
4. பின்னங்களைக் கூட்டவும்: $\frac{3}{5}+\frac{5}{8}+\frac{7}{10}$
5. சுருக்கவும் : $\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{4}\right)$
6. பெருக்கவும்: $2\frac{3}{5}$ மற்றும் $1\frac{4}{7}$
7. $\frac{7}{36}$ ஐ $\frac{35}{81}$ ஆல் வகுக்கவும்.
8. கட்டங்களில் நிரப்புக : $\frac{\square}{66} = \frac{70}{\square} = \frac{28}{44} = \frac{\square}{121} = \frac{7}{\square}$
9. ஒரு நகரத்தில் உள்ள மொத்த மக்கள் தொகையில் $\frac{7}{20}$ பங்கு பெண்கள் மற்றும் $\frac{1}{4}$ பங்கு குழந்தைகள் எனில், மொத்த மக்கள் தொகையில் ஆண்களின் பங்கு (பின்னம்) என்ன?
10. $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$ என்பதை படத்தின் மூலம் குறிக்கவும்.



இவற்றை முயல்க

1. -7 என்ற எண் ஆனது விகிதமுறு எண்ணா? ஏன்?
2. 0 மற்றும் 1 இக்கு இடையில் ஏதேனும் 6 விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.

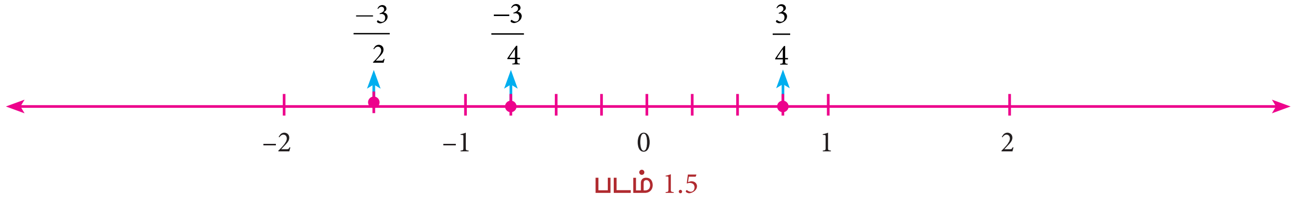


குறிப்பு

கணிதத்தில் இரு வெவ்வேறு பொருள்களின் அளவுகளின் ஒப்பீட்டினை **விகிதம்** என்று கூறுகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு வகுப்பில் 20 மாணவர்களுக்கு 1 ஆசிரியர் வீதம் என இருந்தால், ஆசிரியர் மாணவர் விகிதத்தை 1:20 என எழுதலாம். விகிதங்களைப் பெரும்பாலும் பின்னங்களாக எழுதுகிறோம். ஆகவே 1:20 என்பது $\frac{1}{20}$ என எழுதலாம். இந்தக் காரணத்தினாலேயே, பின்ன வடிவில் உள்ள எண்கள் விகிதமுறு எண்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

1.2.1 ஓர் எண்கோட்டின் மீது விகிதமுறு எண்கள்

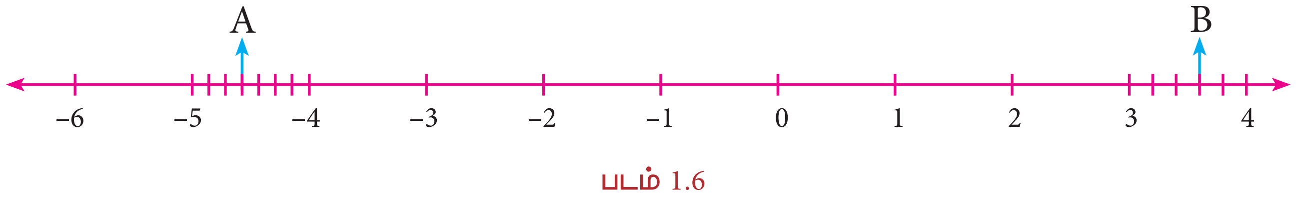
ஓர் எண்கோட்டின் மீது விகிதமுறு எண்களைக் காண்பது என்பது ஒரு முக்கியமான செயல்திறன் ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{-3}{4}$ என்ற எண்ணை, எண்கோட்டின் மீது குறிக்கவேண்டும் எனில், $\frac{-3}{4}$ ஆனது குறை எண் என்பதால், அதனை 0 இக்கு இடதுபுறமாக 0 மற்றும் -1 இக்கு இடையில் குறிக்கவேண்டும். 1 மற்றும் -1 ஆகிய முழுக்கள் 0 இலிருந்து சம தொலைவில் இருக்கின்றன என்பது நமக்கு தெரியும். இவ்வாறே $2, -2$ மற்றும் $3, -3$ ஆகியவை 0 இலிருந்து சம தொலைவில் இருக்கின்றன. இந்த கருத்தானது விகிதமுறு எண்களுக்கும் பொருந்தும். இப்போது, பூச்சியத்திற்கு வலதுபுறமாக, 0 மற்றும் 1 இக்கு இடையில் 4 இல் 3 பகுதியை $\frac{3}{4}$ என நாம் குறிப்பது போன்று, பூச்சியத்திற்கு இடதுபுறமாக, 0 மற்றும் -1 இக்கு இடையில் 4 இல் 3 பகுதியை $\frac{-3}{4}$ எனக் கீழே காட்டியுள்ளவாறு நாம் குறிப்போம்.



படம் 1.5

இதேபோல், $\frac{-3}{2} = -1\frac{1}{2}$ என்பதால் $\frac{-3}{2}$ ஆனது -1 மற்றும் -2 இக்கு இடையில் உள்ளது என்பதை எளிதாகக் காண இயலும்.

இப்போது, பின்வரும் எண்கோட்டின் மீது A மற்றும் B ஆகிய எழுத்துக்கள் எந்த விகிதமுறு எண்களைக் குறிப்பிடுகின்றன?



படம் 1.6

இப்போது உங்களால் மேலே காட்டியுள்ளவாறு எண்கோட்டின் மீது A மற்றும் B ஆல் குறிக்கப்பட்டுள்ள விகிதமுறு எண்களை எளிதாகக் கூற முடிகிறது அல்லவா?

இங்கு, A ஆனது $-4\frac{4}{7}\left(\frac{-32}{7}\right)$ என்ற விகிதமுறு எண்ணையும், B ஆனது $3\frac{3}{5}\left(\frac{18}{5}\right)$ என்ற விகிதமுறு எண்ணையும் குறிக்கின்றன.

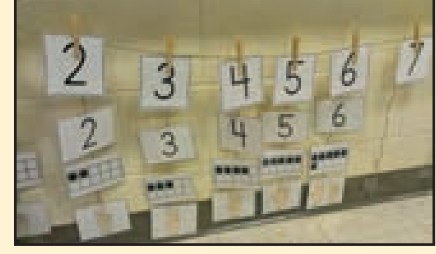
1.2.2 விகிதமுறு எண்ணை தசம எண்ணாக எழுதுதல்

ஒரு விகிதமுறு எண்ணை வழக்கமான பின்ன வடிவத்தைக் காட்டிலும் அழகாக தசம வடிவத்தில் குறிக்கலாம். கொடுக்கப்பட்ட, $\frac{a}{b}(b \neq 0)$ வடிவத்தில் உள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணில், தொகுதி a ஐ பகுதி b ஆல் சாதாரணமாக வகுக்க அந்த எண்ணை முடிவுறு அல்லது முடிவுறா, தொடரும் தசம எண்ணாக வெளிப்படுத்தலாம் என்பதை நாம் காணலாம்.



செயல்பாடு

ஒரு கயிற்றினை எண்கோடாகப் பயன்படுத்தி, வகுப்பறையின் நீளம் முழுக்க அதனை சுவரில் கட்டவும். கயிற்றில் போதுமான இடம் விட்டு முழுக்களைப் பொருத்தவும். பிறகு, மாணவர்களிடம் ஒரு பெட்டியில் உள்ள விகிதமுறு எண் அட்டைகளை எடுக்கச் சொல்லி அவற்றை தோராயமாக சரியான இடத்தில் கயிற்றில் பொருத்த சொல்ல வேண்டும். இந்த விளையாட்டை குழுக்களாக விளையாடச் செய்யலாம். எந்தக் குழு அதிக அட்டைகளை சரியாக கயிற்றின் மீது பொருத்துகிறதோ அந்தக் குழு வெற்றி பெற்றதாகும்.



எடுத்துக்காட்டு 1.1

பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை தசம எண்களாக எழுதுக.

(i) $\frac{1}{4}$ (ii) $1\frac{3}{20}$ (iii) $-5\frac{4}{5}$ (iv) 3 (v) $\frac{1}{3}$

தீர்வு:

(i) $\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=0.25$ (ii) $1\frac{3}{20}=\frac{23}{20}=\frac{115}{100}=1.15$ (iii) $-5\frac{4}{5}=\frac{-29}{5}=\frac{-58}{10}=-5.8$

(iv) $3=\frac{3}{1}=\frac{30}{10}=3.0$ (v) $\frac{1}{3}=0.3333...$ (சரியாக வகுத்துக் கிடைப்பது. மேலும் இது தொடரும் முடிவுறா தசம எண்ணாகும்)



குறிப்பு

❖ மேற்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் ஒரு விகிதமுறு எண்ணை எவ்வாறு தசம வடிவத்தில் எழுதலாம் என்பதைக் காட்டுகின்றன. இதன் எதிர்மறைச் செயல்முறையான தசம வடிவிலிருந்து பின்ன வடிவத்திற்கு மாற்றுதல் குறித்து உயர் வகுப்புகளில் பார்க்கலாம்.

❖ $\pi = 3.14159265358979323846264 3.....$

$\sqrt{2} = 1.41421356237309504880168.......$

போன்று முடிவுறா மற்றும் மீண்டும் தொடராத தசம எண்களும் உண்டு. இவை விகிதமுறு எண்கள் அல்ல. இவற்றைப் பற்றி கூடுதலாக உயர் வகுப்புகளில் நாம் படிக்கலாம்.



இவற்றை முயல்க

பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை தசம எண்களாக எழுதுக.

1. $\frac{4}{5}$ 2. $\frac{6}{25}$ 3. $\frac{486}{1000}$ 4. $\frac{1}{9}$ 5. $3\frac{1}{4}$ 6. $-2\frac{3}{5}$

1.2.3 மிகை மற்றும் குறை விகிதமுறு எண்கள்

விகிதமுறு எண்களை மிகை மற்றும் குறை விகிதமுறு எண்கள் என வகைப்படுத்தலாம்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் குறிக்கும் பின்னத்தின் தொகுதி மற்றும் பகுதி ஆகிய இரண்டும் ஒரே குறியில் இருந்தால், அந்த விகிதமுறு எண்ணானது **மிகை** ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{3}{4}, \frac{-11}{-6}$ ஆகியன மிகை விகிதமுறு எண்கள் ஆகும்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் குறிக்கும் பின்னத்தின் தொகுதி அல்லது பகுதி ஆகிய ஏதேனும் ஒன்று மட்டும் குறையாக இருந்தால், அந்த விகிதமுறு எண்ணானது குறை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{-3}{4}, \frac{11}{-6}$ ஆகியன குறை விகிதமுறு எண்கள் ஆகும்.



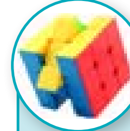
குறிப்பு

- 0 ஆனது மிகையும் அல்லாத குறையும் அல்லாத ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.
- $\frac{-11}{6} = \frac{11}{-6} = -\frac{11}{6}$ என்பதை நினைவில் கொள்க.

1.2.4 சமான விகிதமுறு எண்கள்

ஒரு பின்னம் கொடுக்கப்பட்டால் சமான பின்னங்களை எவ்வாறு காண்பது என்பது பற்றி நமக்குத் தெரியும். ஒரு விகிதமுறு எண்ணை பின்னமாகக் குறிக்கலாம் என்பதால், நாம் சமான விகிதமுறு எண்களை சமான பின்னங்கள் மூலமாகவே முழுவதுமாக கிடைப்பதைப் பற்றிச் சிந்திக்கலாம்.

பின்ன வடிவிலுள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம். அதன் தொகுதியையும் பகுதியையும் ஒரே பூச்சியமற்ற முழுவால் ($\mathbb{Z}$) பெருக்கினால் ஒரு சமான விகிதமுறு எண்ணைப் பெறலாம்.



இவற்றை முயல்க

1. $\frac{7}{3} = \frac{?}{9} = \frac{49}{?} = \frac{-21}{?}$
2. $\frac{-2}{5} = \frac{?}{10} = \frac{6}{?} = \frac{-8}{?}$

எடுத்துக்காட்டாக,

$-\frac{2}{3}$ ஆனது $\frac{-6}{9}$ இக்கு சமான விகிதமுறு எண்ணாகும். ஏனெனில், $\frac{-2}{3} = \frac{-2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{-6}{9}$

$-\frac{2}{3}$ ஆனது $\frac{10}{-15}$ இக்கு சமான விகிதமுறு எண்ணாகும். ஏனெனில், $\frac{2}{-3} = \frac{2 \times 5}{-3 \times 5} = \frac{10}{-15}$

ஆகவே, $-\frac{2}{3} = \frac{-6}{9} = \frac{10}{-15}$.

1.2.5 விகிதமுறு எண்களின் திட்ட வடிவம்

பின்வரும் விகிதமுறு எண்களைக் கவனிக்கவும் $\frac{4}{5}, \frac{-3}{7}, \frac{1}{6}, \frac{-4}{13}, \frac{-50}{51}$. இங்கு,

i) இந்த விகிதமுறு எண்களின் பகுதி எண்கள் மிகை முழுக்களாக உள்ளன

ii) தொகுதி மற்றும் பகுதி எண்களின் ஒரே பொதுக் காரணியாக 1 மட்டும் உள்ளது மற்றும்

iii) தொகுதியில் மட்டுமே குறை குறியானது உள்ளது.

என்பதை நாம் காண்கிறோம். இவ்வாறான விகிதமுறு எண்களே, திட்ட வடிவில் உள்ளதாக கூறப்படுகின்றன.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணில் உள்ள பகுதியானது ஒரு மிகை முழுவாகவும் ($\mathbb{Z}$), தொகுதி மற்றும் பகுதி எண்களுக்கு 1 ஐத் தவிர வேறேதும் பொதுக் காரணி இல்லாமல் இருந்தாலும், அது **திட்ட வடிவில்** உள்ளது எனப்படும்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணானது திட்ட வடிவில் இல்லை எனில், அதனைச் சுருக்கி திட்ட வடிவில் கொண்டு வர இயலும்.



பூச்சியத்தால் வகுப்பதைத் தவிர்த்து, விகிதமுறு எண்கள் அனைத்தும் விகிதங்களில் அமைவதால், அதன் தொகுப்பானது $\mathbb{Q}$ (Quotient–விகிதம்) என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. தசம எண்களையும் விகித வடிவில் எழுதலாம் என்பதால், அவ்வெண்களும் விகிதமுறு எண்களாகும்.

நிலையான வைப்பு வட்டி விகிதம் 2020

வங்கி		
பொதுப் பிரிவினர்	குறைந்தபட்ச வட்டி	4.2%
	அதிகபட்ச வட்டி	6.5%
மூத்த குடிமக்கள்	குறைந்தபட்ச வட்டி	4.7%
	அதிகபட்ச வட்டி	7%

எடுத்துக்காட்டு 1.2

திட்டவடிவில் எழுதுக. (i) $\dfrac{48}{-84}$ (ii) $\dfrac{-18}{-42}$

தீர்வு:

(i) **முறை 1:**

$$\frac{48}{-84}=\frac{48\div(-2)}{-84\div(-2)}=\frac{-24\div 2}{42\div 2}=\frac{-12\div 3}{21\div 3}=\frac{-4}{7}$$

(-2, 2 மற்றும் 3 ஆல் தொடர்ச்சியாக வகுக்கக் கிடைப்பது)

முறை 2:

48 மற்றும் 84 இன் மீ.பொ.வ 12 ஆகும் (கண்டுபிடிக்கவும்!). ஆகவே, –12 ஆல் வகுத்தால் நாம் இதன் திட்டவடிவத்தைப் பெறலாம்.

$$=\frac{48\div(-12)}{-84\div(-12)}=\frac{-4}{7}$$

(ii) **முறை 1:**

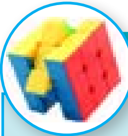
$$\frac{-18}{-42}=\frac{-18\div(-2)}{-42\div(-2)}=\frac{9\div 3}{21\div 3}=\frac{3}{7}$$

(–2 மற்றும் 3 ஆல் தொடர்ச்சியாக வகுத்தல்)

முறை 2:

18 மற்றும் 42 இன் மீ.பொ.வ 6 ஆகும் (கண்டுபிடிக்கவும்!). ஆகவே, 6 ஆல் வகுத்தால் நாம் இதன் திட்டவடிவத்தைப் பெறலாம்.

$$\frac{-18}{-42}=\frac{-18\times(-1)}{-42\times(-1)}=\frac{18}{42}=\frac{18\div 6}{42\div 6}=\frac{3}{7}$$



இவற்றை முயல்க

1. பின்வரும் சோடிகளில், எவை சமான விகிதமுறு எண் சோடிகளாகும்?
   (i) $\dfrac{-6}{4},\dfrac{18}{-12}$ (ii) $\dfrac{-4}{-20},\dfrac{1}{-5}$ (iii) $\dfrac{-12}{-17},\dfrac{60}{85}$
2. திட்ட வடிவம் காண்க.
   (i) $\dfrac{36}{-96}$ (ii) $\dfrac{-56}{-72}$ (iii) $\dfrac{27}{18}$
3. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை ஓர் எண்கோட்டின் மீது குறிக்கவும்.
   (i) $\dfrac{-2}{3}$ (ii) $\dfrac{-8}{-5}$ (iii) $\dfrac{5}{-4}$

1.2.6 விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

பின்வரும் குறிப்புகளை நினைவில் கொள்வது உதவியாக அமையும்:

- ஒவ்வொரு மிகை எண்ணும் பூச்சியத்தை விடப் பெரியதாகும்.
- ஒவ்வொரு குறை எண்ணும் பூச்சியத்தை விடச் சிறியதாகும்.

- ஒவ்வொரு மிகை எண்ணும் ஒவ்வொரு குறை எண்ணை விடப் பெரியதாகும்.
- ஓர் எண்கோட்டின் மீதுள்ள ஓர் எண்ணின் வலதுபுறமாக அமையும் ஒவ்வோர் எண்ணும் அந்த எண்ணைவிடப் பெரியதாகும்.

இரு முழுக்களோ அல்லது பின்னங்களோ கொடுக்கப்பட்டால், நமக்கு அவற்றை எவ்வாறு ஒப்பீடு செய்து அவற்றுள் எது பெரியது அல்லது சிறியது எனக் கூற இயலும். இப்போது, அவ்வாறே நாம் ஒரு சோடி விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுவோம்.

வகை 1: எதிரெதிர் குறிகளைக் கொண்ட இரு விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

எடுத்துக்காட்டு 1.3

$\frac{5}{17}$ மற்றும் $\frac{-10}{19}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடுக.

தீர்வு:

ஒவ்வொரு மிகை எண்ணும் குறை எண்ணை விட பெரியது என்பதால், நாம் $\frac{5}{17} > \frac{-10}{19}$ என நாம் முடிவு செய்கிறோம்.

வகை 2: ஒரே பகுதிகளைக் கொண்ட இரு விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

எடுத்துக்காட்டு 1.4

$\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{4}{3}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடுக.

தீர்வு:

பகுதி எண்கள் சமமாக இருப்பதால், தொகுதிகளை மட்டும் ஒப்பீடு செய்தல் போதுமானதாகும். $1 < 4$ என்பதால், $\frac{1}{3} < \frac{4}{3}$ என நாம் முடிவு செய்கிறோம்.

வகை 3: வெவ்வேறு பகுதிகளைக் கொண்ட இரு விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

எடுத்துக்காட்டு 1.5

$\frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{5}{6}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடுக.

தீர்வு:

பகுதிகளின் மீ.சி.ம 12 ஆகும். (கண்டுபிடிக்கவும்!) ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் 12 ஐ பகுதியாகக் கொண்ட ஒரு சமான விகிதமுறு எண்ணைக் கண்டறிக. நாம் பெறுவது $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ மற்றும் $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ ஆகும். இப்போது, இவை ஓரின பின்னங்கள் ஆகும்.

இங்கு, $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$. ஆகவே, நாம் $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$ என முடிவு செய்கிறோம்.

வகை 4: திட்ட வடிவில் இல்லாத இரு விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

எடுத்துக்காட்டு 1.6

$\frac{9}{-4}$ மற்றும் $\frac{-2}{3}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடுக.

தீர்வு:

$\frac{9}{-4}$ என்ற எண்ணானது திட்ட வடிவில் இல்லை. முதலில் அதை திட்ட வடிவில் எழுத வேண்டும்.

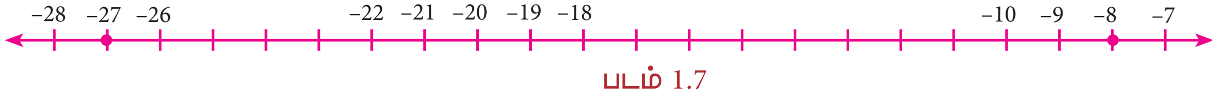
$\frac{9}{-4} = \frac{9}{-4} \times \frac{-1}{-1}$ (மிகை பகுதியைப் பெற) $= \frac{-9}{4}$

இப்போது நாம் $\frac{9}{-4}$ மற்றும் $\frac{-2}{3}$ ஐ ஒப்பிடலாம். இவை இரண்டும் வேற்றின பின்னங்கள் என நாம் காண்கிறோம். அவற்றை ஓரின பின்னங்களாக மாற்ற நாம் அவற்றின் மீ.சி.ம ஆன 12 ஐ பயன்படுத்தலாம்.

இப்போது நாம் அவற்றின் சமான பின்னங்கள் $\frac{-9}{4} = \frac{-27}{12}$ மற்றும் $\frac{-2}{3} = \frac{-8}{12}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடலாம் (எவ்வாறு?)

நாம் பகுதிகள் சமமாக உள்ளதை பார்க்கிறோம். ஆகவே, தொகுதிகளான -27 மற்றும் -8 ஐ மட்டும் ஒப்பிடுவது போதுமானதாகும்.

எண்கோட்டின் மீது அந்த எண்களைக் குறித்துப் பார்த்தால், நாம் பார்ப்பது



படம் 1.7

-8 ஆனது -27 இன் வலதுபுறமாக உள்ளது. ஆகவே, $(-8) > (-27)$ ஆகும். இதனால் கிடைக்கும் முடிவானது $\frac{-8}{12} > \frac{-27}{12}$ ஆகும். ஆகவே, $\frac{-2}{3} > \frac{9}{-4}$ என நாம் முடிவு செய்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.7

பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை ஏறு வரிசை மற்றும் இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

$$\frac{-3}{5}, \frac{7}{-10}, \frac{-15}{20}, \frac{14}{-30}, \frac{-8}{15}$$

தீர்வு:

முதலில் பகுதிகளை மிகை எண்களாக மாற்றி $\frac{-3}{5}, \frac{-7}{10}, \frac{-15}{20}, \frac{-14}{30}, \frac{-8}{15}$ என திட்ட வடிவில் எழுதவும். இங்கு, 5,10,15,20 மற்றும் 30 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம 60 ஆகும் (கண்டுபிடிக்கவும்!). கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களை 60 ஐப் பகுதியாகக் கொண்ட சமான பின்னங்களாக மாற்றவும்.

$\frac{-3}{5}$	$\frac{-7}{10}$	$\frac{-15}{20}$	$\frac{-14}{30}$	$\frac{-8}{15}$
$= \frac{-3}{5} \times \frac{12}{12}$	$= \frac{-7}{10} \times \frac{6}{6}$	$= \frac{-15}{20} \times \frac{3}{3}$	$= \frac{-14}{30} \times \frac{2}{2}$	$= \frac{-8}{15} \times \frac{4}{4}$
$= \frac{-36}{60}$	$= \frac{-42}{60}$	$= \frac{-45}{60}$	$= \frac{-28}{60}$	$= \frac{-32}{60}$

இப்போது $-36, -42, -45, -28$ மற்றும் -32 ஆகிய தொகுதி எண்களை மட்டும் ஒப்பிட,

$-45 < -42 < -36 < -32 < -28$ என நாம் காண்கிறோம்.

ஆகவே, $\frac{-45}{60} < \frac{-42}{60} < \frac{-36}{60} < \frac{-32}{60} < \frac{-28}{60}$ அதாவது, $\frac{-15}{20} < \frac{7}{-10} < \frac{-3}{5} < \frac{-8}{15} < \frac{14}{-30}$. எனவே,

ஏறுவரிசையானது $\frac{-15}{20}, \frac{7}{-10}, \frac{-3}{5}, \frac{-8}{15}$ மற்றும் $\frac{14}{-30}$ ஆகும். மேலும், அதன் பின்னோக்கு வரிசையான இறங்கு வரிசையானது $\frac{14}{-30}, \frac{-8}{15}, \frac{-3}{5}, \frac{7}{-10}$ மற்றும் $\frac{-15}{20}$ ஆகும்.

1.2.7 கொடுக்கப்பட்ட இரு எண்களுக்கிடையே விகிதமுறு எண்களைக் காணுதல்

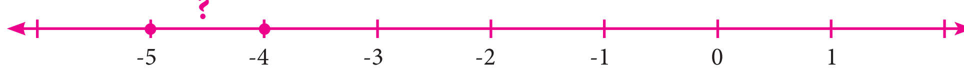
4 மற்றும் 10 ஆகிய முழுக்களை எடுத்துக் கொள்வோம். அவற்றிற்கிடையே நாம் 5,6,7,8 மற்றும் 9 என ஐந்து முழுக்களை இடம் குறிக்கலாம் அல்லவா?



படம் 1.8

3 இக்கும் –2 இக்கும் இடையே எத்தனை முழுக்களை உங்களால் காண முடியும்? அவற்றைப் பட்டியலிடவும்.

–5 மற்றும் –4 இக்கு இடையே முழுக்கள் ஏதேனும் உள்ளனவா? இல்லை என்பதே பதிலாகும்.

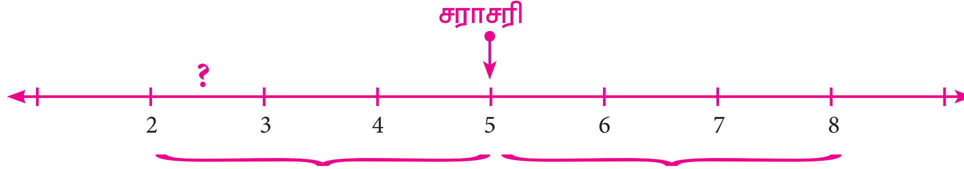


படம் 1.9

இதன் மூலம் கொடுக்கப்பட்ட இரு முழுக்கள் இடையே முழுக்களின் தேர்வானது வரையறுக்கப்பட்டதாகும் என்பது தெளிவாகிறது. அவை முடிவுடைய எண்ணிக்கையிலோ அல்லது அவற்றிற்கிடையே ஏதும் இல்லாமலோ இருக்கலாம். முழுக்களுக்குப் பதிலாக நாம் விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக் கொண்டால் என்ன ஆகும்? என்பதைப் பற்றி நாம் சிந்திக்கலாம். இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே பலவிகிதுமுறுஎண்கள்உள்ளனஎன்பதனைக்நாம்காணஇருக்கிறோம்.இருவிகிதமுறுஎண்களுக்கிடையே பல விகிதுமுறு எண்களைக் காண குறைந்தது இரு வழிமுறைகள் உள்ளன.

சராசரிகள் முறை:

இரு எண்களின் சராசரியானது எப்போதும் அந்த இரு எண்களின் நடுவில் அமையும் என்பது நமக்குத் தெரியும். எடுத்துக்காட்டாக, 2 மற்றும் 8 இன் சராசரியானது $\frac{2+8}{2}=5$ ஆகும். பின்வரும் எண்கோட்டில் காட்டியுள்ளவாறு இந்த 5 ஆனது 2 மற்றும் 8 இன் நடுவில் உள்ளது.



படம் 1.10

இந்த கருத்தை, இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே கூடுதலான விகிதமுறு எண்களைக் காண நாம் பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.8

$\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{5}{9}$ ஆகியவற்றிற்கு இடையே ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் காண்க.

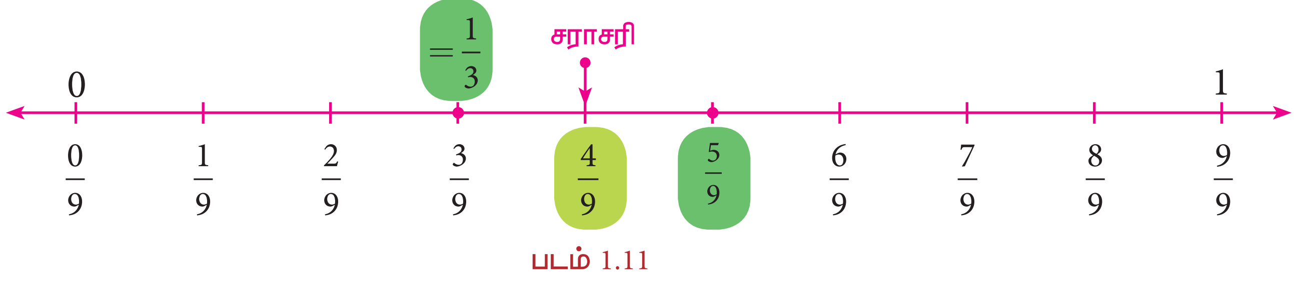
தீர்வு:

$\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{5}{9}$ இன் சராசரி $=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{9}\right)$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{3}+\frac{5}{9}\right) \text{ (ஏன்?)}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{9}+\frac{5}{9}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{8}{9}=\frac{4}{9}$$



படம் 1.11

$\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{5}{9}$ இக்கு இடையே நாம் கண்ட ஒரு விகிதமுறு எண்ணானது $\frac{4}{9}$ ஆகும். இதுபோன்று மேலும் பல எண்களை $\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{5}{9}$ இக்கு இடையே நம்மால் காண இயலும். இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே எண்ணிலடங்கா விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன என்பது இதன் மூலம் தெளிவாகிறது. கணிதரீதியாக, கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே, முடிவில்லாத எண்ணிக்கையிலான விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன என நாம் கூறுகிறோம்.

சிந்திக்க

$\frac{-7}{11}$ இக்கும் $\frac{6}{-11}$ இக்கும் இடையே ஏதேனும் விகிதமுறு எண்கள் உள்ளனவா?

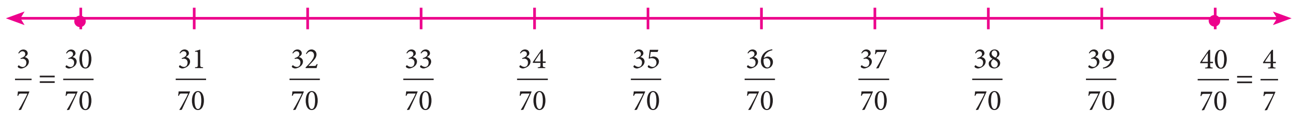
சமான விகிதமுறு எண்கள் முறை:

கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே கூடுதலான விகிதமுறு எண்களைப் பெற நாம் சமான பின்னங்களின் கருத்தைப் பயன்படுத்தலாம். இது பின்வரும் விளக்கத்தில் தெளிவாக விவரிக்கப்பட்டுள்ளது.

விளக்கம்:

இப்போது நாம் $\frac{3}{7}$ மற்றும் $\frac{4}{7}$ இக்கு இடையில் கூடுதலான விகிதமுறு எண்களைப் பின்வரும் பட விளக்கத்தின் மூலம் காண முயற்சிக்கலாம். நாம் சமான விகிதமுறு எண்களின் பகுதியின் மடங்குகளைப் பெற்றால் (10 ஆல் பெருக்குவது என்பது எளிதான் ஒன்றாகும்) நம்மால் தேவையான அளவிற்கு பல விகிதமுறு எண்களைச் செருக இயலும்.

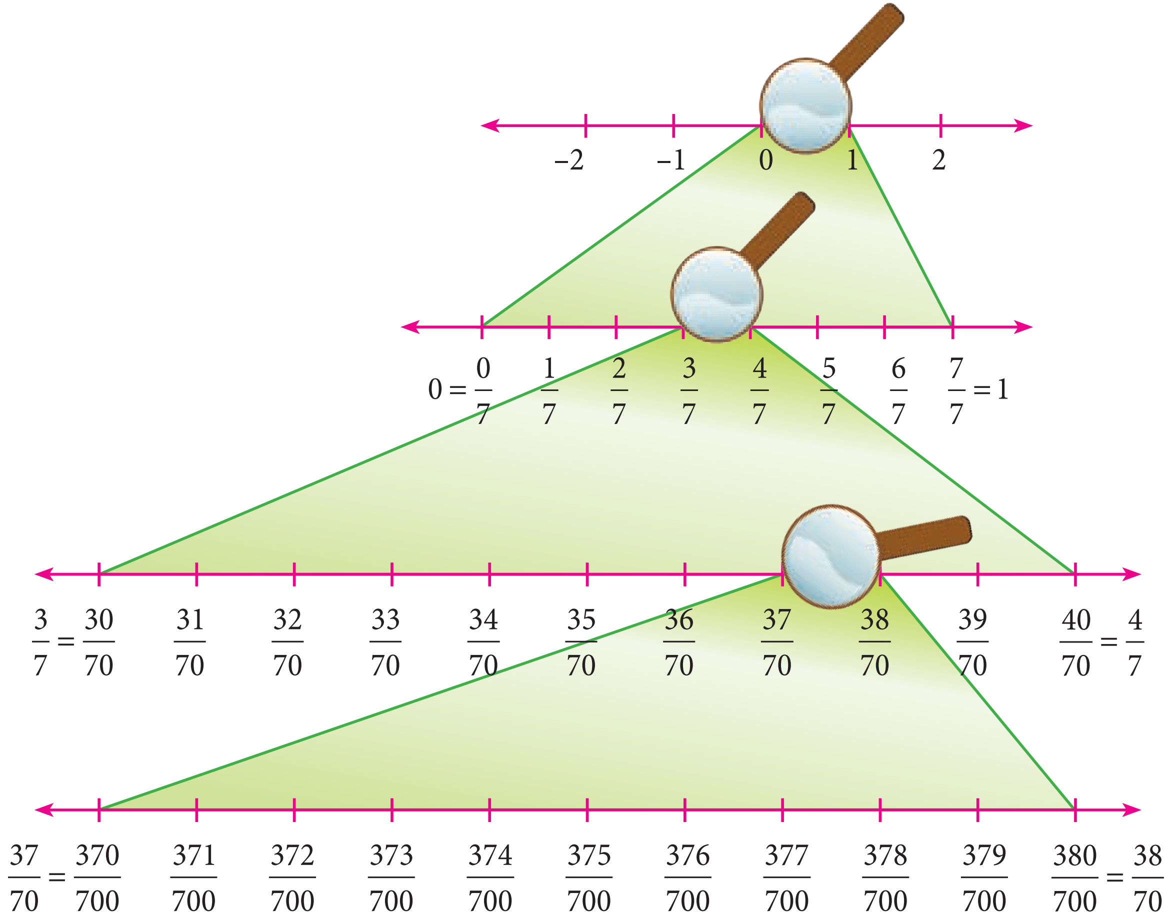
இங்கு நாம் $\frac{3}{7}$ ஐ $\frac{30}{70}$ எனவும் $\frac{4}{7}$ ஐ $\frac{40}{70}$ எனவும் எழுதலாம். இங்கு $\frac{3}{7}$ மற்றும் $\frac{4}{7}$ இக்கு இடையில் 9 விகிதமுறு எண்கள் இருப்பதைப் பின்வரும் எண்கோட்டில் காண்கிறோம்.



படம் 1.13

மேலும், நமக்கு $\frac{37}{70}$ மற்றும் $\frac{38}{70}$ இக்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்களை காண வேண்டும் எனில், $\frac{37}{70}$ ஐ $\frac{370}{700}$ எனவும் $\frac{38}{70}$ ஐ $\frac{380}{700}$ எனவும் எழுதினால், அப்போதும் அவற்றிற்கிடையில் $\frac{371}{700}, \frac{372}{700}, \frac{373}{700}, \frac{374}{700}, \frac{375}{700}, \frac{376}{700}, \frac{377}{700}, \frac{378}{700}$ மற்றும் $\frac{379}{700}$ என 9 விகிதமுறு எண்களை நாம் பெறலாம்.

பின்வரும் படமானது, ஒரு உருப்பெருக்கி கண்ணாடியின் மூலம், 0 மற்றும் 1 இக்கு இடையிலுள்ள பின்னப்பகுதிகளைப் பெரிதாக்கிப் பார்த்து, அவற்றிற்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்களைக் காண முடியும் என்பதைத் தெளிவாகப் புரிந்து கொள்ள உதவுகிறது.



படம் 1.14

ஆகவே, இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே எண்ணிலடங்கா விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன என்பது இதன் மூலம் தெளிவாகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 1.9

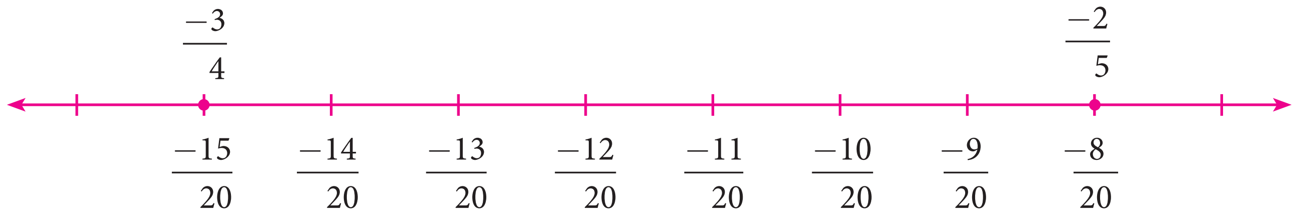
$\frac{-3}{4}$ மற்றும் $\frac{-2}{5}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே குறைந்தது இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் பகுதிகள் வெவ்வேறானவை. 4 மற்றும் 5 இன் மீ.சி.ம 20 ஆகும். இவற்றை 20 ஐ பகுதியாக கொண்ட விகிதமுறு எண்களாக மாற்றவும். இங்கு,

$\frac{-3}{4} = \frac{-3}{4} \times \frac{5}{5} = \frac{-15}{20}$ மற்றும் $\frac{-2}{5} = \frac{-2}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{-8}{20}$ ஆகும்.

இப்போது, $\frac{-15}{20}$ மற்றும் $\frac{-8}{20}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே விகிதமுறு எண்களைக் கண்டு செருகுவது என்பது கீழே காட்டியுள்ளவாறு எளிதாகும்.



படம் 1.12

நம்மால் $\frac{-15}{20}$ மற்றும் $\frac{-8}{20}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே $\frac{-9}{20}, \frac{-10}{20}, \frac{-11}{20}, \frac{-12}{20}, \frac{-13}{20}$ மற்றும் $\frac{-14}{20}$ என ஒரு சில விகிதமுறு எண்களை பட்டியலிட முடியும்.

$\frac{-15}{20}$ மற்றும் $\frac{-8}{20}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே இந்த விகிதமுறு எண்கள் மட்டுமே உள்ளனவா? சிந்திக்கவும்! முடிந்தால் அவற்றிற்கிடையே மேலும் 10 விகிதமுறு எண்களைக் காண முயற்சிக்கவும்!



குறிப்பு

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு, $\frac{-7}{11}$ மற்றும் $\frac{5}{-9}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்களை நாம் விரைவாகக் காணலாம்:

திட்ட வடிவ விகிதமுறு எண்களின் வீச்சினை, பகுதிகளைத் தொகுதிகளோடு குறுக்குப் பெருக்கல் செய்து காணலாம். $\frac{-7}{11} \times \frac{-5}{9}$ ஆனது, குறுக்குப் பெருக்கலில் பகுதியானது 99 ஆக இருக்கும்படியும் வீச்சானது –63 முதல் –55 வரையிலும் கொடுக்கும். இது, கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் பகுதியானது 99 ஆக இருக்கும்படி சமான விகிதமுறு எண்களை அமைப்பதாகுமே தவிர வேறொன்றுமில்லை!

பயிற்சி 1.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) $\frac{-19}{5}$ ஆனது ________ மற்றும் ________ என்ற முழுக்களுக்கிடையே இருக்கும்.

   (ii) $\frac{15}{-4}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் தசம வடிவம் ________ ஆகும்.

   (iii) $\frac{-8}{3}$ மற்றும் $\frac{8}{3}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்கள் ________ இலிருந்து சம தொலைவில் இருக்கும்.

   (iv) $\frac{-15}{24}, \frac{20}{-32}, \frac{-25}{40}$ என்ற வரிசையின் அடுத்த விகிதமுறு எண் ________ ஆகும்.

   (v) $\frac{58}{-78}$ இன் திட்ட வடிவம் ________ ஆகும்.

2. **சரியா, தவறா எனக் கூறுக:**

   (i) 0 ஆனது மிகச்சிறிய விகிதமுறு எண் ஆகும்.

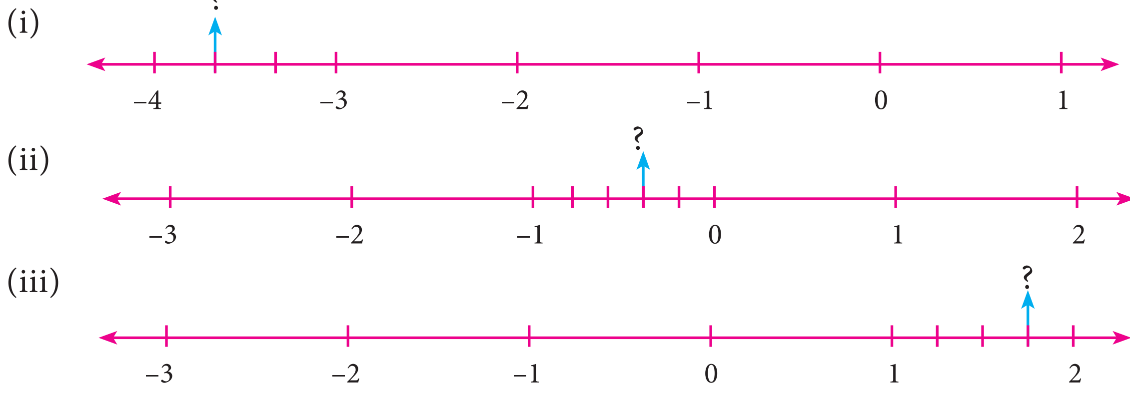
   (ii) $\frac{-4}{5}$ ஆனது $\frac{-3}{4}$ இன் இடதுபுறமாக உள்ளது.

   (iii) $\frac{-19}{5}$ ஆனது $\frac{15}{-4}$ ஐ விடப் பெரியது.

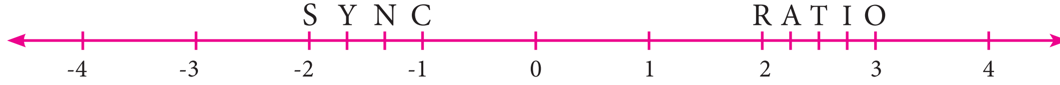
   (iv) இரு விகிதமுறு எண்களின் சராசரியானது அவற்றிற்கிடையே அமையும்.

   (v) 10 மற்றும் 11 இக்கு இடையில் எண்ணிலடங்கா விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.

3. எண்கோட்டின் மீது கேள்விக்குறியிட்டுள்ள இடங்களில் அமைந்த விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.



4. ஓர் எண்கோட்டின் மீது S, Y, N, C, R, A, T, I மற்றும் O ஆகிய புள்ளிகள் CN=NY=YS மற்றும் RA=AT=TI=IO என்றுள்ளவாறு இருக்கின்றன. Y, N, A, T மற்றும் I ஆகிய எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பெறும் விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.



5. ஓர் எண்கோட்டினை வரைந்து, அதன் மீது பின்வரும் விகிதமுறு எண்களைக் குறிக்கவும்.

(i) $\frac{9}{4}$ (ii) $\frac{-8}{3}$ (iii) $\frac{-17}{-5}$ (iv) $\frac{15}{-4}$

6. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களின் தசம வடிவத்தை எழுதவும்.

(i) $\frac{1}{11}$ (ii) $\frac{13}{4}$ (iii) $\frac{-18}{7}$ (iv) $1\frac{2}{5}$ (v) $-3\frac{1}{2}$

7. கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் ஏதேனும் ஐந்து விகிதமுறு எண்களைப் பட்டியலிடுக.

(i) -2 மற்றும் 0 (ii) $\frac{-1}{2}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{7}{20}$ (iv) $\frac{-6}{4}$ மற்றும் $\frac{-23}{10}$

8. சராசரிகள் முறையைப் பயன்படுத்தி, $\frac{14}{5}$ மற்றும் $\frac{16}{3}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே 2 விகிதமுறு எண்களை எழுதவும்.

9. பின்வரும் விகிதமுறு எண்சோடிகளை ஒப்பிடுக.

(i) $\frac{-11}{5}, \frac{-21}{8}$ (ii) $\frac{3}{-4}, \frac{-1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$.

10. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை ஏறுவரிசை மற்றும் இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

(i) $\frac{-5}{12}, \frac{-11}{8}, \frac{-15}{24}, \frac{-7}{-9}, \frac{12}{36}$ (ii) $\frac{-17}{10}, \frac{-7}{5}, 0, \frac{-2}{4}, \frac{-19}{20}$

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

11. $\frac{8}{9}$ கிடைக்க _________ என்ற எண்ணை $\frac{-6}{11}$ இலிருந்து கழிக்க வேண்டும்.

(அ) $\frac{34}{99}$ (ஆ) $\frac{-142}{99}$ (இ) $\frac{142}{99}$ (ஈ) $\frac{-34}{99}$

12. பின்வரும் சோடிகளில் எது சமான எண்களின் சோடியாகும்?

(அ) $\frac{-20}{12}, \frac{5}{3}$ (ஆ) $\frac{16}{-30}, \frac{-8}{15}$ (இ) $\frac{-18}{36}, \frac{-20}{44}$ (ஈ) $\frac{7}{-5}, \frac{-5}{7}$

13. $\frac{-5}{4}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணானது _________ ஆகியவற்றின் இடையில் அமையும்.

(அ) 0 மற்றும் $\frac{-5}{4}$ (ஆ) -1 மற்றும் 0 (இ) -1 மற்றும் -2 (ஈ) -4 மற்றும் -5

14. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களில் எது மிகப் பெரியது?

(அ) $\frac{-17}{24}$ (ஆ) $\frac{-13}{16}$ (இ) $\frac{7}{-8}$ (ஈ) $\frac{-31}{32}$

15. $\frac{112}{528}$ இன் எளிய வடிவில் உள்ள பகுதியின் இலக்கங்களின் கூடுதல்

(அ) 4 (ஆ) 5 (இ) 6 (ஈ) 7

1.3 விகிதமுறு எண்கள் மீதான அடிப்படைக் கணிதச் செயல்பாடுகள்

பின்னங்களை வழிநடத்தும் எல்லா விதிகளும் கோட்பாடுகளும் விகிதமுறு எண்களுக்கும் பொருந்தும்.

1.3.1 கூட்டல்

கூட்டலைச் செய்யும் போது நான்கு வெவ்வேறு விதமான சூழல்கள் அமையக்கூடும்.

வகை 1: ஒரே பகுதிகளைப் பெற்றிருக்கும் எண்களைக் கூட்டுதல்

இது சாதாரணமாக பின்னங்களைக் கூட்டுவது போன்றதாகும். முடிவானது, தொகுதிகளைக் கூட்டி பொதுவான பகுதியால் வகுப்பது என்பது முடிவாக அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.10

கூட்டவும்: $\frac{-6}{11}, \frac{8}{11}, \frac{-12}{11}$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களைத் திட்ட வடிவில் எழுதிய பிறகு அவற்றைக் கூட்டவும்.

ஆகவே, $\frac{-6}{11}+\frac{8}{11}+\frac{-12}{11}=\frac{-6+8-12}{11}=\frac{-10}{11}$

வகை 2: வெவ்வேறு பகுதிகளைப் பெற்றிருக்கும் எண்களைக் கூட்டுதல்

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களை திட்ட வடிவில் எழுதிய பிறகு, அவற்றின் பகுதிகளின் மீ.சி.ம –வைப் பயன்படுத்தி, அந்த எண்களைப் பொதுப் பகுதியைக் கொண்ட சமான பின்னங்களாக மாற்றி, வகை 1 ஆக அமைய மாற்றவும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.11

கூட்டவும்: $\frac{-5}{9}, \frac{-4}{3}, \frac{7}{12}$

தீர்வு:

9, 3, 12 இன் மீ.சி.ம = 36

$$\frac{-5}{9}+\frac{-4}{3}+\frac{6}{12}=\frac{-5}{9}\times\frac{4}{4}+\frac{-4}{3}\times\frac{12}{12}+\frac{7}{12}\times\frac{3}{3}$$

$$=\frac{-20}{36}+\frac{-48}{36}+\frac{21}{36}=\frac{-20-48+21}{36}=\frac{-47}{36}$$

1.3.2 கூட்டல் நேர்மாறு

ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் கூட்டல் நேர்மாறு என்பது கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்ணுடன் கூட்டும்போது பூச்சியத்தை அளிக்கும் மற்றொரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{4}{3}$ மற்றும் $\frac{-4}{3}$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று கூட்டல் நேர்மாறுகள் ஆகும். ஏனெனில், அவற்றின் கூடுதல் பூச்சியம் ஆகும்.



சிந்திக்க

பூச்சியமானது ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகுமா? அப்படியெனில், அதன் கூட்டல் நேர்மாறு என்ன?

1.3.3 கழித்தல்

கழித்தல் என்பது கூட்டல் நேர்மாறைக் கூட்டுவதே ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.12

$\frac{-12}{17}$ இலிருந்து $\frac{9}{17}$ ஐக் கழிக்கவும்.

தீர்வு:

இங்கு, $\frac{-12}{17}-\frac{9}{17}=\frac{-12}{17}+\left(\frac{-9}{17}\right)=\frac{-12-9}{17}=\frac{-21}{17}$

எடுத்துக்காட்டு 1.13

$\left(-4\frac{5}{22}\right)$ இலிருந்து $\left(-2\frac{6}{11}\right)$ ஐக் கழிக்கவும்.

தீர்வு:

இங்கு, $\left(-4\frac{5}{22}\right)-\left(-2\frac{6}{11}\right)$

$$=\frac{-93}{22}-\left(\frac{-28}{11}\right)=\frac{-93}{22}+\frac{28}{11}=\frac{-93+28\times 2}{22}=\frac{-93+56}{22}=\frac{-37}{22}=-1\frac{15}{22}$$

1.3.4 பெருக்கல்

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலனை, எண்களின் ஒத்த தொகுதிகளையும் பகுதிகளையும் பெருக்கி கண்டுபிடித்துப் பிறகு அவற்றைத் திட்ட வடிவில் எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.14

மதிப்பு காண்க (i) $\frac{-5}{8}\times\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{-6}{-11}\times(-4)$

தீர்வு:

(i) $\frac{-5}{8}\times\frac{7}{3}=\frac{-5\times 7}{8\times 3}=\frac{-35}{24}$ (ii) $\frac{-6}{-11}\times(-4)=\frac{6}{11}\times\frac{(-4)}{1}=\frac{6\times(-4)}{11\times 1}=\frac{-24}{11}$

1.3.5 பெருக்கல் நேர்மாறு

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலன் 1 எனில், அவை ஒவ்வொன்றும் மற்றொன்றுக்கு தலைகீழி அல்லது பெருக்கல் நேர்மாறு எனப்படும்.



சிந்திக்க

1 மற்றும் -1 இன் பெருக்கல் நேர்மாறு என்ன?

a என்ற விகிதமுறு எண்ணின் தலைகீழி $\frac{1}{a}$ ஆகும். இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும். ஏனெனில், $a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=1$ ஆகும்.

$\frac{a}{b}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் பெருக்கல் நேர்மாறு $\frac{b}{a}$ ஆகும். இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும். ஏனெனில், $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}=1$ ஆகும்.

1.3.6 வகுத்தல்

பின்னங்களின் தலைகீழிகள் கருத்தினைப் பயன்படுத்தி விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தலுக்கும் விரிவாக்கம் செய்யலாம். ஒரு விகிதமுறு எண்ணை மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணால் வகுக்க நாம் கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்ணை இரண்டாவது விகிதமுறு எண்ணால் பெருக்க வேண்டும். அதாவது, வகுத்தல் என்பது வகுத்தியின் பெருக்கல் நேர்மாறால் பெருக்குவதாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.15

$\frac{7}{-8}$ ஐ $\frac{-3}{4}$ ஆல் வகுக்கவும்.

தீர்வு:

இங்கு, $\frac{7}{-8}\div\frac{-3}{4}=\frac{-7}{8}\times\frac{-4}{3}=\frac{7}{6}$



இவற்றை முயல்க

வகுக்கவும்:

(i) $\frac{-7}{3}$ ஐ 5 ஆல் (ii) 5 ஐ $\frac{-7}{3}$ ஆல்

(iii) $\frac{-7}{3}$ ஐ $\frac{35}{6}$ ஆல்



குறிப்பு

b, c மற்றும் d ஆகியவை பூச்சியமற்ற எண்கள் எனில்,

(i) $\left(\frac{a}{b}\right)\div c=\frac{a}{bc}$ (ii) $a\div\left(\frac{b}{c}\right)=\frac{ac}{b}$ (iii) $\left(\frac{a}{b}\right)\div\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{ad}{bc}$ ஆகும்.

1.4 அடிப்படைச் செயல்கள் மீதான வார்த்தைக் கணக்குகள்

எடுத்துக்காட்டு 1.16

இரு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் $\frac{4}{5}$ ஆகும். ஓர் எண் $\frac{2}{15}$ எனில், மற்றோர் எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

மற்றோர் எண்ணை x என்க

$$\frac{2}{15}+x=\frac{4}{5} \text{ (தரவு) } \Rightarrow x=\frac{4}{5}-\frac{2}{15}=\frac{12-2}{15}=\frac{10}{15} \Rightarrow x=\frac{2}{3}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.17

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலன் $\frac{-2}{3}$ ஆகும். ஓர் எண் $\frac{3}{7}$ எனில் மற்றோர் எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

மற்றோர் எண்ணை x என்க

$$\frac{3}{7}\times x=\frac{-2}{3} \text{ (தரவு)}$$

இருபுறமும் $\frac{3}{7}$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{7}{3}$ ஆல் பெருக்க,

$$\Rightarrow\frac{7}{3}\times\frac{3}{7}\times x=\frac{7}{3}\times\frac{-2}{3} \Rightarrow x=\frac{-14}{9}$$

மாற்று முறை
$\frac{3}{7}\times x=\frac{-2}{3}$ $\Rightarrow x=\frac{-2}{3}\times\frac{7}{3}=\frac{-14}{9}$ (குறுக்குப் பெருக்கல் மூலம்)

எடுத்துக்காட்டு 1.18

ஒரு நாடாச் சுருளின் நீளம் $18\frac{3}{4}$ மீ ஆகும். சங்கரியிடம் 4 முழுச் சுருள்களும், ஒரு சுருளின் மூன்றில் ஒரு பகுதியும் உள்ளன எனில், சங்கரியிடம் மொத்தமாக எத்தனை மீட்டர் நாடா உள்ளது?

தீர்வு:

சங்கரியிடம் இருக்கும் நாடாவின் மொத்த நீளம்

$$=18\frac{3}{4}\times 4\frac{1}{3}$$

$$=\frac{75}{4}\times\frac{13}{3}=\frac{325}{4}=81\frac{1}{4} \text{ மீ}$$



படம் 1.15

எடுத்துக்காட்டு 1.19

எந்த விகிதமுறு எண்களைக் கூட்ட மற்றும் கழிக்க அவை $3\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}+2\frac{3}{8}$ என்ற கூடுதலை அருகிலுள்ள முழு எண்ணாக மாற்றும் எனக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $3\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}+2\frac{3}{8}$

$$=\frac{7}{2}+\frac{7}{4}+\frac{19}{8}=\frac{7\times4+7\times2+19\times1}{8}=\frac{28+14+19}{8}$$

$=\frac{61}{8}=7\frac{5}{8}$ ஆனது, முழு எண்கள் 7 மற்றும் 8 இக்கு இடையில் அமைகிறது.

$7\frac{5}{8}$ இலிருந்து $\frac{5}{8}$ ஐ கழித்தால், அது 7 ஆக மாறும். நாம் $7\frac{5}{8}$ உடன் $\frac{3}{8}$ ஐ கூட்டினால் அது $7+\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=7+1=8$ ஆக மாறும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.20

ஒரு மாணவர் ஓர் எண்ணை $\frac{8}{9}$ ஆல் பெருக்குவதற்குப் பதிலாக, தவறுதலாக $\frac{8}{9}$ ஆல் வகுத்து விட்டார். அவருக்குக் கிடைத்த விடைக்கும், சரியான விடைக்குமான வித்தியாசம் 34 எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

அந்த எண்ணை x என்க.

மாணவர் கண்டுபிடிக்க வேண்டியது $\frac{8x}{9}$. ஆனால், அவர் கண்டுபிடித்தது $\frac{x}{\left(\frac{8}{9}\right)}$ அதாவது, $\frac{9x}{8}$ ஆகும்.

இங்கு, $\frac{9x}{8}-\frac{8x}{9}=34$ (தரவு)

$$\frac{81x-64x}{72}=34\Rightarrow\frac{17x}{72}=34$$

$$x=\frac{34\times72}{17}=144$$

எடுத்துக்காட்டு 1.21

மதிப்பு காண்க: $\left(\frac{4}{3}-\left(\frac{-3}{2}\right)\right)+\left(\frac{-5}{3}\div\frac{30}{12}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)$

தீர்வு:

இங்கு, $\left(\frac{4}{3}-\left(\frac{-3}{2}\right)\right)+\left(\frac{-5}{3}\div\frac{30}{12}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right) = \left(\frac{4}{3}+\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{-5}{3}\times\frac{12}{30}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)$

$$=\left(\frac{8}{6}+\frac{9}{6}\right)+\left(\frac{-1}{1}\times\frac{4}{6}\right)+\left(\frac{-3}{1}\times\frac{-3}{4}\right)$$

$$=\left(\frac{17}{6}\right)+\left(\frac{-4}{6}\right)+\left(\frac{9}{4}\right)$$

$$=\left(\frac{17-4}{6}\right)+\frac{9}{4}=\frac{13}{6}+\frac{9}{4}=\frac{26+27}{12}=\frac{53}{12}$$

பயிற்சி 1.2

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) $\frac{-5}{12}+\frac{7}{15}$ இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

   (ii) $\left(\frac{-3}{6}\right)\times\left(\frac{18}{-9}\right)$ இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

   (iii) $\left(\frac{-15}{23}\right)\div\left(\frac{30}{-46}\right)$ இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

   (iv) ________ என்ற விகிதமுறு எண்ணுக்கு தலைகீழி கிடையாது.

   (v) -1 இன் பெருக்கல் நேர்மாறு ________ ஆகும்.

2. **சரியா, தவறா எனக் கூறுக:**

   (i) எல்லா விகிதமுறு எண்களும் ஒரு கூட்டல் தலைகீழியைப் பெற்றிருக்கும்.

   (ii) 0 மற்றும் -1 ஆகியன அவற்றின் கூட்டல் நேர்மாறுகளுக்குச் சமமான விகிதமுறு எண்கள் ஆகும்.

   (iii) $\frac{-11}{-17}$ இன் கூட்டல் நேர்மாறு $\frac{11}{17}$ ஆகும்.

   (iv) தன்னைத்தானே தலைகீழியாகக் கொண்ட விகிதமுறு எண் -1 ஆகும்

   (v) அனைத்து விகிதமுறு எண்களுக்கும் பெருக்கல் நேர்மாறு உள்ளன.

3. கூடுதலைக் காண்க:

   (i) $\frac{7}{5}+\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{7}{5}+\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{6}{5}+\left(\frac{-14}{15}\right)$ (iv) $-4\frac{2}{3}+7\frac{5}{12}$

4. $\frac{-17}{11}$ இலிருந்து $\frac{-8}{44}$ ஐக் கழிக்கவும்.

5. மதிப்பு காண்க: (i) $\frac{9}{132}\times\frac{-11}{3}$ (ii) $\frac{-7}{27}\times\frac{24}{-35}$

6. வகுக்கவும்: (i) $\frac{-21}{5}$ ஐ $\frac{-7}{-10}$ ஆல் (ii) $\frac{-3}{13}$ ஐ -3 ஆல் (iii) -2 ஐ $\frac{-6}{15}$ ஆல்

7. (i) $a=\frac{1}{2}, b=\frac{2}{3}$ (ii) $a=\frac{-3}{5}, b=\frac{2}{15}$ எனில், $(a + b) \div (a - b)$ ஐக் காண்க:

8. $\frac{1}{2}+\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{5}\right)\div\frac{3}{10}\times 3$ ஐச் சுருக்கி, அது 11 மற்றும் 12 இக்கு இடையில் அமைந்துள்ள ஒரு விகிதமுறு எண் என நிரூபிக்கவும்.

9. சுருக்குக :

(i) $\left[\frac{11}{8}\times\left(\frac{-6}{33}\right)\right]+\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{3}{5}\div\frac{9}{20}\right)\right]-\left[\frac{4}{7}\times\frac{-7}{5}\right]$ (ii) $\left[\frac{4}{3}\div\left(\frac{8}{-7}\right)\right]-\left[\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\right]+\left[\frac{4}{3}\times\left(\frac{-1}{4}\right)\right]$

10. ஒரு மாணவர் ஓர் எண்ணை $\frac{4}{3}$ ஆல் வகுப்பதற்குப் பதிலாக $\frac{4}{3}$ ஆல் பெருக்கி சரியான விடையைக் காட்டிலும் 70 ஐக் கூடுதலாகப் பெற்றார். அந்த எண்ணைக் காண்க.

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

11. $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\left(\frac{-7}{12}\right)$ இன் திட்ட வடிவம் ___________ ஆகும்.

(அ) 1 (ஆ) $\frac{-1}{2}$ (இ) $\frac{1}{12}$ (ஈ) $\frac{1}{22}$

12. $\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right)+\frac{1}{2}=$ ___________.

(அ) $\frac{15}{64}$ (ஆ) 1 (இ) $\frac{5}{8}$ (ஈ) $\frac{1}{16}$

13. $\frac{3}{4}\div\left(\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\right)=$ ___________.

(அ) $\frac{13}{10}$ (ஆ) $\frac{2}{3}$ (இ) $\frac{3}{2}$ (ஈ) $\frac{5}{8}$

14. $\frac{3}{4}\times\left(\frac{5}{8}\div\frac{1}{2}\right)=$ ___________.

(அ) $\frac{5}{8}$ (ஆ) $\frac{2}{3}$ (இ) $\frac{15}{32}$ (ஈ) $\frac{15}{16}$



15. இவற்றுள் எந்த விகிதமுறு எண்ணிற்கு கூட்டல் நேர்மாறு உள்ளது?

(அ) 7 (ஆ) $\frac{-5}{7}$ (இ) 0 (ஈ) இவை அனைத்திற்கும்



குறிப்பு

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\neq\frac{a+c}{b+d}$? ஏன்?

ஒரு கணித கூற்றானது எந்த விதிவிலக்குமின்றி 100% உண்மை எனில் மட்டுமே, அக்கூற்று உண்மையாகும். இங்கு, $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4+4}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ எனக் கூட்டினால், அது தவறு. ஏனெனில், $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4}=\frac{4}{4}=1$.

1.5 விகிதமுறு எண்களின் பண்புகள்

இங்குக் கீழே பட்டியலிடப்பட்டுள்ள சில பண்புகள் கணக்குகளைத் தீர்க்க மிகுந்தப் பயனளிக்கும்.

1.5.1 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின தொகுப்பிற்கான அடைவுப் பண்பு/விதி

i) கூட்டலுக்கான அடைவுப் பண்பு:

a மற்றும் b என்ற ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதலான $a + b$ ஆனதும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.

ii) பெருக்கலுக்கான அடைவுப் பண்பு:

a மற்றும் b என்ற ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலனான ab ஆனதும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.



இவற்றை முயல்க

முழுக்களின் மீதான அடைவுப் பண்பு கழித்தலுக்கு உண்மையாகும் ஆனால் வகுத்தலுக்கு உண்மையல்ல. இது விகிதமுறு எண்களுக்கு என்னவாகும்? சரிபார்க்கவும்.

விளக்கம்

$a=\frac{3}{4}$ மற்றும் $b=\frac{-1}{2}$ எனக் கொள்க

இங்கு, $a+b=\frac{3}{4}+\frac{-1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{-2}{4}=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}$ ஆனது $\mathbb{Q}$ வில் உள்ளது.

மேலும், $a\times b=\frac{3}{4}\times\frac{-1}{2}=\frac{-3}{8}$ ஆனது $\mathbb{Q}$ வில் உள்ளது.

1.5.2 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கான பரிமாற்றுப் பண்பு/விதி

i) கூட்டலுக்கான பரிமாற்றுப் பண்பு:

a மற்றும் b என்ற ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு $a + b = b + a$ ஆகும்.

ii) பெருக்கலுக்கான பரிமாற்றுப் பண்பு:

a மற்றும் b என்ற ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு $ab = ba$ ஆகும்.

(இங்கு ab என்பது $a\times b$ மற்றும் ba என்பது $b\times a$ ஆகும்.)

விளக்கம்

$a=\frac{-7}{8}$ மற்றும் $b=\frac{3}{5}$ எனக் கொள்க.

இங்கு, $a+b=\frac{-7}{8}+\frac{3}{5}=\frac{-7\times5+3\times8}{40}=\frac{-35+24}{40}=\frac{-11}{40}$

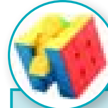
மேலும், $b+a=\frac{3}{5}+\frac{-7}{8}=\frac{3\times8+-7\times5}{40}=\frac{24-35}{40}=\frac{-11}{40}$

இங்கு, $a+b=b+a$ என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, கூட்டலானது பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

மேலும்,

$$a\times b=\frac{-7}{8}\times\frac{3}{5}=\frac{-7\times3}{8\times5}=\frac{-21}{40}$$

மற்றும், $b\times a=\frac{3}{5}\times\frac{-7}{8}=\frac{3\times-7}{5\times8}=\frac{-21}{40}$



இவற்றை முயல்க

1. $\frac{3}{5}-\frac{7}{8}=\frac{7}{8}-\frac{3}{5}$ என்பது சரியாகுமா?
2. $\frac{3}{5}\div\frac{7}{8}=\frac{7}{8}\div\frac{5}{3}$ என்பது சரியாகுமா?

எனவே, உனது முடிவு என்ன?

செயல்கள்	முழுக்களின் பண்புகளைக் கொண்ட கீழ்கண்ட அட்டவணையில் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பவும். (a, b, c முழுக்கள் எனில் , $-a, -b, -c$ யும் முழுக்களே ஆகும்)					
	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு	சமனிப் பண்பு	நேர்மாறு பண்பு	பங்கீட்டுப் பண்பு
கூட்டல்	$a+b$ யும் $\mathbb{Z}$ இல் உள்ளது. எ.கா: $5+(-3)=2$ $\Rightarrow 2$ ஆனது $\mathbb{Z}$ இல் உள்ளது	$a+b=b+a$ எ.கா: $5+(-3)=(-3)+5$ $\Rightarrow 2=2$	$(a+b)+c$ $=a+(b+c)$ எ.கா: $(2+3)+(-4)=1$ $2+[3+(-4)]=1$	$a+0$ $=0+a=a$ எ.கா: $(-4)+0$ $=0+(-4)=-4$	$a+(-a)$ $=(-a)+a=0$ எ.கா: $5+(-5)$ $=(-5)+5=0$	$a\times(b+c)$ $=(a\times b)+(a\times c)$ எ.கா: $2\times[3+(-5)]=-4$ $(2\times3)+[2\times(-5)]$ $=-4$
பெருக்கல்	ab யும் $\mathbb{Z}$ இல் உள்ளது. எ.கா: ________	$a\times b=b\times a$ எ.கா: ________	$(a\times b)\times c$ $=a\times(b\times c)$ எ.கா: $(2\times3)\times(-6)=-36$ $2\times[3\times(-6)]=-36$	$a\times1$ $=1\times a=a$ எ.கா: ________	சாத்தியமில்லை	பொருந்தாது
கழித்தல்	$a-b$ யும் $\mathbb{Z}$ இல் உள்ளது. எ.கா: ________	உண்மையல்ல $a-b\neq b-a$ எ.கா: ________	உண்மையல்ல $(a-b)-c$ $\neq a-(b-a)$ எ.கா: ________	உண்மையல்ல $a-0\neq 0-a$ எ.கா: $5-0=5$ $0-5=-5$ $5\neq-5$	உண்மையல்ல $a-(-a)$ $\neq(-a)-a$ எ.கா: $2-(-2)=4$ $(-2)-2=-4$ $4\neq-4$	$a\times(b-c)$ $=(a\times b)-(a\times c)$ எ.கா: ________
வகுத்தல்	$a\div b$ ஆனது $\mathbb{Z}$ இல் இல்லை. எ.கா: $3\div5=\frac{3}{5}$ ஆனது $\mathbb{Z}$ இல் இல்லை.	உண்மையல்ல	உண்மையல்ல	உண்மையல்ல	உண்மையல்ல	பொருந்தாது

இங்கு, $a\times b=b\times a$ என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, பெருக்கலானது பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

1.5.3 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கான சேர்ப்பு பண்பு/விதி

i) கூட்டலுக்கான சேர்ப்பு பண்பு:

a, b மற்றும் c என்ற ஏதேனும் 3 விகிதமுறு எண்களுக்கு, $a + (b + c) = (a + b) + c$ ஆகும்.

ii) பெருக்கலுக்கான சேர்ப்பு பண்பு:

a, b மற்றும் c என்ற ஏதேனும் 3 விகிதமுறு எண்களுக்கு, $a(bc) = (ab)c$ ஆகும்.

விளக்கம்

$a=\frac{-1}{2}$, $b=\frac{3}{5}$ மற்றும் $c=\frac{-7}{10}$ என மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக் கொள்ளவும்.

இங்கு, $a+b=\frac{-1}{2}+\frac{3}{5}=\frac{-5}{10}+\frac{6}{10}$ (ஒரே பகுதியைக் கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்கள்)

$$a+b = \frac{-5+6}{10}=\frac{1}{10}$$

$$(a+b)+c = \frac{1}{10}+\left(\frac{-7}{10}\right)=\frac{1-7}{10}=\frac{-6}{10}=\frac{-3}{5} \quad ...(1)$$

மேலும், $b+c = \frac{3}{5}+\frac{-7}{10}=\frac{6}{10}+\frac{-7}{10}=\frac{6-7}{10}=\frac{-1}{10}$

$$a+(b+c) = \frac{-1}{2}+\frac{-1}{10}=\frac{-5}{10}+\frac{-1}{10}=\frac{-5-1}{10}=\frac{-6}{10}=\frac{-3}{5} \quad ...(2)$$

(1) மற்றும் (2) இலிருந்து, $(a+b)+c=a+(b+c)$ என்பது விகிதமுறு எண்களுக்கு உண்மையாகிறது.

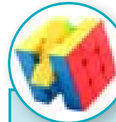
இதுபோன்று, $a\times b = \frac{-1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{-1\times 3}{2\times 5}=\frac{-3}{10}$

$$(a\times b)\times c = \frac{-3}{10}\times\frac{-7}{10}=\frac{-3\times -7}{10\times 10}=\frac{21}{100} \quad ...(3)$$

மேலும், $b\times c = \frac{3}{5}\times\frac{-7}{10}=\frac{3\times -7}{5\times 10}=\frac{-21}{50}$

$$a\times(b\times c) = \frac{-1}{2}\times\frac{-21}{50}=\frac{-1\times -21}{2\times 50}=\frac{21}{100} \quad ...(4)$$

(3) மற்றும் (4) இலிருந்து, $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$ என்பது விகிதமுறு எண்களுக்கு உண்மையாகிறது. ஆகவே, விகிதமுறு எண்களுக்கு சேர்ப்புப் பண்பானது கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கு உண்மையாகிறது.



இவற்றை முயல்க

விகிதமுறு எண்களுக்கு, கழித்தல் மற்றும் வகுத்தலானது சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யுமா? என சரிபார்க்கவும்.

1.5.4 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கான சமனிப் பண்பு/விதி

i) கூட்டலுக்கான சமனிப் பண்பு:

a என்ற எந்தவொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் $0 + a = a = 0 + a$ என்று அமையுமாறு 0 என்ற தனித்த விகிதமுறு எண்ணானது இருக்கிறது.

ii) பெருக்கலுக்கான சமனிப் பண்பு:

a என்ற எந்தவொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் $1 \times a = a = a \times 1$ என்று அமையுமாறு 1 என்ற தனித்த விகிதமுறு எண்ணானது இருக்கிறது.

விளக்கம்

$a = \frac{3}{-7}$ அதாவது $a = \frac{-3}{7}$ எனக் கொள்க. இங்கு, $\frac{-3}{7} + 0 = \frac{-3}{7} = 0 + \frac{-3}{7}$ (சரிதானே?)

ஆகவே, 0 ஆனது $\frac{-3}{7}$ இன் கூட்டல் சமனி ஆகும்.

மேலும், $\frac{-3}{7} \times 1 = \frac{-3}{7} = 1 \times \frac{-3}{7}$ (சரிதானே?)

ஆகவே, 1 ஆனது $\frac{-3}{7}$ இன் பெருக்கல் சமனி ஆகும்.

1.5.5 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கான நேர்மாறுப் பண்பு/விதி

i) கூட்டல் நேர்மாறுப் பண்பு:

a என்ற எந்தவொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் $a + (-a) = (-a) + a = 0$ என்று அமையுமாறு $-a$ என்ற தனித்த விகிதமுறு எண் இருக்கும். இங்கு, 0 ஆனது கூட்டல் சமனி ஆகும்.

ii) பெருக்கல் நேர்மாறுப் பண்பு:

b என்ற எந்தவொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் $b \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times b = 1$ என்று அமையுமாறு $\frac{1}{b}$ என்ற தனித்த விகிதமுறு எண் இருக்கும். இங்கு, 1 ஆனது பெருக்கல் சமனி ஆகும்.

விளக்கம்

$a = \frac{-11}{23}$ என்க. இங்கு, $-a = -\left(\frac{-11}{23}\right) = \frac{11}{23}$

எனவே, $a + (-a) = \frac{-11}{23} + \frac{11}{23} = \frac{-11+11}{23} = \frac{0}{23} = 0$

மேலும், $(-a) + a = \frac{11}{23} + \frac{-11}{23} = \frac{11-11}{23} = \frac{0}{23} = 0$

$\therefore\ a + (-a) = (-a) + a = 0$ என்பது உண்மையாகும்.

மேலும், $b = \frac{-17}{29}$ என்க. எனவே, $\frac{1}{b} = \frac{29}{-17} = \frac{-29}{17}$

$$b \times \frac{1}{b} = \frac{-17}{29} \times \frac{-29}{17} = 1$$

மேலும், $\frac{1}{b} \times b = \frac{-29}{17} \times \frac{-17}{29} = 1$

$\therefore \ b \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times b = 1$ என்பது உண்மையாகும்.

1.5.6 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கான பங்கீட்டுப் பண்பு/விதி

விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கு, பெருக்கலானது கூட்டலைப் பங்கீடுச் செய்யும்.

a, b மற்றும் ***c*** என்ற ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்களுக்கு, $a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$ என்பது பங்கீட்டு விதி ஆகும்.

விளக்கம்:

$a = \frac{-7}{9}$, $b = \frac{11}{18}$ மற்றும் $c = \frac{-14}{27}$ என மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக் கொள்ளவும்.

இங்கு, $b+c \ = \ b + c = \frac{11}{18} + \frac{-14}{27} = \frac{33}{54} + \frac{-28}{54} = \frac{33-28}{54} = \frac{5}{54}$

(ஒரே பகுதியைக் கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்கள்)

$$\therefore \ a \times (b+c) = \frac{-7}{9} \times \frac{5}{54} = \frac{-7 \times 5}{9 \times 54} = \frac{-35}{486} \quad ---(1)$$

மேலும், $a \times b = \frac{-7}{9} \times \frac{11}{18} = \frac{-7 \times 11}{9 \times 18} = \frac{-77}{9 \times 9 \times 2}$

$$a \times c = \frac{-7}{9} \times \frac{-14}{27} = \frac{7 \times 14}{9 \times 9 \times 3} = \frac{98}{9 \times 9 \times 3}$$

$$\therefore \ (a \times b) + (a \times c) = \frac{-77}{9 \times 9 \times 2} + \frac{98}{9 \times 9 \times 3}$$

$$= \frac{-77 \times 3 + 98 \times 2}{9 \times 9 \times 2 \times 3}$$

$$= \frac{-231 + 196}{486} = \frac{-35}{486} \quad ---(2)$$

(1) மற்றும் (2) ஆனது $a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$ எனக் காட்டுகிறது.

ஆகவே, $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கு, கூட்டலின் மீதான பெருக்களின் பங்கீட்டுப் பண்பு உண்மையாகும்.

பயிற்சி 1.3



1. $\frac{-5}{7}$ மற்றும் $\frac{8}{9}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கான அடைவுப் பண்பினைச் சரிபார்க்கவும்.
2. $\frac{-10}{11}$ மற்றும் $\frac{-8}{33}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கானப் பரிமாற்றுப் பண்பினைச் சரிபார்க்கவும்.

3. $\frac{-7}{9}, \frac{5}{6}$ மற்றும் $\frac{-4}{3}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கானச் சேர்ப்புப் பண்பினைச் சரிபார்க்கவும்.
4. விகிதமுறு எண்களுக்கான $a \times (b + c) = (a \times b) + (a + c)$ என்ற பங்கீட்டுப் பண்பினை $a = \frac{-1}{2}$, $b = \frac{2}{3}$ மற்றும் $c = \frac{-5}{6}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்கு சரிபார்க்கவும்.
5. கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கான சமனிப் பண்பினை $\frac{15}{19}$ மற்றும் $\frac{-18}{25}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குச் சரிபார்க்கவும்.
6. கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கான நேர்மாறு பண்பினை $\frac{-7}{17}$ மற்றும் $\frac{17}{27}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குச் சரிபார்க்கவும்.

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

7. விகிதமுறு எண்களுக்கு ________ என்ற எண்ணால் அடைவுப் பண்பானது வகுத்தலுக்கு உண்மையாகாது.
(அ) 1 (ஆ) -1 (இ) 0 (ஈ) $\frac{1}{2}$
8. $\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \neq \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) - \frac{5}{6}$ என்பது கழித்தலானது, விகிதமுறு எண்களின் ________ப் பண்பினை நிறைவு செய்யாது என்பதை விளக்குகிறது.
(அ) பரிமாற்று (ஆ) அடைவு (இ) பங்கீட்டு (ஈ) சேர்ப்பு
9. பின்வருவருனவற்றுள் எது கூட்டலின் நேர்மாறுப் பண்பினை விளக்குகிறது?
(அ) $\frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$ (ஆ) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ (இ) $\frac{1}{8} + 0 = \frac{1}{8}$ (ஈ) $\frac{1}{8} - 0 = \frac{1}{8}$
10. $\frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$ என்பது, பெருக்கலானது ________ இன் மீது பங்கீடு செய்கிறது என்பதை விளக்குகிறது.
(அ) கூட்டல் (ஆ) கழித்தல் (இ) பெருக்கல் (ஈ) வகுத்தல்



ஒரே சோடி விகிதமுறு எண்களுக்கு வெவ்வேறு அடிப்படைச் செயல்கள், வழக்கமாக வெவ்வேறான விடைகளைக் கொடுக்கும் என்பது நமக்குத் தெரியும். ஆனால், விகிதமுறு எண்களில் சில வியப்பூட்டும் விதிவிலக்குகள் கொண்ட பின்வரும் விகிதமுறு எண்களின் கணக்கீடுகளை சரிபார்க்கவும்.

(i) $\frac{13}{4} + \frac{13}{9} = \frac{13}{4} \times \frac{13}{9}$ (ii) $\frac{169}{30} + \frac{13}{15} = \frac{169}{30} \div \frac{13}{15}$

வியப்பூட்டுகிறதல்லவா! முடிந்தால், இதைப்போன்று மேலும் சில வியப்பூட்டும் எடுத்துக்காட்டுகளை முயற்சி செய்யலாமே!

சிந்திக்க

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} = \frac{2}{3}$$
$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} = \frac{3}{4}$$
$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} = \frac{4}{5}$$

என்பதைக் கவனிக்கவும். உங்களின் தர்க்க ரீதியான திறனைப் பயன்படுத்தி, மேலே கொடுக்கப்பட்ட அமைப்பில் முதல் 7 எண்களின் கூடுதலைக் காண்க.

1.6 வர்க்க எண்களின் அறிமுகம்

1	1 2 3 4	1 2 3 4 5 6 7 8 9
இது ஓர் அலகைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 1 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 1^2 என எழுதுகிறோம். $1^2 = 1$	இது 2 அலகுகளைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 2 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 2^2 என எழுதுகிறோம். $2^2 = 2 \times 2 = 4$	இது 3 அலகுகளைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 3 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 3^2 என எழுதுகிறோம். $3^2 = 3 \times 3 = 9$

பல தருணங்களில் இதுபோல நாம் எழுதுகிறோம்.



$$4^2 = 16$$

இது "4 இன் வர்க்கம் 16" எனக் கூறுகிறது.

இதில், மேலுள்ள 2 ஆனது வர்க்கத்தைக் குறிக்கிறது. மேலும், எண் 4 ஆனது அந்தப் பெருக்கலில் $(4 \times 4 = 4^2 = 16)$ எத்தனை முறை வருகிறது என்பதைக் குறிக்கிறது.

1, 4, 9, 16, ... போன்ற அனைத்து எண்களும் வர்க்க எண்கள் ஆகும் (முழு வர்க்க எண்கள் என்றும் அழைக்கப்படும்). இவை ஒவ்வொன்றும் இரு சம (ஒரே) காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாக அமைந்துள்ளன.

நம்மால் ஓர் இயல் எண் n ஐ, மற்றொரு இயல் எண் m ஐக் கொண்டு $n = m^2$ என்றிருக்குமாறு காண இயலும் எனில், n ஆனது ஒரு வர்க்க எண் எனப்படும்.

49 ஆனது ஒரு வர்க்க எண்ணாகுமா? ஆம், ஏனெனில், அதனை 7^2 என எழுதலாம். 50 ஆனது ஒரு வர்க்க எண்ணாகுமா?

பின்வரும் அட்டவணையானது 1 இலிருந்து 20 வரையிலான எண்களின் வர்க்கங்களை அளிக்கிறது.

எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்
1	1	6	36	11	121	16	256
2	4	7	49	12	144	17	289
3	9	8	64	13	169	18	324
4	16	9	81	14	196	19	361
5	25	10	100	15	225	20	400

இந்த அட்டவணையை 50 வரையிலான எண்களுக்கு நீட்டிப்பு செய்ய முயல்க.

இப்போது நாம் மேற்கண்ட அட்டவணையைக் கொண்டு, வர்க்க எண்களின் பின்வரும் பண்புகளை எளிதில் சரிபார்க்கலாம்.

- வர்க்க எண்கள் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 ஆகிய எண்களில் ஏதேனும் ஓர் எண்ணில் மட்டுமே முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 1 அல்லது 9 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 1 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 2 அல்லது 8 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 4 இல் முடியும்.

- ஓர் எண்ணானது 3 அல்லது 7 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 9 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 4 அல்லது 6 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 6 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 5 அல்லது 0 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது முறையே 5 அல்லது 0 இல் முடியும்.
- ஓர் ஒற்றைப்படை எண்ணின் வர்க்கமானது எப்போதும் ஒற்றை எண்ணாகவே இருக்கும். மேலும், ஓர் இரட்டைப்படை எண்ணின் வர்க்கமானது எப்போதும் இரட்டை எண்ணாகவே இருக்கும்.
- 2, 3, 7 மற்றும் 8 இல் முடியும் எண்கள் முழு வர்க்கங்கள் அல்ல.



சிந்திக்க

1. ஒரு பகா எண்ணின் வர்க்கமானது பகா எண்ணாகுமா?
2. இரு முழு வர்க்க எண்களின் கூடுதலானது எப்போதும் முழு வர்க்க எண்ணாக இருக்குமா? இது அவற்றின் கழித்தலுக்கும் பெருக்கலுக்கும் எவ்வாறு பொருந்தும்?



இவற்றை முயல்க

1. 256, 576, 960, 1025, 4096 ஆகிய எண்களில் எவையெவை முழு வர்க்க எண்களாகும்.? (சிறுகுறிப்பு: முன்பு பார்த்த வர்க்க அட்டவணையை நீட்டிப்பு செய்ய முயல்க)
2. பின்வரும் எண்கள் பார்த்தவுடனேயே ஒவ்வொன்றும் முழு வர்க்க எண் அல்ல எனக் கூறலாம். ஏன்? என விளக்கவும். 82, 113, 1972, 2057, 8888, 24353.

1.6.1 வர்க்க எண்களின் மேலும் சில சிறப்பு பண்புகள்

(i) 1 ஐத் தவிர்த்த ஓர் இயல் எண்ணின் வர்க்கமானது 3 இன் மடங்காகவோ அல்லது 3 இன் மடங்கிற்கு 1 கூடுதலாகவோ இருக்கும்.

(ii) 1 ஐத் தவிர்த்த ஓர் இயல் எண்ணின் வர்க்கமானது 4 இன் மடங்காகவோ அல்லது 4 இன் மடங்கிற்கு 1 கூடுதலாகவோ இருக்கும்.

(iii) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 3 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 ஆக இருக்கும். ஆனால் 2 மீதியாக இருக்காது.

(iv) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 4 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 ஆக இருக்கும். ஆனால் 2 மற்றும் 3 ஆகியன மீதியாக இருக்காது.

(v) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 8 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 அல்லது 4 ஆகவோ இருக்கும். ஆனால் 2, 3, 5, 6 அல்லது 7 ஆகியன மீதிகளாக இருக்காது.



செவ்விய எண்களான 6, 28, 496, 8128 போன்றவை வர்க்க எண்கள் அல்ல.



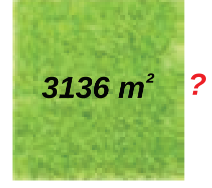
குறிப்பு

ஒரு முழு வர்க்க எண்ணானது பூச்சியத்தில் முடியுமெனில், அது எப்போதும் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூச்சியங்களைக் கொண்டு மட்டுமே முடிய வேண்டும். இதனைப் பின்வரும் அட்டவணையின் மூலம் நாம் சரிபார்க்கலாம்.

எண்	10	20	30	40	...	90	100	110	...	2000	...
அதன் வர்க்கம்	100	400	900	1600	...	8100	10000	12100	...	4000000	...

எடுத்துக்காட்டு 1.22

ஒரு சதுர நிலத்தின் பரப்பளவு 3136 சதுர மீட்டர் எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க.



தீர்வு:

சதுர நிலத்தின் பரப்பு $= 3136$ மீ^{2} (தரவு)

$\therefore$ சதுர நிலத்தின் பக்க அளவு $= \sqrt{3136} = 56$ மீ

$\therefore$ சதுர நிலத்தின் சுற்றளவு $= 4 \times$ பக்க அளவு

$= 4 \times 56$

$= 224$ மீ

	5 6
5	$\overline{31}$ $\overline{36}$
	25
106	6 36
	6 36
	0



சிந்திக்க

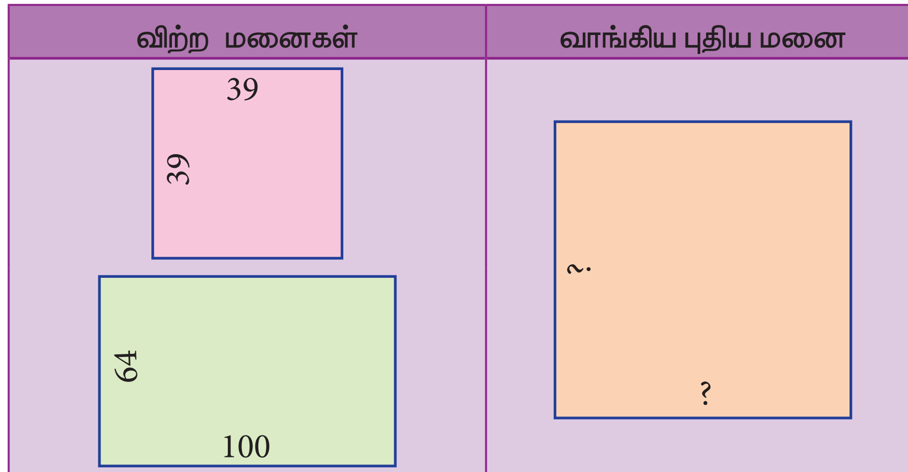
இந்தக் கூற்றைக் கவனிக்க: அடுத்தடுத்த எண்கள் n மற்றும் $(n+1)$ ஆகியவற்றின் வர்க்கங்களுக்கிடையே, $2n$ வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன. இந்தக் கூற்று உண்மையாகுமா? 2500 மற்றும் 2601 ஆகிய எண்களுக்கிடையே எத்தனை வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன? கூற்றைச் சரிபார்க்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.23

மனையின் சொந்தக்காரர் ஒருவர், 39 மீ பக்க அளவுக் கொண்ட ஒரு சதுர மனையும், 100 மீ நீளமும் 64 மீ அகலமும் கொண்ட ஒரு செவ்வக மனையும் என 2 மனைகள் வைத்திருந்தார். இவை இரண்டையும் விற்று, அவர் புதியதாக அதே பரப்பளவில் ஒரு சதுர மனையை வாங்குகிறார் எனில், அவருடைய புதிய சதுர மனையின் பக்க அளவு என்ன?

தீர்வு:

பரிமாற்றங்களைப் பின்வருமாறு காணலாம்:



வாங்கிய சதுர மனையின் பரப்பளவு = விற்ற சதுர மனையின் பரப்பளவு + விற்ற செவ்வக மனையின் பரப்பளவு

$= 39 \times 39 + 100 \times 64$

$= 1521 + 6400$

$= 7921$ மீ

புதிய சதுர மனையின் பக்க அளவு $= \sqrt{7921} = 89$ மீ

	8 9
8	$\overline{79}$ $\overline{21}$
	64
169	15 21
	15 21
	0

1.7 வர்க்கமூலம்

கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் போன்ற செயல்பாடுகளைப் போன்றே வர்க்கப்படுத்துதலும் ஒரு கணிதச் செயல்பாடு ஆகும். பெரும்பாலான கணிதச் செயல்பாடுகளுக்கு நேர்மாறு (எதிர்மறை எனப் பொருள்படும்) செயல்பாடுகள் உண்டு. எடுத்துக்காட்டாக, கழித்தலானது, கூட்டலுக்கு நேர்மாறாகவும், வகுத்தலானது, பெருக்கலுக்கு நேர்மாறாகவும் உள்ளன. இவ்வாறே வர்க்கமானது வர்க்கமூலம் காணுதலை ஒரு நேர்மாறு செயல்பாடாக பெற்றுள்ளது.

ஏதேனும் ஒரு n என்ற எண்ணை, இரு ஒரே எண்களின் பெருக்கல்பலன் வழங்கினால் அந்த எண்ணானது n இன் வர்க்கமூலம் எனப்படும். இதனை $\sqrt{n}$ அல்லது $n^{\frac{1}{2}}$ எனக் குறிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக $\sqrt{81}$ என்பது 9 ஆகும். ஏனெனில் $9 \times 9 = 81$ ஆகும். அருகிலுள்ள அட்டவணையில், 1 முதல் 100 வரையிலான அனைத்து முழு வர்க்க எண்களின் வர்க்கமூலங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

வர்க்க மூலம்	காரணம்
$\sqrt{1} = 1$	$1^2 = 1$
$\sqrt{4} = 2$	$2^2 = 4$
$\sqrt{9} = 3$	$3^2 = 9$
$\sqrt{16} = 4$	$4^2 = 16$
$\sqrt{25} = 5$	$5^2 = 25$
$\sqrt{36} = 6$	$6^2 = 36$
$\sqrt{49} = 7$	$7^2 = 49$
$\sqrt{64} = 8$	$8^2 = 64$
$\sqrt{81} = 9$	$9^2 = 81$
$\sqrt{100} = 10$	$10^2 = 100$

$11^2 = 121$ எனில், $\sqrt{121}$ என்பது யாது? $529 = 23^2$ எனில், 529 இன் வர்க்கமூலம் யாது? நமக்கு, $324 = 18^2$ எனத் தெரியுமானால், உடனடியாக நாம் $\sqrt{324} = 18$ எனக் கூறி விடலாம்.

இங்கு, $1^2 = 1$ ஆகும். ஆகவே, 1 இன் வர்க்கமூலம் 1 ஆகும். மேலும் $(-1)^2 = 1$ ஆகும். ஆகவே, -1 ஆனதும் 1 இன் வர்க்கமூலம் ஆகும்.

$2^2 = 4$ ஆகும், ஆகவே 4 இன் வர்க்கமூலம் 2 ஆகும். மேலும் $(-2)^2 = 4$ ஆகும். ஆகவே, -2 ஆனதும் 4 இன் வர்க்கமூலம் ஆகும். இது போன்று, $3^2 = 9$ ஆகும். ஆகவே 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 ஆகும். மேலும் $(-3)^2 = 9$ ஆகும். ஆகவே 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 மற்றும் -3 எனத் தொடர்கிறது.

மேற்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள், ஒரு முழு வர்க்க எண்ணிற்கு, வர்க்கமூலங்களாக இரு முழுக்கள் இருப்பதைத் தெரிவிக்கின்றன. ஆனால், கணக்குகளில் நாம் ஓர் இயல் எண்ணின் மிகை வர்க்கமூலத்தையே எடுத்துக்கொள்வோம். ஓர் எண்ணின் மிகை வர்க்க மூலத்தை எப்போதும் $\sqrt{\ }$ என்ற குறியீட்டைக் கொண்டு குறிக்கப்படுகிறது.

ஆகவே, $\sqrt{4}$ என்பது 2 மட்டுமே (-2 அல்ல). மேலும், $\sqrt{9}$ என்பது 3 மட்டுமே (-3 அல்ல). இது பொதுவாக ஒப்புக் கொள்ளப்பட்ட குறியீடாகும் என்பதனை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

1.7.1 பகாக்காரணிப்படுத்துதல் மூலம் வர்க்கமூலம் காணுதல்

எண்களின் பகாக்காரணிகளையும் அந்த எண்களின் வர்க்கங்களின் பகாக்காரணிகளையும் கொண்ட பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனிக்க.

எண்கள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக்காரணிகள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வர்க்கங்கள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வர்க்கங்களின் பகாக்காரணிகள்
6	$6 = 2 \times 3$	$6^2 = 36$	$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 3)^2$
8	$8 = 2 \times 2 \times 2$	$8^2 = 64$	$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (2 \times 2 \times 2)^2$
12	$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^2 = 144$	$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 2 \times 3)^2$
15	$15 = 3 \times 5$	$15^2 = 225$	$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = (3 \times 5)^2$

6 மற்றும் அதன் பகாக்காரணிகளைக் கவனிக்கவும். இதில் 2 மற்றும் 3 ஆனது எத்தனை முறை பட்டியலில் வருகின்றன? இப்போது, அதன் வர்க்கமான 36 மற்றும் அதன் பகாக்காரணிகளைக் கவனிப்போம். இங்கு, 2 மற்றும் 3 ஆனது எத்தனை முறை வருகின்றன? இவ்வாறே 8, 12 மற்றும் 15 ஆகிய எண்களுக்கும் கண்டுபிடிக்கவும். (நாம் நமது விருப்பம் போல் எந்த ஓர் எண்ணையும் அதன் வர்க்கத்தையும் தேர்ந்தெடுக்கலாம்) நாம் காண்பது என்ன? நாம் காண்பது யாதெனில்,

ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தில் உள்ள பகாக்காரணிகளின் எண்ணிக்கை } = { அந்த எண்ணின் பகாக்காரணிகளின் எண்ணிக்கையைப் போன்று இரு மடங்கு என்பதாகும்.

இந்தக் கருத்தைப் பயன்படுத்தி நாம் ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காணலாம். முதலில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளைக் கொண்டு பிரிக்கவும். ஒரே பகாக் காரணிகளைச் சோடியாகி, அவற்றுள் ஒரு எண்ணை மட்டும் எடுத்து வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.24

பகாக் காரணிபடுத்துதல் முறையில் 324 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

முதலில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளைக் கொண்டு பிரிக்கவும். ஒரே பகாக் காரணிகளைச் சோடியாக்கி, அவற்றுள் ஒரு எண்ணை மட்டும் எடுத்து வர்க்கமூலம் காண வேண்டும்.

இங்கு, $324 = 2\times2\times3\times3\times3\times3$

$= 2^2\times3^2\times3^2$

$= (2\times3\times3)^2$

$\therefore \sqrt{324} = \sqrt{(2\times3\times3)^2}$

$= 2\times3\times3$

$= 18$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

எடுத்துக்காட்டு 1.25

250 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் பெருக்கவோ வகுக்கவோ அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. மேலும், அதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

5	250
5	50
5	10
2	2
	1

இங்கு, $250 = 5\times5\times5\times2$

$= 5^2\times5\times2$

இங்கு, பகாக் காரணிகளான 5 மற்றும் 2 இக்கு சோடிகள் இல்லை.

எனவே, நாம் 250 ஐ 10 (5×2) ஆல் பெருக்கவோ, வகுக்கவோ செய்யலாம்.

(i) 250 ஐ 10 ஆல் பெருக்க, நாம் பெறுவது $2500 = 5^2\times5\times2\times5\times2$. ஆகவே, 2500 இன் வர்க்கமூலம் $5\times5\times2 = 50$ ஆகும்.

(ii) 250 ஐ 10 ஆல் வகுக்க, நாம் பெறுவது 25. இங்கு $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ எனப் பெறுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.26

108 ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகுமா?

தீர்வு:

இங்கு, $108 = 2\times2\times3\times3\times3$

$= 2^2\times3^2\times3$

2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1



சிந்திக்க

இங்கு, 108 ஐப் பெருக்கி அல்லது வகுத்து ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாக்க, மிகச்சிறிய காரணியைக் காண வேண்டும் எனில், நாம் என்ன செய்ய வேண்டும்?

இங்கு, பகாக்காரணியான 3 இக்கு இரண்டாவது சோடி இல்லை. ஆகவே, 108 ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண் அல்ல.

1.7.2 நீள் வகுத்தல் முறையில் ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்

அதிகப்படியான இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்களை நாம் காணும்போது, அவற்றின் வர்க்கமூலங்களைப் பகாக்காரணிப்படுத்துதல் முறையில் காண்பது என்பது நீளமானதாகவும் கடினமானதாகவும் அமையக்கூடும். அவ்வாறான சூழல்களில், நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்துவது நமக்கு உதவிடும். இந்த முறையைப் பற்றி நாம் இரண்டு விளக்கங்களைக் கொண்டு இங்கு பார்க்கலாம்.

விளக்கம் 1

நீள் வகுத்தல் முறையில் 576 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

படி 1:

ஒன்றுகள் இடத்தில் உள்ள இலக்கம் தொடங்கி, இலக்கங்களைச் சோடியாக்கவும். ஒவ்வொரு சோடியும், மீதமுள்ள இலக்கமும் (ஏதேனும் இருப்பின்) ஒரு காலக் கட்டம் எனப்படும். ஒவ்வொரு சோடியின் மீதும் ஒரு சிறுக்கோட்டுத்துண்டினை இடவும் (கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் வலதுப் புறத்திலிருந்து). அந்த எண்ணில் ஒற்றை எண்ணிக்கையிலான இலக்கங்கள் இருப்பின், இடதுப்புற கடைசி இலக்கத்தின் மீது சிறுக்கோட்டுத்துண்டு இருக்காது.

$5\ \overline{76}$

ஆகவே, இங்கு நமக்கு $5\ \overline{76}$ என உள்ளது.

படி 2:

முதல் காலக் கட்டத்திலுள்ள எண்ணை விடச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ள மிகப் பெரிய எண்ணின் வர்க்கத்தைச் சிந்திக்கவும். அந்த எண்ணை வகுத்தியாகவும் ஈவு ஆகவும் எடுத்துக்கொள்ளவும். இங்கு, கடைசி இடதுப்புற எண் 5 ஆகும். ஆகவே, 5 இக்குச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ள மிகப் பெரிய எண்ணின் வர்க்கமானது 2 ஆகும். இதுவே, நமது வகுத்தியும் ஈவும் ஆகும்.

2×2, (2) | $5\ \overline{76}$, 4, 1

படி 3:

76 ஐ கீழே கொண்டு வந்து, மீதிக்கு வலதுபுறமாக எழுதவும். இப்போது, புதிய வகுபடும் எண்ணாக 176 ஆனது கிடைக்கும்.

2 | $5\ \overline{76}$ (ஈவு 2), 4, 1 76

படி 4:

புதிய வகுத்தியைக் காண, முன்பு பெற்ற ஈவு (2)ஐ 2 ஆல் (எப்போதும்) பெருக்க வேண்டும். மேலும், அதனருகே ஒரு சிறு இடத்தை விட்டு விட வேண்டும்.

$\times 2$: (2) → (4)

படி 5:

இங்கு புதிய வகுத்தியான 4 உடன் ஓர் இலக்கம் சேரும். புதிய ஈவுடன் புதிய வகுத்தியைப் பெருக்கினால் அது 176 ஐ விடக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்படி இந்த இலக்கத்தைத் தேர்வு செய்ய வேண்டும்.

(4)? | 1 76 $\leq$ பெருக்கல் பலன்

படி 6:

தேவையான இலக்கமாக இங்கு 4 அல்லது 6 ஆக இருக்கும் எனத் தெளிவாகிறது. (ஏன்?) ஆனால் நாம் கணக்கிடும்போது, $4\underline{6} \times \underline{6} = 276$ ஆகவும் $4\underline{4} \times \underline{4} = 176$ ஆகவும் கிடைக்கிறது. ஆகவே, அந்தச் சிறு இடத்தில் 4 என்ற எண்ணை இடுக்கிறோம். இங்கு 176 இலிருந்து 176 ஐ எழுதிக் கழித்து 0 ஐ மீதியாகப் பெறுகிறோம். அதாவது, மேலே உள்ள 24 என்ற ஈவானது 576 இன் வர்க்கமூலம் ஆகும்.

	2 (4)
2	$5\ \overline{76}$
	4
4(4)	1 76
	1 76
	0

$\therefore \sqrt{576} = 24$ ஆகும்.

விளக்கம் 2

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில், 288369 இன் வர்க்கமூலத்தை ஒவ்வொரு நிலையிலும் காணுதலும் படிவாரியாக கணக்கிடுதலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு படியையும் ஒன்றன் பின் ஒன்றாகக் கவனித்து, அந்த படிகள் விளக்குவதைப் புரிந்துகொள்ளவும்.

❶	❷	❸
$\overline{28}\ \overline{83}\ \overline{69}$	5 5 | $\overline{28}\ \overline{83}\ \overline{69}$ 25 3	5 5 | $\overline{28}\ \overline{83}\ \overline{69}$ 25 ↓ 10_ | 3 83
❹	**❺**	**❻**
5 3 5 | $\overline{28}\ \overline{83}\ \overline{69}$ 25 ↓ 103 | 3 83 3 09 74	5 3 5 | $\overline{28}\ \overline{83}\ \overline{69}$ 25 ↓ 103 | 3 83 3 09 ↓ 106_ | 74 69	5 3 7 5 | $\overline{28}\ \overline{83}\ \overline{69}$ ×2 25 ↓ 103 | 3 83 ×2 3 09 ↓ 1067 | 74 69 74 69 0

நாம் $\sqrt{288369} = 537$ எனக் காண்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.27

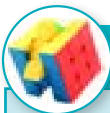
நீள் வகுத்தல் முறையில் 459684 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

நீள் வகுத்தல் முறையில் 459684 இன் வர்க்கமூலத்தை நாம் கீழே கொடுக்கபட்டுள்ளவாறுக் காணலாம்.

	6 7 8
6	$\overline{45}\ \overline{96}\ \overline{84}$
×2	36 ↓
127	9 96
×2	8 89 ↓
1348	1 07 84
	1 07 84
	0

$\therefore \sqrt{459684} = 678$



இவற்றை முயல்க

நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

1. 400 2. 1764 3. 9801

1.7.3 ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காணுதல்

நீள் வகுத்தல் முறையில், வர்க்கமூலத்தைக் காண நாம் சிறுக்கோட்டுத்துண்டினைப் பயன்படுத்தினோம். இந்தக் சிறுக்கோட்டுத்துண்டுக் குறிகள், ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண உதவும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளைக் கவனிக்கவும் (நீள் வகுத்தல் முறையில் சிறு கோட்டுத்துண்டுகளுடன் வர்க்கமூலத்தைக் காணும் போது).

எண்களின் வர்க்கமூலம்	குறிகளின் எண்ணிக்கை	வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை	எண்களின் வர்க்கமூலம்	குறிகளின் எண்ணிக்கை	வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை
$\sqrt{169} = 13$	2	2	$\sqrt{4356} = 66$	2	2
$\sqrt{441} = 21$	2	2	$\sqrt{6084} = 78$	2	2
$\sqrt{12544} = 112$	3	3	$\sqrt{27225} = 165$	3	3

ஆகவே, சிறுக்கோட்டுத்துண்டுகளின் எண்ணிக்கையானது வர்க்கமூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் என நாம் முடிவு செய்கிறோம்.



இவற்றை முயல்க

வர்க்கமூலத்தைக் கணக்கிடாமல், பின்வரும் எண்களின் வர்க்கமூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை ஊகித்துக் கூறவும்.

1. 14400 2. 390625 3. 100000000

1.7.4 தசம எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்

தசம வடிவிலுள்ள எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் கணக்கிட நாம் பின்வரும் படிகளைப் பின்பற்றுவோம்.

படி 1:

தசம இடங்கள் இரட்டையாக வரும்படி தசமப் பகுதியிலுள்ள கடைசி இலக்கத்திற்கு அடுத்து பூச்சியத்தைச் சேர்க்க வேண்டும் (தேவைப்பட்டால் மட்டுமே).

$\sqrt{42.25}$ ஐக் காணுதல்

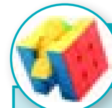
படி 2:

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணில் முழுக்களின் பகுதியும் தசமப் பகுதியும் உள்ளன. முழுக்கள் பகுதியை, முன்பு செய்ததுப் போன்று சிறு கோட்டுத்துண்டினை இட்டு, நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்திக் கண்டவாறு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

$\sqrt{\overline{42}.\overline{25}}$ இல் சிறுக்கோட்டுத்துண்டுகளை நாம் இடுகிறோம்.

படி 3:

தசமப் பகுதியில், முதல் தசம இடத்தில் தொடங்கிச் சோடி எண்களுக்குச் சிறு கோட்டுத்துண்டினை இட வேண்டும்.



இவற்றை முயல்க

1. 5.4756 2. 19.36 3. 116.64 ஆகியவற்றின் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

படி 4:
இப்போது, நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

படி 5:
முழுக்கள் பகுதி முடிந்தவுடன், தசமப் புள்ளியை வர்க்கமூலத்தில் இட வேண்டும்.

$\therefore \sqrt{42.25} = 6.5$

	6 5
6	$\overline{42}$ $\overline{25}$
	36
125	6 25
	6 25
	0

1.7.5 எண்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகியவற்றின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்

ஏதேனும் இரு மிகை எண்கள் a மற்றும் b இக்கு,

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ மற்றும் (ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b \neq 0)$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.28

$\sqrt{256}$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$\sqrt{256} = \sqrt{16\times16} = \sqrt{16}\times\sqrt{16} = 4\times4 = 16$ (அல்லது) $\sqrt{256} = \sqrt{64\times4} = \sqrt{64}\times\sqrt{4} = 8\times2 = 16.$



சிந்திக்க

$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$ ஐப் பயன்படுத்தி கோடிட்ட இடங்களை நிரப்ப முயற்சிக்கவும்:

$\sqrt{36}=6$	$\sqrt{9}\times\sqrt{4}=3\times2=6$	$\sqrt{36}=\sqrt{9}\times\sqrt{4}$ ஆகுமா?	$\sqrt{81}=?$	$\sqrt{9}\times\sqrt{9}=$ __ $\times$ __ $=$ __	$\sqrt{81}=\sqrt{9}\times\sqrt{9}$ ஆகுமா?
$\sqrt{144}=?$	$\sqrt{9}\times\sqrt{16}=$ __ $\times$ __ $=$ __	$\sqrt{144}=\sqrt{9}\times\sqrt{16}$ ஆகுமா?	$\sqrt{144}=?$	$\sqrt{36}\times\sqrt{4}=$ __ $\times$ __ $=$ __	$\sqrt{144}=\sqrt{36}\times\sqrt{4}$ ஆகுமா?
$\sqrt{100}=?$	$\sqrt{25}\times\sqrt{4}=$ __ $\times$ __ $=$ __	$\sqrt{100}=\sqrt{25}\times\sqrt{4}$ ஆகுமா?	$\sqrt{1225}=?$	$\sqrt{25}\times\sqrt{49}=$ __ $\times$ __ $=$ __	$\sqrt{1225}=\sqrt{25}\times\sqrt{49}$ ஆகுமா?



செயல்பாடு

மேற்கண்ட அட்டவணையைப் போன்று, a மற்றும் b ஆகிய இரு முழு வர்க்க எண்களுக்கு $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b \neq 0)$ ஆனது நிறைவு செய்யும்படி வர்க்கமூலக் கணக்குகளைக் கொண்ட ஓர் அட்டவணையைத் தயாரிக்க. இந்தச் சிந்தனையைப் பயன்படுத்திக் குறிப்பிட்ட சில வர்க்கமூலக் கணக்குகளை எளிதில் கணக்கிட முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.29

$\sqrt{42.25}$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

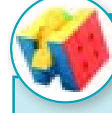
இதனை நாம், $\sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}}$ என எழுதலாம்.

இப்போது, 4225 என்ற முழு எண்ணின் வர்க்கமூலத்தை நீள் வகுத்தல் முறையில் எளிதாகக் கணக்கிட முடியும்.

$\sqrt{4225} = 65$ ஆகவே, நாம் பெறுவது

$$\sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}} = \frac{65}{10} = 6.5$$

இந்த முறையானது, தசம இடங்களைப் பற்றிக் கவலையில்லாமல், தசம எண்களின் வர்க்கமூலத்தை காணப் பயன்படும் மற்றொரு வழியாக அமைகிறது.



இவற்றை முயல்க

மேற்கண்ட முறையைப் பயன்படுத்தி 1.2321 மற்றும் 11.9025 ஆகிய எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 1.30

சுருக்குக: (i) $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{\frac{98}{162}}$

தீர்வு:

(i) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ என்பதை நினைவில் கொண்டு,

$$\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$$

(ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ என்பதை நினைவில் கொண்டு,

$$\sqrt{\frac{98}{162}} = \sqrt{\frac{2 \times 49}{2 \times 81}} = \sqrt{\frac{49}{81}} = \sqrt{\frac{7^2}{9^2}} = \frac{7}{9}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.31

சுருக்குக: (i) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ (ii) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

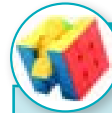
தீர்வு:

(i) $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{5^2}{3^2}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ (ii) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{5^2}{4^2}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

குறிப்புரை: (ii) கணக்கில், ஒருவரால் உடனடியாக விடையை $1\frac{3}{4}$ என கூறிவிடத் தோன்றும். ஆனால், அது தவறாகும். ஏனெனில், கொடுக்கப்பட்ட கலப்பு பின்னத்தைத் தகா பின்னமாக மாற்றிய பிறகு, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்தி மட்டுமே விடையைக் கூற வேண்டும்.

1.7.6 வர்க்கமூலங்களின் தோராய மதிப்பறிதல்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள $\sqrt{40}$, 6 மற்றும் 7 ஆகிய எண்களை உங்களால் ஏறுவரிசையில் எழுத இயலுமா? இங்கு 40 என்பது ஒரு வர்க்க எண் அல்ல. அதனால், இதன் வர்க்க மூலத்தை நாம் எளிதாக தீர்மானிக்க இயலாது. ஆனால், $\sqrt{40}$ இன் தோராய மதிப்பை ஊகிக்க முடியும். அதைக் கணித்து இங்கு பயன்படுத்தலாம்.



இவற்றை முயல்க

எண்களை ஏறு வரிசையில் எழுதவும்.

1. 4, $\sqrt{14}$, 5 மற்றும் 2. 7, $\sqrt{65}$, 8

40 இன் மிக அருகிலுள்ள இரு வர்க்க எண்களாக 36 மற்றும் 49 ஆகிய எண்கள் இருப்பதை நாம் அறிவோம்.

ஆகவே, $36 < 40 < 49$ என்பதை $6^2 < 40 < 7^2$ என எழுதலாம்.

வர்க்கமூலத்தை காண, நாம் பெறுவது $6 < \sqrt{40} < 7$.

பயிற்சி 1.4

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) 77 இன் வர்க்கத்திலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கமானது ____________ ஆகும்.

   (ii) 24^2 மற்றும் 25^2 ஆகியவற்றிற்கிடையே _______ எண்ணிக்கையிலான வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன.

   (iii) 300 இக்கும் 500 இக்கும் இடையே _______ முழு வர்க்க எண்கள் உள்ளன.

   (iv) ஓர் எண்ணில் 5 அல்லது 6 இலக்கங்கள் இருப்பின், அந்த எண்ணின் வர்க்கமூலத்தில் ____________ இலக்கங்கள் இருக்கும்.

   (v) $\sqrt{180}$ இன் மதிப்பானது _______ மற்றும் _______ என்ற முழுக்களிடையே இருக்கும்.

2. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக:**

   (i) ஒரு வர்க்க எண்ணானது 6 இல் முடியும் எனில், அதன் வர்க்கமூலமானது ஒன்றாம் இலக்கமாக எண் 6 ஐப் பெற்றிருக்கும்.

   (ii) ஒரு வர்க்க எண்ணானது கடைசியில் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூச்சியங்ககளைப் பெற்றிருக்காது.

   (iii) 961000 இன் வர்க்கத்தில் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கை 9 ஆகும்.

   (iv) 75 இன் வர்க்கமானது 4925 ஆகும்.

   (v) 225 இன் வர்க்கமூலம் 15 ஆகும்.

3. பின்வரும் எண்களின் வர்க்கம் காண்க.

   (i) 17 (ii) 203 (iii) 1098

4. பின்வரும் எண்களில் ஒவ்வொன்றும் முழு வர்க்கமா என ஆராய்க.

   (i) 725 (ii) 190 (iii) 841 (iv) 1089

5. பகாக்காரணிப்படுத்துதல் முறையில் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

   (i) 144 (ii) 256 (iii) 784 (iv) 1156 (v) 4761 (vi) 9025

6. நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

   (i) 1764 (ii) 6889 (iii) 11025 (iv) 17956 (v) 418609

7. பின்வரும் எண்களின் வர்க்க மூலங்களின் தோராய மதிப்பை அருகிலுள்ள முழு எண்ணிற்கு மதிப்பிடவும்:

   (i) $\sqrt{440}$ (ii) $\sqrt{800}$ (iii) $\sqrt{1020}$

8. பின்வரும் தசம எண்கள் மற்றும் பின்னங்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

   (i) 2.89 (ii) 67.24 (iii) 2.0164 (iv) $\frac{144}{225}$ (v) $7\frac{18}{49}$

9. 6666 இலிருந்து எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைக் கழித்தால் அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. அவ்வாறு கிடைத்த முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தையும் காண்க.

10. 1800 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் பெருக்கினால் அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. அவ்வாறு கிடைத்த முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தையும் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. 43 இன் வர்க்கமானது _______ என்ற இலக்கத்தில் முடியும்.

    (அ) 9 (ஆ) 6 (இ) 4 (ஈ) 3

12. 24^2 உடன் _______ ஐக் கூட்டினால் 25^2 ஐ பெறலாம்.

    (அ) 4^2 (ஆ) 5^2 (இ) 6^2 (ஈ) 7^2

13. $\sqrt{48}$ இன் தோராய மதிப்பானது _______ இக்குச் சமம்.

(அ) 5 (ஆ) 6 (இ) 7 (ஈ) 8

14. $\sqrt{128}-\sqrt{98}+\sqrt{18}$ =

(அ) $\sqrt{2}$ (ஆ) $\sqrt{8}$ (இ) $\sqrt{48}$ (ஈ) $\sqrt{32}$

15. 123454321 இன் வர்க்கமூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையானது _______ ஆகும்.

(அ) 4 (ஆ) 5 (இ) 6 (ஈ) 7

1.8 கனங்களும், கனமூலங்களும்

ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கி, மீண்டுமொருமுறை அதே எண்ணால் பெருக்கினால் கிடைப்பது கன எண் ஆகும். அதாவது, மூன்று ஒரே சம எண்களின் பெருக்கல்பலனே அந்த எண்ணின் கன எண் ஆகும். ஓர் எண்ணானது n எனில், அதன் கனத்தை n^3 எனக் குறிப்பிடுவோம்.

கன எண்களை, ஓரலகு கனங்களைக் கொண்ட முப்பரிமாணக் கனங்கள் மூலம் காட்சிப்படுத்தி விளக்கலாம். கன எண்களானது முழுக் கனங்கள் என்றும் அழைக்கப்படும். இயல் எண்களின் முழு கனங்களாக 1, 8, 27, 64, 125, 216, ... ஆகிய எண்கள் அமைகின்றன.

வடிவியல் பிரதிநிதித்துவம்	பெருக்கல் பிரதிநிதித்துவம்	குறியீடு	முழு கன சதுரம்
	$1\times1\times1$	1^3	1
	$2\times2\times2$	2^3	8
	$3\times3\times3$	3^3	27
	$4\times4\times4$	4^3	64



இராமானுஜன் எண் – $1729 = 12^3+1^3 = 10^3+9^3$

ஒரு சமயம், நோயுற்றிருந்த கணிதமேதை இராமானுஜனைப் பார்க்க, 1729 என்ற வாடகை மகிழுந்தில் கணித விரிவுரையாளர் ஹார்டி என்பவர், புட்னி என்ற இடத்திற்குப் பயணம் செய்தார். ஹார்டி, இராமானுஜனிடம் அந்த மகிழுந்தின் எண்ணானது மந்தமானதாகவும் சகுணம் சரி இல்லாத எண்ணாக இல்லாமலிருக்க தான் நம்புவதாகவும் கூறினார். அதற்கு இராமானுஜன், "அப்படி இல்லை" என்றவர், தொடர்ந்து "அது, இரு கன எண்களின் கூடுதலாக இரு வழிகளில் எழுத இயலும் மற்றும் ஆர்வத்தைத் தூண்டும் ஓர் மிகச் சிறிய எண்ணாகும்" என்று முடித்தார். இது போலவே 4104, 13832, 20683 ஆகியவை இராமானுஜன்–ஹார்டி எண்களின் எடுத்துக்காட்டுக்கள் ஆகும்.

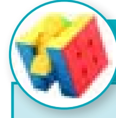
1.8.1 எண்களுடைய கனங்களின் பண்புகள்

	பண்புகள்	எடுத்துக்காட்டுகள்
1	மிகை எண்ணின் கனமானது மிகை எண்ணாகும்.	$6^3 = 6\times6\times6 = 216.$
2	குறை எண்ணின் கனமானது குறை எண்ணாகும்.	$(-7)^3 = (-7)\times(-7)\times(-7) = -343$
3	ஒவ்வொர் இரட்டைப்படை எண்ணின் கனமானது இரட்டைப்படை எண்ணாகும்.	$8^3 = 8\times8\times8 = 512$ என்பது இரட்டைப்படை எண்ணாகும்
4	ஒவ்வொர் ஒற்றைப்படை எண்ணின் கனமானது ஒற்றைப்படை எண்ணாகும்.	$9^3 = 9\times9\times9 = 729$ என்பது ஒற்றைப்படை எண்ணாகும்
5	ஓர் இயல் எண்ணானது 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 இல் முடிந்தால் அதன் கனமும் முறையே அதே 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 ஆகிய எண்களில் தான் முடியும்.	$10^3 = 1000$, $11^3 = 1331$, $14^3 = 2744$ $15^3 = 3375$, $16^3 = 4096$, $19^3 = 6859$
6	ஓர் இயல் எண்ணானது 2 அல்லது 8 இல் முடிந்தால். அதன் கனமானது முறையே 8 அல்லது 2 இல் முடியும்.	$12^3 = 1728$, $18^3 = 5832$
7	ஓர் இயல் எண்ணானது 3 அல்லது 7 இல் முடிந்தால் அதன் கனமானது முறையே 7 அல்லது 3 இல் முடியும்.	$13^3 = 2197$, $17^3 = 4913$
8	முதல் n இயல் எண்களுடைய கனங்களின் கூடுதலானது, முதல் n இயல் எண்களுடைய கூடுதலின் வர்க்கத்திற்கு சமமாகும்.	$1^3+2^3+3^3+.....+n^3 = (1+2+3+.....+n)^2$ ஆகவே, $1^3+2^3+3^3+4^3 = (1+2+3+4)^2$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்



குறிப்பு

- ஒரு முழு கனமானது இரண்டு பூச்சியங்களுடன் முடியாது.
- ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் கனத்தில் 4 அல்லது 5 அல்லது 6 இலக்கங்கள் இருக்க வாய்ப்புண்டு.



இவற்றை முயல்க

பின்வரும் எண்களின் கனத்திலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கத்தைக் காண்க.

1. 17 2. 12 3. 38
4. 53 5. 71 6. 84

1.8.2 கனமூலம்

ஒரு மதிப்பின் கனமானது அசல் எண்ணைத் தரும் எனில், அந்த மதிப்பானது அசல் எண்ணின் கனமூலம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, 27 இன் கனமூலம் 3 ஆகும். ஏனெனில், 3 இன் கனமானது 27–ஐ தரும்.

குறியீடு:

ஓர் எண் x இன் கனமூலமானது $\sqrt[3]{x}$ அல்லது $x^{\frac{1}{3}}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

இங்கு, சில கனங்களும் கனமூலங்களும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

கனம்	கனமூலம்	கனம்	கனமூலம்
1	1	729	9
8	2	1000	10
27	3	1331	11
64	4	1728	12
125	5	2197	13
216	6	2744	14
343	7	3375	15
512	8	4096	16

$\sqrt[3]{1} = 1$ ஏனெனில், $1^3 = 1$, $\sqrt[3]{8} = 2$ ஏனெனில், $2^3 = 8$,
$\sqrt[3]{27} = 3$ ஏனெனில், $3^3 = 27$, $\sqrt[3]{64} = 4$ ஏனெனில், $4^3 = 64$,
$\sqrt[3]{125} = 5$ ஏனெனில், $5^3 = 125$... எனத் தொடர்ந்துக்கொண்டே செல்லும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.32

400 என்பது ஒரு முழு கன எண்ணாகுமா?

தீர்வு:

பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம், நாம் $400 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 5 \times 5$ எனப் பெறுகிறோம். இங்கு, ஒரே ஒரு மூன்றன் தொகுதி மட்டுமே உள்ளது. மேற்கொண்டு மூன்றன் தொகுதிகளைப் பெற நமக்கு இன்னும் இரண்டு 2 களும் ஒரு 5 உம் தேவை. ஆகவே, 400 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 1.33

675 உடன் எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைப் பெருக்கினால் ஒரு முழு கன எண்ணைப் பெறலாம்?

தீர்வு:

3	675
3	225
3	75
5	25
5	1
	1

$675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ ....(1)

என நாம் பார்க்கிறோம். 675 இன் பகாக் காரணிகளை மூன்றன் தொகுதிகளாகப் பிரித்தால், 5×5 மட்டும் மீதமாக இருக்கும். ஆகவே, அதை முழு கன எண்ணாக ஆக்க நமக்கு மேலும் ஒரு 5 தேவை. ஆகவே, 675 ஐ ஒரு முழு கன எண்ணாக மாற்ற (1) இன் இருபுறமும் 5 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$675 \times 5 = (3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5) \times 5$

$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

இப்போது, 3375 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாகும். எனவே, 675 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாக, அதனுடன் பெருக்க வேண்டிய மிகச் சிறிய எண்ணானது 5 ஆகும்.



சிந்திக்க

இந்த வினாவில், 'பெருக்கினால்' என்பதற்கு பதிலாக 'வகுத்தால்' என மாற்றினால், தீர்வு எவ்வாறு மாறுபடும்?

1.8.3 பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் ஓர் எண்ணின் கனமூலம் காணுதல்

படி 1: கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை பகாக் காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாகப் பிரிக்க வேண்டும்.

படி 2: ஒரே பகாக் காரணிகளைக் கொண்ட மூன்றன் தொகுதிகளை அமைக்க வேண்டும்.

படி 3: ஒவ்வொரு மூன்றன் தொகுதியிலிருந்தும் ஓர் எண்ணைத் தேர்வு செய்து, அந்தப் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கல்பலனைக் கண்டு கனமூலத்தைக் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.34

27000 இன் கனமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

பகாக்காரணிப்படுத்துதல் மூலம், நாம் பெறுவது. $27000 = 2\times2\times2\times3\times3\times3\times5\times5\times5$

$$\therefore \sqrt[3]{27000} = 2\times3\times5 = 30.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.35

மதிப்பைக் காண்க: i) $\sqrt[3]{\frac{9261}{8000}}$ ii) $\sqrt[3]{\frac{1728}{729}}$

தீர்வு:

$$\text{(i)}\quad \sqrt[3]{\frac{9261}{8000}} = \frac{\sqrt[3]{9261}}{\sqrt[3]{8000}} = \frac{(21\times21\times21)^{\frac{1}{3}}}{(20\times20\times20)^{\frac{1}{3}}} = \frac{(21^3)^{\frac{1}{3}}}{(20^3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$

$$\text{(ii)}\quad \sqrt[3]{\frac{1728}{729}} = \frac{\sqrt[3]{1728}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{(12\times12\times12)^{\frac{1}{3}}}{(9\times9\times9)^{\frac{1}{3}}} = \frac{(12^3)^{\frac{1}{3}}}{(9^3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

பயிற்சி 1.5

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) 73 இன் கனத்திலுள்ள ஒன்றுகளின் இலக்கம் ______________ ஆகும்.
   (ii) ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் கனத்தில் அதிகபட்சமாக ________ இலக்கங்கள் இருக்கும்.
   (iii) 3333 உடன் மிகச்சிறிய எண்ணான ________ ஐ கூட்டினால், அது ஒரு முழு கன எண்ணாகும்.
   (iv) 540×50 இன் கனமூலம் _____________ ஆகும்.
   (v) 0.000004913 இன் கனமூலம் _____________ ஆகும்.



2. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக:**
   (i) 24 இன் கனமானது 4 என்ற இலக்கத்தில் முடியும்.
   (ii) 1729 இலிருந்து 10^3 ஐ கழித்தால் 9^3 கிடைக்கும்.
   (iii) 0.0012 இன் கனமானது 0.000001728 ஆகும்.
   (iv) 79570 என்ற எண்ணானது ஒரு முழு கன எண்ணல்ல.
   (v) 250047 இன் கன மூலமானது 63 ஆகும்.
3. 1944 ஒரு முழு கன எண்ணல்ல என நிருபிக்க.
4. 10985 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் வகுக்க, ஈவு ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாகும் எனக் காண்க.
5. 200 உடன் எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைப் பெருக்க, ஒரு முழு கன எண் கிடைக்கும் எனக் காண்க.
6. $24 \times 36 \times 80 \times 25$ இன் கனமூலம் காண்க.
7. பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் 729 மற்றும் 6859 ஆகியவற்றின் கன மூலத்தைக் காண்க.
8. 46656 இன் கனமூலத்தின் வர்க்க மூலம் என்ன?
9. ஓர் வர்க்க எண்ணின் கனமானது 729 எனில், அந்த எண்ணின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.
10. எந்த இரு மிகச் சிறிய முழு வர்க்க எண்களைப் பெருக்கினால் ஒரு முழு கன எண் கிடைக்கும் எனக் காண்க.



செயல்பாடு

$2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3$ $3^3 - 2^3 = 1 + 3 \times 2 \times 3$ $4^3 - 3^3 = 1 + 4 \times 3 \times 3$ என்பதைக் கவனித்து இந்த அமைப்பைக் கொண்டு $15^3 - 14^3$ இன் மதிப்பைக் காண்க.	$1^3 = 1 = 1$ $2^3 = 8 = 3 + 5$ $3^3 = 27 = 7 + 9 + 11$ என்பதைக் கவனித்து, இந்த அமைப்பைத் தொடர்ந்து, 7^3 இன் மதிப்பை அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் கூடுதலாகக் காண்க.

1.9 அடுக்குக்குறிகளும் படிகளும்



சில எண்களை எவ்வாறு வர்க்கங்களாகவும், கனங்களாகவும் எழுதலாம் என்பது நமக்குத் தெரியும். எடுத்துக்காட்டாக, 25 ஐ 5^2 எனவும் 125 ஐ 5^3 எனவும் எழுதுவோம்.

பொதுவாக, ஒரே காரணியின் தொடர் பெருக்கலைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையை நாம் **படி (Power)** என்கிறோம். இங்கு, எண் 5 ஆனது **அடிமானம் (Base)** எனப்படும். எண் 2 ஆனது **அடுக்கு (Exponent)** எனப்படும் (இது வழக்கத்தில் பெரும்பாலும் **படி** என்றே அழைக்கப்படுகிறது). அடுக்கு என்பது ஓர் அடிமான எண்ணானது எத்தனை முறை காரணியாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதை குறிப்பதாகும்.

1.9.1 மிகை அடுக்குகளைக் கொண்ட படிகள்

முழு எண்களை அடுக்குகளாகக் கொண்ட படிகளின் மதிப்பானது எப்போதும் விரைவாகக் கூடிக் கொண்டே செல்லும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டினைக் கவனிக்க.

$$2^1 = 2$$
$$2^2 = 2\times2=4$$
$$2^3 = 2\times2\times2=8$$
$$2^4 = 2\times2\times2\times2 =16$$
$$2^5 = 2\times2\times2\times2\times2=32$$
$$2^6 = 2\times2\times2\times2\times2\times2=64$$
$$2^7 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=128$$
$$2^8 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=256$$
$$2^9 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=512$$
$$2^{10} = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=1024$$

இதே வேகத்தில், 2^{100} இன் மதிப்பு என்னவாக இருக்கும் என நீ நினைக்கிறாய்?

இங்கு $2^{100}=1267650600228229401496703205376$ ஆகும்.

ஆகவே, நாம் பெரிய எண்களை எதிர்கொள்ளும்போது முழு எண்களை அடுக்குகளாகக் கொண்ட அடுக்குக் குறியீடானது பயனுள்ளதாக அமைகிறது என புரிந்து கொள்ளலாம்.

1.9.2 பூச்சியமும் குறை அடுக்குகளைக் கொண்ட படிகளும்

$2^5 = 32$
$2^4 = 16$
$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = ?$

இந்த அமைப்பைக் கவனிக்க. ஆரம்பம் முதல் கொண்டு, அடுத்தடுத்த படிகளில் என்ன நடக்கிறது? முடிவானது முந்திய படியின் மதிப்பில் பாதியாக இருப்பதைப் பார்க்கிறோம் அல்லவா. ஆகவே, 2^0 பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?

இதே போன்று 3^5, 3^4, 3^3 என அவற்றிற்கு ஓர் அட்டவணையைத் தயாரித்தால், அதிலிருந்து 3^0 பற்றி நாம் அறிவது யாது?

அதற்கு 2 இன் அமைப்பைப் பயன்படுத்தி, எந்தவொரு பூச்சியமற்ற எண்ணின் பூச்சிய அடுக்கானது 1 என்பதை நாம் காணலாம்.

$a^0 = 1$, இங்கு $a \neq 0$

$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = 1$
$2^{-1} = \frac{1}{2}$
$2^{-2} = \frac{1}{4}$
$2^{-3} = \frac{1}{8}$

இந்த அமைப்பை மேலும் நீட்டிப்புச் செய்தால் என்ன நடக்கிறது என்பதைப் பார்ப்போம். முன்பு போலவே, ஆரம்பம் முதல் கொண்டு அடுத்தடுத்த படிகளின் முடிவானது முந்தைய படியின் மதிப்பில் பாதியாக இருப்பதைக் காண்கிறோம்.

$2^0 = 1$ என்பதால், அடுத்தப் படியான 2^{-1} இன் மதிப்பானது முந்தைய படியின் மதிப்பினை 2 ஆல் வகுக்கக் கிடைப்பதாகும். அதாவது, $\frac{1}{2}$ ஆகும். அடுத்ததாக 2^{-2} இன் மதிப்பானது $\frac{1}{2}$ ஐ 2 ஆல் வகுக்க கிடைப்பது ஆகும். அதாவது $\frac{1}{4}$ ஆகும். இவ்வாறாக இது தொடரும்.

பொதுவாக $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, இங்கு m ஆனது ஒரு முழு எண் ஆகும்.

1.9.3 அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி எண்களின் விரிவாக்க அமைப்பைக் காணுதல்

கீழ் வகுப்புகளில், ஒரு முழு எண்ணை எவ்வாறு விரிவாக்கம் செய்து எழுதலாம் என்பதை கற்று இருக்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக,

$5832 = 5\times1000 + 8\times100 + 3\times10 + 2\times1$

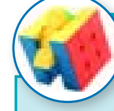
$= 5\times10^3 + 8 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2$ (நாம் அடுக்குக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தும் போது)

தசமப் புள்ளியில் எண்கள் தரப்பட்டால் அவற்றின் விரிவாக்கத்தை நாம் எப்படிச் செய்வது? இங்கு 10 இன் குறை அடுக்குகள் நமக்கு உதவிடும்!

ஆகவே, $58.32 = 50 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100}$

$= 5\times10 + 8\times1 + 3\times\frac{1}{10} + 2\times\frac{1}{100}$

$= 5\times10^1 + 8\times10^0 + 3\times 10^{-1} + 2\times 10^{-2}$



இவற்றை முயல்க

அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்களை விரிவாக்கம் செய்க.

1. 8120 2. 20305
3. 3652.01 4. 9426.521

1.9.4 அடுக்குகளின் விதிகள்

குறிப்பிட்ட அடிப்படை கருத்துக்களைக் கொண்டு அமைவனவே அடுக்குகளின் விதிகள் ஆகும். ஒரு மிகை அடுக்கானது நாம் ஓர் எண்ணை, பெருக்கலில் எத்தனை முறை பயன்படுத்துகிறோம் என்பதைக் குறிப்பதாகும். ஆனால், ஒரு குறை அடுக்கானது ஓர் எண்ணை, எத்தனை முறை வகுக்கப் பயன்படுத்துகிறோம் என்பதைக் குறிப்பதாகும். ஏனெனில், பெருக்கலின் நேர்மாறு வகுத்தலாகும்.

- **பெருக்கல் விதி**

இந்த விதியின்படி, ஒரே அடிமான எண்களைக் கொண்ட இரண்டு படி எண்களைப் பெருக்கும்போது, நாம் அதன் அடுக்குகளைக் கூட்டிக் கொள்ளலாம். அதாவது,

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

இங்கு, a $(a\neq0)$, m, n என்பது முழுக்கள் ஆகும். இங்கு, அடிமான எண்கள், இரண்டு படி எண்களிலும் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதைக் கவனிக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

(அ)	$2^3\times2^2 = 2^5$ (இங்கு $8\times4=32$ ஆகும். இது $2^{3\times2}$ அல்ல என்பதைக் கவனிக்கவும்)
(ஆ)	$(-2)^{-4}\times(-2)^{-3}=\frac{1}{(-2)^4}\times\frac{1}{(-2)^3}=\frac{1}{(-2)^4\times(-2)^3}=\frac{1}{(-2)^{4+3}}=\frac{1}{(-2)^7}=(-2)^{-7}$ அல்லது $(-2)^{-4}\times(-2)^{-3}=(-2)^{(-4)+(-3)}=(-2)^{-7}$
(இ)	$(-5)^3\times(-5)^{-3}=(-5)^{3-3}=(-5)^0=1$

- **வகுத்தல் விதி**

இந்த விதியின்படி, ஒரே அடிமான எண்களைக் கொண்ட இரண்டு படி எண்களை வகுக்கும் போது நாம் அதன் அடுக்குகளைக் கழித்துக் கொள்ளலாம். அதாவது,

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

இங்கு, a $(a \neq 0)$, m, n என்பன முழுக்கள் ஆகும். இங்கு, அடிமான எண்கள், இரண்டு படி எண்களிலும் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதைக் கவனிக்கவும்.

இது எவ்வாறு உண்மையாகிறது என்பதைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் அறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

<table>
<tr><td>(அ)</td><td>விதியின் படி, $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^{5-2} = (-3)^3 = -27$
அல்லது
$\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^5 \times (-3)^{-2} = (-3)^{5-2} = (-3)^3$
அல்லது
$\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = \frac{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}{(-3)\times(-3)} = (-3)\times(-3)\times(-3) = (-3)^3$</td></tr>
<tr><td>(ஆ)</td><td>விதியின் படி, $\frac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = (-7)^{100-98} = (-7)^2 = 49$
அல்லது
$\frac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = \frac{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots 100 \text{ முறை}}{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots\ 98 \text{ முறை}} = (-7)\times(-7) = 49$</td></tr>
</table>

- **படி விதி**

இந்த விதியின்படி, ஒரு படி எண்ணை மற்றொரு அடுக்கிற்கு உயர்த்தினால், நாம் அந்த அடுக்குகளைப் பெருக்கிக் கொள்ளலாம்.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

இங்கு a $(a \neq 0)$, m, n என்பன முழுக்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

விதியின்படி $[(-2)^3]^2 = (-2)^{3\times2} = (-2)^6 = 64$

அல்லது

$[(-2)^3]^2 = [(-2)\times(-2)\times(-2)]^2 = [-8]^2 = 64$



இவற்றை முயல்க

பின்வரும் விதிகளைச் சரிபார்க்க (மேலே செய்தது போன்று). இங்கு, a,b என்பன பூச்சியமற்ற முழுக்கள் எனவும் m, n ஆகியன முழுக்கள் எனவும் கொள்க.

1. ஒரே படிகளைக் கொண்ட இரு எண்களின் பெருகல்பலன் அந்த எண்களின் பெருக்கல்பலனின் படிக்குச் சமம் என்ற விதி : $a^m \times b^m = (ab)^m$.
2. ஒரே படிகளைக் கொண்ட இரு எண்களின் வகுத்தலானது அந்த எண்களின் வகுத்தலின் படிக்குச் சமம் என்ற விதி : $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$.
3. பூச்சிய அடுக்கு விதி : $a^0 = 1$.

எடுத்துக்காட்டு 1.36

மதிப்பு காண்க: (i) 4^{-3} (ii) $\frac{1}{2^{-3}}$ (iii) $(-2)^5 \times (-2)^{-3}$ (iv) $\frac{3^2}{3^{-2}}$

தீர்வு:

(i) $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4\times4\times4} = \frac{1}{64}$ (ii) $\frac{1}{2^{-3}} = 2^3 = 2\times2\times2 = 8$

(iii) $(-2)^5 \times (-2)^{-3} = (-2)^{5-3} = (-2)^2 = -2\times-2 = 4$ (iv) $\frac{3^2}{3^{-2}} = 3^2 \quad 3^2 = 9 \quad 9 = 81$

எடுத்துக்காட்டு 1.37

விடையை அடுக்குக்குறியீட்டில் சுருக்கி எழுதுக.

(i) $(3^5 \div 3^8)^5 \times 3^{-5}$ (ii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

தீர்வு:

(i) $\left(\frac{3^5}{3^8}\right)^5 \times 3^{-5} = (3^{5-8})^5 \times 3^{-5} = (3^{-3})^5 \times 3^{-5} = 3^{-3\times5} \times 3^{-5} = 3^{-15} \times 3^{-5} = 3^{-15-5} = 3^{-20}$

(ii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = 3^4 \times \frac{5^4}{3^4} = 5^4$

எடுத்துக்காட்டு 1.38

$(-7)^{x+2} \times (-7)^5 = (-7)^{10}$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$(-7)^{x+2} \times (-7)^5 = (-7)^{10}$$

$$(-7)^{x+2+5} = (-7)^{10}$$

இங்கு அடிமான எண்கள் சமம். ஆகவே, அடுக்குகளை சமன் செய்து நாம் பெறுவது,

$$x + 7 = 10$$

$$\Rightarrow x = 10 - 7 = 3$$

1.9.5 திட்டக் குறியீடும் அறிவியல் குறியீடும்

ஓர் எண்ணின் திட்டக் குறியீடு (வடிவம்) என்பது ஓர் எண்ணை நாம் வழக்கமாக எழுதுவதே ஆகும். நாம், ஓர் எண்ணின் ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் மதிப்பைக் காண்பிக்க விரிவாக்கக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம். அதாவது, அந்த எண்ணை ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் இட மதிப்பைக் கொண்டு பொருத்தி (ஒன்றுகள், பத்துகள், நூறுகள்… போன்று) அதனை ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் கூடுதலாக எழுதுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, **195** ஆனது திட்டவடிவில் உள்ளது. அதனை, **$195 = 1\times100 + 9\times10 + 5\times1$** என விரிவாக்கம் செய்யலாம்.

வானியலாளர்கள், உயிரியலாளர்கள், பொறியாளர்கள், இயற்பியலாளர்கள் என பலர் மிகச் சிறிய மற்றும் மிகப் பெரிய எண்களை அளவுகளாகக் கொண்ட பொருள்களை அவ்வப்போது எதிர் நோக்குகிறார்கள். அவர்கள், அவற்றைத் திட்டக் குறியீட்டில் எழுதினால், மற்றவர்களுக்கு எளிதாகப் புரியவோ அல்லது கணக்கிடவோ அமையாது. இவ்வாறான எண்களை எளிமையாகப் புரிந்துக் கொள்ளவும் கணக்கிடவும் ஒரு வழியாக நமக்கு அறிவியல் குறியீடு உதவுகிறது.

அறிவியல் குறியீட்டில் எழுத **$S \times 10^a$** என்ற வடிவத்தைப் பின்பற்ற வேண்டும். இங்கு **S** ஆனது 1 இக்கும் 10 இக்கும் (முழுக்கள் அல்லது தசம எண்கள்) இடையே உள்ள ஓர் எண்ணாகும். அது 10 ஆக இருக்கக்கூடாது. மேலும், a ஆனது ஒரு மிகை அல்லது குறை முழு ஆகும்.

ஓர் எண்ணை அறிவியல் குறியீட்டில், ஓர் எண்ணுடன் (முழுக்கள் அல்லது தசம எண்கள்) 10 இன் படியாகப் பெருக்கிக் காட்டுவதாகும். நாம் தசமத்தை (தசம புள்ளி) 1 இலிருந்து 9 க்குள் ஓர் எண் கிடைக்கும் வரை முன்பாகவோ அல்லது பின்னோக்கியோ நகர்த்தி செல்ல வேண்டும். தசமப் புள்ளியை முன்பாகவோ அல்லது பின்னாக்கியோ எத்தனை இடங்கள் நகர்த்தினோம் என்பதை வைத்து, 10 இன் படியை கூட்ட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

திட்ட வடிவம்	அறிவியல் குறியீடு	திட்ட வடிவம்	அறிவியல் குறியீடு
0.00123	1.23×10^{-3}	123	1.23×10^{2}
0.0123	1.23×10^{-2}	1230	1.23×10^{3}
0.123	1.23×10^{-1}	12300	1.23×10^{4}
1.23	1.23×10^{0}	123000	1.23×10^{5}
12.3	1.23×10^{1}	1230000	1.23×10^{6}

மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

(அ) பூமியின் விட்டமானது 12756000 மைல்கள் ஆகும், இதனை அறிவியல் குறியீட்டில் 1.2756×10^{7} மைல்கள் என எழுதலாம்.

(ஆ) வியாழன் கிரகத்தின் கன அளவு என்பது சுமார் 143,300,000,000,000 கி.மீ^{3} ஆகும். இதனை அறிவியல் குறியீட்டில் 1.433×10^{14} கி.மீ^{3} என எளிதாக எழுதலாம்.

(இ) பாக்டீரியாவின் அளவு 0.00000085 மி.மீ. இதனை, அறிவியல் குறியீட்டில் 8.5×10^{-7} மி.மீ என எளிதாக எழுதலாம்.



குறிப்பு

1. 1.3×10^{12} இல் உள்ள மிகை அடுக்கானது, அந்த எண்ணானது பெரியது எனக் குறிக்கிறது.
2. 7.89×10^{-21} இல் உள்ள குறை அடுக்கானது, அந்த எண்ணானது சிறியது எனக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 1.39

அறிவியல் குறியீடுகளை ஒன்று சேர்க்க: (i) $(7 \times 10^{2})(5.2 \times 10^{7})$ (ii) $(3.7 \times 10^{-5})(2 \times 10^{-3})$

தீர்வு:

(i) $(7 \times 10^{2})(5.2 \times 10^{7}) = 36.4 \times 10^{9} = 3.64 \times 10^{10}$ (ii) $(3.7 \times 10^{-5})(2 \times 10^{-3}) = 7.4 \times 10^{-8}$

எடுத்துக்காட்டு 1.40

திட்ட வடிவில் எழுதுக:

(i) 2.27×10^{-4} (ii) ஒளியானது ஒரு வினாடிக்கு 1.86×10^{5} மைல்கள் வேகத்தில் செல்லும்.

தீர்வு:

(i) $2.27 \times 10^{-4} = 0.000227$.

(ii) ஒளியானது வினாடிக்கு 1.86×10^{5} மைல்கள் என்ற வேகத்தில் செல்லும் = 186000 மைல்கள் என்ற வேகத்தில் செல்லும்.



இவற்றை முயல்க

1. திட்டக் குறியீட்டில் எழுதுக: யுரேனஸ் கிரகத்தின் எடை 8.68×10^{25} கி.கி ஆகும்.

2. அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக:
(i) 0.000012005 (ii) 4312.345 (iii) 0.10524
(iv) சூரியனுக்கும் சனி கிரகத்திற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 1.4335×10^{12} மைல்கள் ஆகும்.

பயிற்சி 1.6

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

(i) $(-1)^{\text{இரட்டை முழு எண்}}$ என்பது ________ ஆகும்.

(ii) $a \neq 0$ எனில், a^0 ___________ ஆகும்.

(iii) $4^{-3} \times 5^{-3} =$ ___________ ஆகும்.

(iv) $(-2)^{-7} =$ _____________ ஆகும்.

(v) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} =$ _____________ ஆகும்.

2. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக:**

(i) $8^x = \frac{1}{64}$, எனில், x இன் மதிப்பு -2 ஆகும்.

(ii) $(256)^{\frac{-1}{4}} \times 4^2$ இன் சுருங்கிய வடிவம் $\frac{1}{4}$ ஆகும்.

(iii) படி விதியைப் பயன்படுத்தி, $\left(3^7\right)^{-2} = 3^5$ ஆகும்.

(iv) 2×10^{-4} இன் திட்ட வடிவம் 0.0002 ஆகும்.

(v) 123.456 இன் அறிவியல் குறியீடு 1.23456×10^{-2} ஆகும்.

3. மதிப்பு காண்க: (i) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{-3}$ (iv) $\left(2^{-5} \times 2^7\right) \div 2^{-2}$ (v) $\left(2^{-1} \times 3^{-1}\right) \div 6^{-2}$

4. மதிப்பு காண்க: (i) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$ (iii) $2^7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

5. மதிப்பு காண்க: (i) $\left(5^0 + 6^{-1}\right) \times 3^2$ (ii) $\left(2^{-1} + 3^{-1}\right) \div 6^{-1}$ (iii) $\left(3^{-1} + 4^{-2} + 5^{-3}\right)^0$

6. சுருக்குக: (i) $(3^2)^3 \times (2 \times 3^5)^{-2} \times (18)^2$ (ii) $\frac{9^2 \times 7^3 \times 2^5}{84^3}$ (iii) $\frac{2^8 \times 2187}{3^5 \times 32}$

7. x இக்கு தீர்வு காண்க : (i) $\frac{2^{2x-1}}{2^{x+2}} = 4$ (ii) $\frac{5^5 \times 5^{-4} \times 5^x}{5^{12}} = 5^{-5}$

8. அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி விரிவாக்கம் செய்க : (i) 6054.321 (ii) 897.14

9. எண்ணைத் திட்ட வடிவில் காண்க:

(i) $8 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 2 \times 1 + 4 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-4}$

(ii) $5 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 5 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-3}$

(iii) ஹைட்ரஜன் அணுவின் ஆரம் 2.5×10^{-11} மீ.

10. பின்வரும் எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதவும்.

(i) 467800000000 (ii) 0.000001972 (iii) 1642.398

(iv) பூமியின் கன அளவு சுமார் 1,083,000,000,000 கன கிலோ மீட்டர்கள்.

(v) நீ ஒரு வாளியில் தூசுத் துகள்களைக் கொண்டு நிரப்பினால், பூமியின் முழு பகுதியில் வாளியிலுள்ள தூசுத் துகள்களின் எடையானது 0.0000000000000000000000016 கி.கி. ஆக இருக்கும்.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. $(-4)^{-1}$ உடன் எந்த எண்ணைப் பெருக்கினால், பெருக்கலானது 10^{-1} என ஆகும்?

(அ) $\frac{2}{3}$ (ஆ) $\frac{-2}{5}$ (இ) $\frac{5}{2}$ (ஈ) $\frac{-5}{2}$

12. $\left(-2\right)^{-3} \times \left(-2\right)^{-2}$ என்பது ______ ஆகும்.

(அ) $\frac{-1}{32}$ (ஆ) $\frac{1}{32}$ (இ) 32 (ஈ) −32

13. எது சரியல்ல?

(அ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{2} = 4^{-2}$ (ஆ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4}$ (இ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{2} = 16^{-1}$ (ஈ) $-\left(\frac{1}{4}\right)^{2} = 16^{-1}$

14. $\frac{10^{x}}{10^{-3}} = 10^{9}$ எனில் x ஆனது ______ ஆகும்.

(அ) 4 (ஆ) 5 (இ) 6 (ஈ) 7

15. 0.0000000002020 இன் அறிவியல் குறியீடு ______ ஆகும்.

(அ) 2.02×10^{9} (ஆ) 2.02×10^{-9} (இ) 2.02×10^{-8} (ஈ) 2.02×10^{-10}

பயிற்சி 1.7

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஒரு பெட்டியிலுள்ள $\frac{3}{4}$ பங்கு ஆப்பிள்களின் எடையானது 3 கி.கி 225 கிராம் எனில், ஒரு முழுப்பெட்டி ஆப்பிள்களின் எடை என்னவாக இருக்கும்?
2. மங்களம் $3\frac{4}{5}$ லிட்டர் கொள்ளளவு கொண்ட ஒரு தண்ணீர்க் குடுவையையும், அதைப்போன்று $2\frac{2}{3}$ மடங்கு அதிகக் கொள்ளளவு கொண்ட மற்றொரு குடுவையையும் வாங்குகிறாள் எனில், பெரிய குடுவை எவ்வளவு லிட்டர் தண்ணீரைக் கொள்ளும்?
3. இரவி $\frac{25}{8}$ மற்றும் $\frac{16}{15}$ ஆகிய எண்களைப் பெருக்கி, இந்த பெருக்கலின் எளிய வடிவமானது $\frac{10}{3}$ எனக் கூறுகிறான். சந்துரு எளிய வடிவில் விடையானது $3\frac{1}{3}$ என கூறுகிறான். யார் கூறுவது சரி? (அல்லது) இருவரும் கூறுவது சரியா? விளக்குக.
4. ஒரு அறையின் பரப்பு $\frac{153}{10}$ ச.மீ மற்றும் அதன் அகலம் $2\frac{11}{20}$ மீ எனில், அதன் நீளம் என்ன?
5. 4489 செ.மீ^{2} பரப்பளவு கொண்ட ஒரு தலைவரின் உருவப்படமானது சதுர வடிவில் உள்ளது. மேலும் படத்தைச் சுற்றிலும் 2 செ.மீ அளவு கொண்ட மரச்சட்டம் உள்ளது எனில், மரச்சட்டத்தின் பரப்பளவு என்ன?
6. ஒரு வாழ்த்து அட்டையின் பரப்பளவு 90 செ.மீ^{2}. எந்த இரு முழு எண்களுக்கிடையே அதன் பக்க அளவின் நீளம் இருக்கும்?
7. ஒரு சதுர டெசி மீட்டர் பரப்பு கொண்ட 225 சதுர வடிவிலான நிறத்திட்டு ஓடுகள் முறையே ஒரு சதுர வடிவிலான தாழ்வாரத்தை முழுவதுமாக நிரப்புகின்றன எனில், சதுர வடிவிலான தாழ்வாரத்தின் பக்கம் ஒவ்வொன்றின் நீளமும் என்னவாக இருக்கும்?
8. $\sqrt[3]{1906624} \times \sqrt{x} = 3100$ எனில், x ஐக் காண்க.
9. $2^{m-1} + 2^{m+1} = 640$ எனில், m ஐக் காண்க.
10. அறிவியல் குறியீட்டில் விடையை எழுதவும்.
    ஒரு மனித இதயமானது சராசரியாக வினாடிக்கு 80 முறைத் துடிக்கிறது எனில், அது
    i) ஒரு மணி நேரத்தில் ii) ஒரு நாளில் iii) ஓர் ஆண்டில் iv) 100 ஆண்டுகளில்
    எத்தனை முறைத் துடிக்கும்?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

11. ஒரு வரைபடத்தில், ஒரு அங்குலமானது 120 கி.மீ ஐக் குறிக்கும். நகரம் A ஆனது, B மற்றும் C ஆகிய நகரங்களுக்கு இடையே அமைந்துள்ளது. மேலும், நகரம் A இலிருந்து B மற்றும் C ஆகிய இரு நகரங்கள் முறையே $4\frac{1}{6}$ அங்குலம் மற்றும் $3\frac{1}{3}$ அங்குலம் தொலைவுகளில் உள்ளன எனில், அவற்றுக்கிடையே உள்ள உண்மையான தொலைவினைக் காண்க.
12. பின்வரும் கூற்றுகள் ஒவ்வொன்றையும் ஓர் எடுத்துக்காட்டுடன் சரிபார்.
    (i) பூச்சியமற்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கு வகுத்தலானது அடைவுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.
    (ii) விகிதமுறு எண்களுக்கு கழித்தலானது பரிமாற்றுப் பண்பினை நிறைவு செய்யாது.
    (iii) விகிதமுறு எண்களுக்கு வகுத்தலானது சேர்ப்புப் பண்பினை நிறைவு செய்யாது.
    (iv) விகிதமுறு எண்களுக்கு கழித்தலின் மீதான பெருக்கலின் பங்கீட்டு விதி உண்மையாகும். அதாவது, $a(b-c)=ab-ac$.
    (v) இரு விகிதமுறு எண்களின் சராசரியானது அவற்றிற்கிடையில் அமையும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.
13. $\frac{1}{4}$ பங்கு கேழ்வரகு அடையின் எடை 120 கிராம் எனில், அதே கேழ்வரகு அடையின் $\frac{2}{3}$ பங்கின் எடை என்ன?
14. $p+2q=18$ மற்றும் $pq=40$ எனில், $\frac{2}{p}+\frac{1}{q}$ மதிப்பைக் காண்க.
15. $5\frac{x}{5}\times 3\frac{3}{4}=21$ எனில், x ஐக் காண்க.
16. $\frac{1}{\left(\frac{10}{11}\right)}$ ஆனது $\frac{\left(\frac{1}{10}\right)}{11}$ ஐக் காட்டிலும் எவ்வளவு அதிகம்?
17. 1536 படைப் பயிற்சி மாணவர்கள் சதுர வடிவில் அணிவகுப்பு செய்ய விரும்பினர். இது சாத்தியமாகுமா? சாத்தியமில்லை எனில், மேலும் எத்தனை படைப் பயிற்சி மாணவர்கள் கூடுதலாகத் தேவை?
18. $\sqrt{286225}$ இன் மதிப்பு காண்க. அதனைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{2862.25}+\sqrt{28.6225}$ ஐ கணக்கிடுக.
19. சுருக்குக: $(3.769\times 10^5)+(4.21\times 10^5)$
20. சிறியதிலிருந்து பெரியது என வரிசைப்படுத்துக: $16^{25}, 8^{100}, 3^{500}, 4^{400}, 2^{600}$

பாடச்சுருக்கம்

- $\frac{a}{b}$ என்ற வடிவில் எழுதக்கூடிய ஒரு எண்ணானது விகிதமுறு எண் எனப்படும். இங்கு a மற்றும் b முழுக்களாகும் மற்றும் $b\neq 0$.
- அனைத்து இயல் எண்கள், முழு எண்கள், முழுக்கள் மற்றும் பின்னங்கள் ஆகியவை விகிதமுறு எண்களாகும்.
- ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணையும் எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.
- 0 ஆனது மிகை விகிதமுறு எண்ணுமல்ல குறை விகிதமுறு எண்ணுமல்ல.
- ஒரு விகிதமுறு எண் $\frac{a}{b}$ இல், பகுதி b ஆனது மிகை முழுவாகவும், (a,b) இன் மீ.பொ.வ $=1$ எனவும் இருந்தால், அது திட்ட வடிவில் உள்ளது.
- இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையில், எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.
- இரு விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் என்பது முதல் விகிதமுறு எண்ணோடு, இரண்டாவது விகிதமுறு எண்ணின் கூட்டல் நேர்மாறைக் கூட்டுவதற்குச் சமமாகும்.

- இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கலானது, தொகுதிகளின் பெருக்கல் பலனைத் தொகுதியாகவும், பகுதிகளின் பெருக்கல் பலனைப் பகுதியாகவும் எழுதக் கிடைக்கும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.
- இரு விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் என்பது, முதல் விகிதமுறு எண்ணோடு இரண்டாவது விகிதமுறு எண்ணின் தலைகீழியைப் பெருக்குவதாகும்.
- விகிதமுறு எண்களுக்கான பண்புகளின் அட்டவணை கீழே உள்ளது.

Q	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு	+/− மீதான பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு
+	✓	✓	✓	✓
−	✓	×	×	✓
×	✓	✓	✓	–
÷	×	×	×	–

- விகிதமுறு எண்களுக்கு, 0 மற்றும் 1 ஆனது முறையே கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் சமனிகள் ஆகும்.
- $\frac{a}{b}$ இன் கூட்டல் நேர்மாறு $\frac{-a}{b}$. இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும்.
- $\frac{a}{b}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் பெருக்கல் தலைகீழி அல்லது பெருக்கல் நேர்மாறு $\frac{b}{a}$. ஏனெனில், $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$ ஆகும்.
- நம்மால் ஓர் இயல் எண் n ஐ, மற்றொரு இயல் எண் m ஐக் கொண்டு $n = m^2$ என்றிருக்குமாறு காண இயலும் எனில், n ஆனது ஒரு வர்க்க எண் எனப்படும்.
- ஏதேனும் ஒரு n என்ற எண்ணை, இரு ஒரே எண்களின் பெருக்கல்பலன் வழங்கினால் அந்த எண்ணானது n இன் வர்க்கமூலம் எனப்படும். இதனை $\sqrt{n}$ அல்லது $n^{\frac{1}{2}}$ எனக் குறிக்கலாம்.
- ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தில் உள்ள பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கையானது அந்த எண்ணின் பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கையைப் போன்று இரு மடங்காகும்.
- ஏதேனும் இரு மிகை எண்கள் a மற்றும் b இக்கு
  (i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$ மற்றும் (ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b\neq 0)$ ஆகும்.
- ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கி மீண்டுமொருமுறை அதே எண்ணால் பெருக்கினால் கிடைப்பது கன எண் ஆகும். அதாவது, மூன்று ஒரே சம எண்களின் பெருக்கல்பலனே அந்த எண்ணின் கன எண் ஆகும்.
- ஒரு மதிப்பின் கனமானது அசல் எண்ணைத் தரும் எனில், அந்த மதிப்பானது அசல் எண்ணின் கன மூலம் எனப்படும்.
- ஒரே காரணியின் தொடர் பெருக்கலைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையை நாம் படி என்கிறோம்.
- அடுக்கு என்பது ஒரு அடிமான எண்ணானது எத்தனைக் முறை காரணியாக பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதை குறிப்பதாகும்.
- அடுக்கு விதிகள்: (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (iii) $(a^m)^n = a^{mn}$
- மற்ற முடிவுகள்: (i) $a^0 = 1$ (ii) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$ (iv) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
- அறிவியல் குறியீட்டில் எழுத $S\times 10^a$ என்ற வடிவைப் பின்பற்ற வேண்டும். இங்கு S ஆனது 1 இக்கும் 10 இக்கும் (முழுக்கள் அல்லது தசம எண்கள்) இடையே உள்ள ஓர் எண்ணாகும். அது 10 ஆக இருக்கக்கூடாது. மேலும், a ஆனது ஒரு மிகை அல்லது குறை முழு ஆகும்.

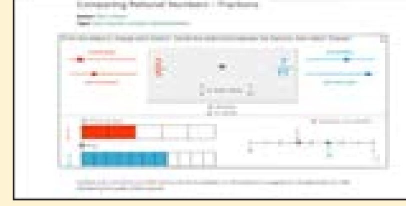
இணையச் செயல்பாடு — எண்கள்

படி – 1 கூகுள் தேடுபொறியில் www.Geogebra.com தட்டச்சு செய்யவும் (அ) விரைவுக் குறியீட்டினை (QR CODE) பயன்படுத்தவும்

படி - 2 தேடு பகுதியில் Rational Numbers எனத் தட்டச்சு செய்யவும்

படி- 3 எண்கோட்டில் வெவ்வேறு விகிதமுறு எண்களின் பகுதி மற்றும் தொகுதியை நகர்த்தி ஒருமாதிரி எண்கோட்டினைப் பார்க்கலாம்.

இந்த செயல்பாடுகள் மூலம் விகிதமுறு எண்கள் செயல்பாடுகள் மற்றும் அதன் அடிப்படைப் பண்புகளை நன்கு அறியலாம்.







படி 1



படி 2

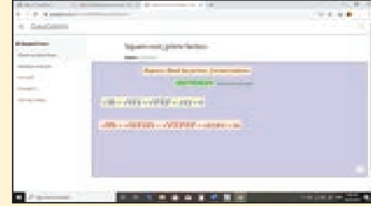
இணையஉரலி: விகிதமுறு எண்கள்.
https://www.geogebra.org/m/n92AKzBF#material/ca5D7VbZ
படங்கள் அடையாளங்களை மட்டுமே குறிக்கும்.
இந்த பக்கத்தை பார்க்க தேடுபொறி தேவையென்றால் Flash Player அல்லது Java Script அனுமதிக்கவும்.

இணையச் செயல்பாடு

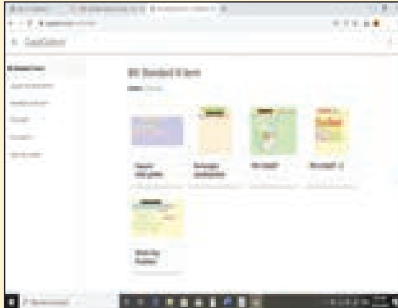
படி – 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Square root_prime factors' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி - 2 "NEW PROBLEM" ஐக் கிளிக் செய்க. கணக்கீட்டைச் சரிபார்த்து நீங்களே வேலை செய்யுங்கள்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு







படி 1



படி 2

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்
எண்கள்:
https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

2 அளவைகள்

கற்றல் நோக்கங்கள்

- வட்டத்தின் பகுதிகளை அறிதல்.
- வட்டவில்லின் நீளம், வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கணக்கிடுதல்.
- கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கணக்கிடுதல்.
- இரு பரிமாண வடிவங்களின் மூலம் முப்பரிமாண வடிவங்களைக் குறிப்பிடுதலைப் புரிந்து கொள்ளுதல் .
- கனச்சதுரங்களின் மூலம் முப்பரிமாண பொருள்களை குறிப்பிடுதல்.



2.1 அறிமுகம்

அளவிடுதல் என்பது ஒவ்வொருவரும் தன் அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தும் முக்கியப் பகுதியாகும். கயிற்றின் நீளத்தை அளத்தல், இரு இடங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவினை அளத்தல், வீட்டு மனை மற்றும் நிலங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு ஆகியவற்றைக் கண்டறிதல், குறிப்பிட்ட அளவுகளின்படி கட்டடங்களைக் கட்டுதல் போன்ற எண்ணற்ற சூழல்களில் அளவியலின் கருத்து பயன்படுகிறது.

மனிதனின் முக்கியமான கண்டுபிடிப்பாகச் சக்கரத்தைக் கூறுகின்றனர். சக்கரத்திற்குக் கண்டுபிடிப்புகளின் தொட்டில் என்றொரு பெயரும் உண்டு. சக்கரத்தின் வடிவம் என்ன? வட்டம் அல்லவா! வட்டம் மட்டுமின்றி முக்கோணம், சதுரம் மற்றும் செவ்வகம் எனப் பல்வேறு வடிவங்களை நாம் பயன்படுத்தும் பொருட்களில் காண முடிகிறது.

அளவியல் ஒவ்வொருவரின் வாழ்விலும் முக்கியப் பங்கினை வகிக்கிறது. பள்ளிக்குச் சென்று முறையாகக் கணிதம் கற்போர் மட்டுமல்லாது, பாமரர்களும் தர்க்க ரீதியாகச் சிந்தித்து அளவியல் சார்ந்த சில கருத்துக்களைத் தேவைக்கேற்ப பயன்படுத்துகின்றனர். உதாரணமாக, தேர்ச் சக்கரங்கள் செய்யும் பணியாளர் ஒருவர், மரத்தாலான சக்கரங்கள் தேயாமல் இருக்க அவற்றைச் சுற்றி இரும்புப்பட்டையைப் பொருத்தும்பொழுது, 7 அடி உயரம் (விட்டம்) கொண்ட சக்கரத்திற்கு 22 அடி நீளமுள்ள இரும்புப்பட்டை தேவைப்படுகிறது என்று தனது அனுபவத்திலேயே கூறுகிறார்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் அளவைகள்

	
உணவு மேசை தயாரித்தலில் வட்டகோணப்பகுதியின் பயன்பாடு	கட்டடங்கள் கட்டுதலில் கூட்டு வடிவங்களின் பயன்பாடு

வட்டம், முக்கோணம், சதுரம், செவ்வகம், சரிவகம் மற்றும் இணைகரம் போன்ற சில வடிவங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காணும் முறையை நாம் ஏற்கனவே அறிந்திருக்கிறோம். இந்த இயலில், வட்டத்தின் பகுதிகள், வட்டவில்லின் நீளம், வட்டகோணப்பகுதி மற்றும் சில கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கண்டறியும் முறையைக் காண்போம்.

மீள்பார்வை

ஆசிரியர் தனது மாணவர்களிடம் 7 செ.மீ. ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுமாறு கூறுகிறார். பெரும்பாலான மாணவர்கள் வழிமுறை 1இல் உள்ளவாறு தீர்வு காண்கின்றனர், ஆனால், சில மாணவர்கள் வழிமுறை 2 இல் உள்ளவாறு தீர்வு காண்கின்றனர்.

வழிமுறை 1	வழிமுறை 2
வட்டத்தின் பரப்பளவு, $A = \pi r^2$ ச.அலகுகள் $= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ $= 154$ ச.செ.மீ	வட்டத்தின் பரப்பளவு, $A = \pi r^2$ ச.அலகுகள் $= 3.14 \times 7 \times 7$ $= 153.86$ ச.செ.மீ

பிறகு, அவர்கள் பின்வருமாறு உரையாடினர்:

சுதா : இந்த இரண்டு விடைகளுள் எது சரியானது, ஐயா?

ஆசிரியர் : இரண்டு விடைகளும் சரி, ஆனால் தோராயமானவை ஆகும்.

சுதா : ஒரே வினாவிற்கு இரண்டு விடைகளைப் பெறுவது எவ்வாறு சாத்தியமாகும், ஐயா?

ஆசிரியர் : உண்மையில் இதற்கு, $\pi \times 7 \times 7 = 49\pi$ ச.செ.மீ. எனத் துல்லியமாகவும் தீர்வு காணலாம்.

மீனா : சதுரம் மற்றும் செவ்வகம் போன்ற வடிவங்களின் பரப்பளவைக் காணும் போது நாம் அனைவரும் ஒரே மாதிரியான விடையைப் பெறுகிறோம். ஆனால், வட்டத்தின் பரப்பளவு மட்டும் ஏன் வெவ்வேறாக உள்ளது?

ஆசிரியர் : π இன் மதிப்பு என்ன?

மீனா : π இன் மதிப்பு $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஆகும்.

ஆசிரியர் : உண்மையில் அதன் மதிப்பு $\frac{22}{7}$ உம் அல்ல, 3.14 உம் அல்ல. அவை π இன் தோராய மதிப்புகள் ஆகும்.

மீனா : பிறகு, π இன் சரியான மதிப்பு என்ன ஐயா?

ஆசிரியர் : π ஆனது ஒரு மாறிலியானாலும், அது ஒரு முடிவுறா சுழல்தன்மையற்ற தசம எண் ஆகும். ஆகவே அதன் சரியான மதிப்பைப் பயன்படுத்தாமல், எளிமையாகத் தீர்வு காண்பதற்காக $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஐ எனப் பயன்படுத்துகிறோம்.

சிந்திக்க



1. $\frac{22}{7}$ மற்றும் 3.14 ஆகியவை விகிதமுறு எண்களாகும். π ஆனது ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகுமா? ஏன்?
2. π தினம் எப்பொழுது கொண்டாடப்படுகிறது? ஏன்?

மீனா : அப்படியெனில் வட்டத்தின் பரப்பளவானது எப்பொழுதும் தோராயமானதாகவே இருக்குமா, ஐயா?

ஆசிரியர் : இல்லை. π இக்கு எந்த மதிப்பும் பிரதியிடாதவரை துல்லியமான தீர்வாகும். π இக்கு $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஐப் பிரதியிட்டால் கிடைக்கும் தீர்வுகளே தோராயமானது.

மீனா : ஆகவே, மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்கிற்கு 49π ச.செ.மீ. என்பதே சரியான விடையாகும். 154 ச.செ.மீ. மற்றும் 153.86 ச.செ.மீ. ஆகியவை தோராயமான விடைகளே ஆகும். நான் கூறுவது சரிதானே ஐயா?

ஆசிரியர் : ஆம், நீ கூறுவது சரிதான் மீனா.



வட்டத்தின் சுற்றளவு $2\pi r$ அலகுகள், இதனை πd அலகுகள் என்றும் எழுதலாம். $\pi = 3.14$ (தோராயமாக) மற்றும் மூன்றை விடச் சற்று அதிகம் என்பதால், 'd' அலகு விட்டம் கொண்ட ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவானது விட்டத்தைப் போல் மூன்று மடங்குக்கும் சற்று அதிகமானதாக இருக்கும். இது சில சூழலில் வட்டத்தின் தோராயமான சுற்றளவை நாம் விரைவாகக் கணிக்க உதவும்.

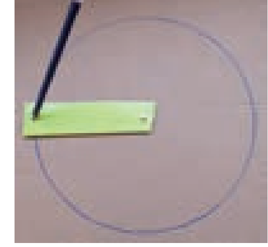
எடுத்துக்காட்டாக,

3 மீ விட்டமுள்ள வட்டவடிவ மேசையினைப் பூச்சரத்தால் அலங்கரிக்க 9 மீட்டருக்கும் சற்று அதிக நீளமுள்ள பூச்சரம் தேவை.



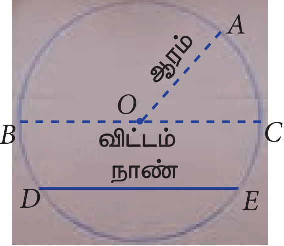
2.2 வட்டத்தின் பகுதிகள்

வட்டம் என்பது ஒரு தளத்திலுள்ள ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து சம தொலைவில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை ஆகும். நிலையான புள்ளியானது **வட்ட மையம்** என்றும், சமதொலைவு ஆனது **ஆரம்** என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.



படம் 2.1

மேலும், வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு **நாண்** எனப்படும். ஒரு நாண், வட்டத்தை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கிறது. வட்டத்தின் மையப்புள்ளி வழியே செல்லும் நாண் **விட்டம்** ஆகும். ஒரு வட்டத்தின் விட்டமானது, அந்த வட்டத்தை இரு சம அளவுள்ள வட்டத்துண்டுகளாகப் பிரிக்கிறது. மேலும், அது வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் ஆகும்.



படம் 2.2



செயல்பாடு

1. ஒரு காகிதத்தில், வளையலைப் பயன்படுத்தி ஒரு வட்டம் வரைந்து அதைத் தனியாக வெட்டி எடுத்துக்கொள்க. வட்டத்தின் பரிதியில் ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை A மற்றும் B எனக் குறிக்க. A மற்றும் B வழியே வட்டத்தை மடிக்க. இப்பொழுது கிடைக்கும் மடிப்புக் கோடு நாணைக் குறிக்கிறது.
2. காகிதமடிப்பு முறையில், ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு விட்டங்கள் மற்றும் அதன் மையம் ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி.
3. ஒரு வட்டத்தின் விட்டமானது ஆரத்தைப் போல் இருமடங்கு ஆகும் என்பதைச் சரிபார்க்க.

2.2.1 வட்டவில் மற்றும் வட்டக்கோணப் பகுதி

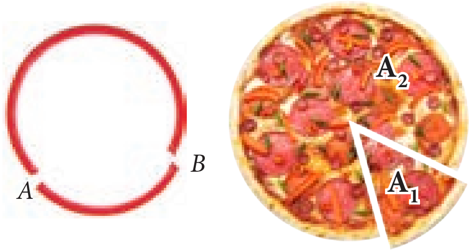
படம் 2.3 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கண்ணாடி வளையலையும், வேகப்பத்தையும் (Pizza) உற்று நோக்குக.

இரண்டும் வட்ட வடிவில் இருந்தாலும், வளையலானது வட்டத்தைச் சுற்றி அமைந்திருக்கும் எல்லையையும், வேகப்பமானது எல்லைக்குள் அடைபடும் சமதளப் பகுதியையும் குறிக்கிறது. அதாவது வளையல் வட்டத்தின் பரிதியையும், வேகப்பம் வட்டத்தின் பரப்பளவையும் குறிப்பதாக அமைகின்றது.



படம் 2.3

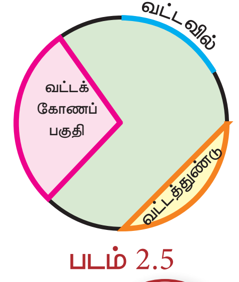
அவற்றிலிருந்து ஒரு பகுதியைப் படம் 2.4 இல் காட்டியுள்ளவாறு வெட்டியெடுப்பதாகக் கொள்வோம். வளையல் துண்டுகள் ஒவ்வொன்றும் வட்டவில்லைக் குறிக்கிறது. $\overset{\frown}{AB}$ என்பது சிறிய வட்டவில்லையும், $\overset{\frown}{BA}$ பெரிய வட்டவில்லையும் குறிக்கிறது. அதேபோன்று வேகப்பத்தின் பகுதிகள்



படம் 2.4

ஒவ்வொன்றும் வட்டக்கோணப்பகுதியைக் குறிக்கிறது. A_1 என்பது சிறிய வட்டக்கோணப்பகுதியையும், A_2 என்பது பெரிய வட்டக்கோணப் பகுதியையும் குறிக்கிறது.

- ஒரு வட்டத்தின் வட்டப் பரிதியின் ஒரு பகுதியே **வட்டவில்** ஆகும்.
- ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு ஆரங்களாலும், அந்த ஆரங்களால் வட்டப் பரிதியில் வெட்டப்படும் வில்லாலும் அடைபடும் சமதளப்பகுதி **வட்டக்கோணப்பகுதி** ஆகும்
- ஒரு நாண் வட்டத்தை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கிறது. ஒவ்வொரு பகுதியும் **வட்டத்துண்டு** என அழைக்கப்படுகிறது.

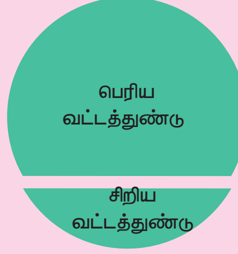


படம் 2.5



குறிப்பு

பெரிய வட்டவில்லினைத் தாங்கும் வட்டப்பகுதி 'பெரிய வட்டத்துண்டு' என்றும் சிறிய வட்டவில்லினைத் தாங்கும் வட்டப்பகுதி 'சிறிய வட்டத்துண்டு' என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.



சிந்திக்க





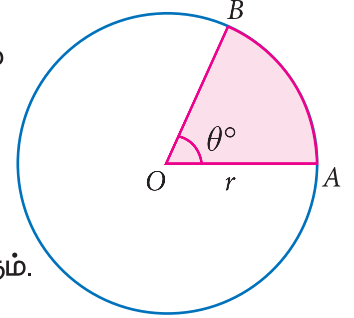
படம் 2.6

படத்தில் உள்ள வட்டம் ஆறு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றை வட்டக்கோணப் பகுதிகள் என்று கூறலாமா? ஏன்?

வட்டமையக்கோணம்

ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியானது, அவ்வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் வட்டமையக்கோணம் ஆகும். வட்டமையக்கோணத்தின் உச்சியானது வட்டத்தின் மையம் ஆகும். அதன் இரு கைகளாக ஆரங்கள் உள்ளன. படம் 2.7 இல், நிழலிடப்பட்ட வட்டக்கோணப் பகுதியின் வட்டமையக்கோணம் $\angle AOB = \theta^\circ$ (Theta என்று படிக்க வேண்டும்) மற்றும் அதன் இரு கைகள் OA மற்றும் OB ஆகியவை ஆரங்கள் ஆகும்.

ஒரு வட்டத்தின் மையக்கோணம் 360° ஆகும். வட்டமானது 'n' சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டால் கிடைக்கும்,

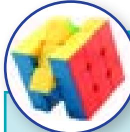


படம் 2.7

வட்டக்கோணப் பகுதியின் மையக்கோணம் $\theta^\circ = \dfrac{360^\circ}{n}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, **அரைவட்டத்தின் மையக்கோணம்** $= \dfrac{360^\circ}{2} = 180^\circ$ ஆகும்.

மற்றும் **கால்வட்டத்தின் மையக்கோணம்** $= \dfrac{360^\circ}{4} = 90^\circ$ ஆகும்.



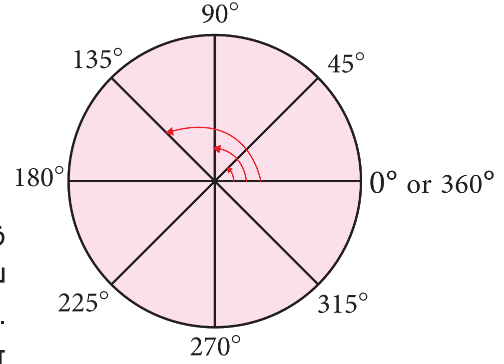
இவற்றை முயல்க

நிழலிடப்பட்ட வட்டக்கோணப்பகுதிகளின் மையக்கோணங்களைக் காண்க.
(ஒவ்வொரு வட்டமும் சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது)

வட்டக்கோணப் பகுதி	θ°	θ°	θ°	θ°
வட்டமையக் கோணம் $\theta^\circ \left(= \dfrac{360^\circ}{n}\right)$	$\theta^\circ = 120^\circ$			

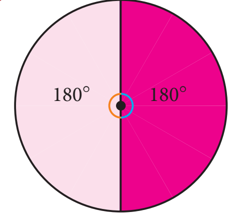
2.2.2 வட்டவில்லின் நீளம் மற்றும் வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு

'r' அலகு ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் மையத்தைச் சுற்றியுள்ள கோணம் $360°$ ஆகும்.
மேலும், வட்டத்தின் சுற்றளவு $=2\pi r$ அலகுகள் என்றும், அதன் பரப்பளவு $=\pi r^2$ சதுர அலகுகள் என்றும் நாம் முன்னரே அறிந்திருக்கிறோம்.



படம் 2.8

முதலில் ஒரு வட்டத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். ஒரு வட்டத்தை இரண்டு சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரித்தால், இரண்டு அரை வட்டங்களைப் பெறுகிறோம். அரைவட்டத்தின் வில்லின் நீளமானது, அவ்வட்டத்தின் சுற்றளவின் நீளத்தில் பாதியாகும் மற்றும் அரைவட்டத்தின் பரப்பளவானது, அந்த வட்டத்தின் பரப்பளவில் பாதியாகும்.

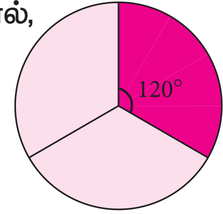


படம் 2.9

அரைவட்டத்தின் வில்லின் நீளம் $=\frac{1}{2}\times 2\pi r=\frac{180^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r$ அலகுகள் ஆகும்.

அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு $=\frac{1}{2}\times \pi r^2=\frac{180^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

மேலும், ஒரு வட்டத்தை மூன்று சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப்பகுதிகளாகப் பிரித்தால்,

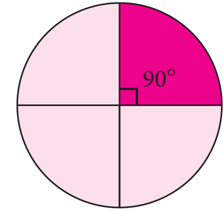


படம் 2.10

வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம் $=\frac{1}{3}\times 2\pi r=\frac{120^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r$ அலகுகள் ஆகும்.

வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு $=\frac{1}{3}\times \pi r^2=\frac{120^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

இதேபோன்று, ஒரு வட்டத்தை நான்கு சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரித்தால்,



படம் 2.11

கால்வட்டத்தின் வில்லின் நீளம் $=\frac{1}{4}\times 2\pi r=\frac{90^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r$ அலகுகள் ஆகும்.

மற்றும் கால்வட்டத்தின் பரப்பளவு $=\frac{1}{4}\times \pi r^2=\frac{90^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

இதிலிருந்து நாம் அறிந்துகொள்வது என்ன?

ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் மையக்கோணத்திற்கும் அந்த வட்டத்தின் மையக்கோணத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதத்தால் வட்டத்தின் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் பெருக்கினால், முறையே அந்த வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளத்தையும் பரப்பளவையும் நாம் கண்டறியலாம்.

அதாவது 'r' அலகு ஆரமுள்ள ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் θ° எனக் கொள்வோம். மையக்கோணம் θ° இக்கும் $360°$ இக்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் $\frac{\theta^\circ}{360^\circ}$ ஆகும்.

> வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம், $l=\frac{\theta^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r$ அலகுகள்
>
> வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A=\frac{\theta^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள்

சிந்திக்க

மேலே, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{1}{4}$ ஆகியவற்றுக்குப் பதிலாக முறையே நாம் $\frac{180^\circ}{360^\circ}$, $\frac{120^\circ}{360^\circ}$ மற்றும் $\frac{90^\circ}{360^\circ}$ ஆல் பெருக்குகிறோம். ஏன்?



குறிப்பு

1. 'r' அலகு ஆரமுள்ள ஒரு வட்டமானது n சமபாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டால் கிடைக்கும்,

வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம், $l = \frac{1}{n} \times 2\pi r$ அலகுகள் மற்றும்

வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{1}{n} \times \pi r^2$ ச.அலகுகள்.

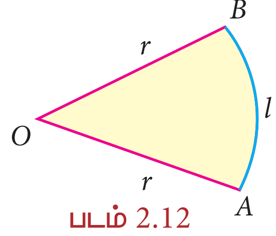
2. மேலும், வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{\theta°}{360°} \times \pi r^2$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\theta°}{360°} \times 2\pi r\right) \times r$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times l\right) \times r = \frac{lr}{2} \text{ ச.அலகுகள்.}$$

2.2.3 வட்டக்கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு

ஒரு மூடிய பகுதியின் எல்லையின் மொத்த நீளமே அதன் சுற்றளவாகும் என்பதை நாம் ஏற்கனவே அறிவோம் அல்லவா? வட்டக்கோணப்பகுதியின் எல்லையாக எவை அமைந்துள்ளன? **இரண்டு ஆரங்கள்** (OA மற்றும் OB) மற்றும் **ஒரு வட்டவில்** $(\overset{\frown}{AB})$.



படம் 2.12

எனவே, வட்டக்கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு, P = வட்டவில்லின் நீளம் + இரு ஆரங்களின் நீளம்

$P = l + 2r$ அலகுகள்.

$\therefore$ வட்டக்கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு, $P = l + 2r$ அலகுகள் ஆகும்.



கணித வரலாற்றில் தமிழருக்கு என்றென்றும் முதன்மையான இடம் உண்டு. வட்டத்திற்கான பரப்பளவைக் காணும் முறையைச் சில ஆயிரம் ஆண்டுகளுக்கு முன்பே, கணக்கதிகாரம் என்னும் நூலில் தமிழர்கள் பாடல் வடிவில் பதிவு செய்துள்ளனர்.

"வட்டத்தரை கொண்டு விட்டத்தரை தாக்கச்
சட்டெனத் தோன்றும் குழி "

பொருள்:

வட்டத்தரை என்பது சுற்றளவில் பாதியையும், விட்டத்தரை என்பது விட்டத்தில் பாதி ஆரத்தையும் மற்றும் குழி என்பது பரப்பளவையும் குறிக்கும். அதாவது சுற்றளவில் பாதியை, விட்டத்தில் பாதியான ஆரத்தால் பெருக்கினால் வட்டத்தின் பரப்பளவு கிடைக்கும்.

வட்டத்தின் பரப்பளவு = வட்டத்தரை × விட்டத்தரை

$$= \frac{1}{2} \times \text{வட்டத்தின் சுற்றளவு} \times \frac{1}{2} \times \text{வட்டத்தின் விட்டம்} = \left(\frac{1}{2} \times 2\pi r\right) \times r$$

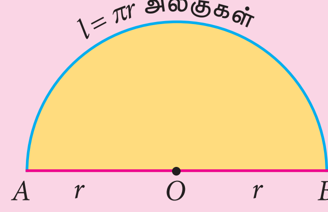
$\therefore$ வட்டத்தின் பரப்பளவு, $A = \pi r^2$ சதுர அலகுகள்.



குறிப்பு

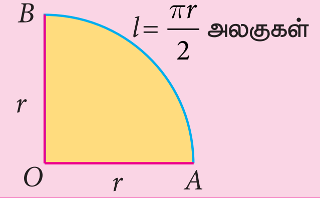
1. அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு,

$$P = l + 2r \text{ அலகுகள்}$$
$$= \pi r + 2r$$
$$= (\pi + 2)r \text{ அலகுகள்.}$$



2. கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு,

$$P = l + 2r = \frac{\pi r}{2} + 2r = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) r \text{ அலகுகள்}$$



எடுத்துக்காட்டு 2.1

ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரம் 21 செ.மீ மற்றும் அதன் மையக்கோணம் 120° எனில் , அதன் (i) வில்லின் நீளம் (ii) பரப்பளவு (iii) சுற்றளவு காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

தீர்வு:

ஆரம், r = 21 செ.மீ, மையக்கோணம், θ = 120°.

(i) வில்லின் நீளம், $l = \frac{\theta°}{360°} \times 2\pi r$ அலகுகள்

$$= \frac{120°}{360°} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

l = 44 செ.மீ (தோராயமாக)

(ii) வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{\theta°}{360°} \times \pi r^2$ ச.அ

$$= \frac{120°}{360°} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

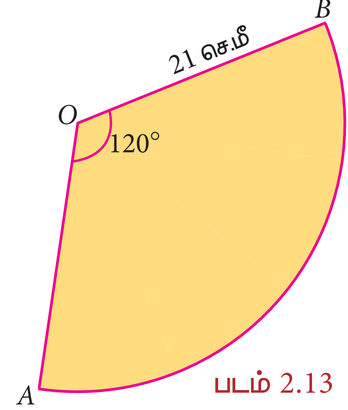
A = 462 செ.மீ² (தோராயமாக).

(iii) வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு, $P = l + 2r$ அலகுகள்

$= 44 + 2 \times 21$

$= 44 + 42$

= 86 செ.மீ. (தோராயமாக).



படம் 2.13

மாற்றுமுறை:

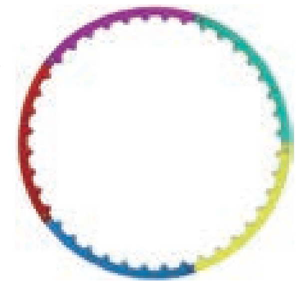
வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு,

$A = \frac{lr}{2}$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{44 \times 21}{2}$ = 462 செ.மீ²

எடுத்துக்காட்டு 2.2

35 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்ட வடிவிலான ஜிம்னாஸ்டிக் வளையமானது 5 சம அளவுள்ள விற்களாகப் பிரிக்கப்பட்டு வெவ்வேறு நிறங்களில் வண்ணமிடப்பட்டுள்ளது எனில், ஒவ்வொரு வட்ட வில்லின் நீளத்தையும் காண்க.


படம் 2.14

தீர்வு:

ஆரம், r = 35 செ.மீ மற்றும் n = 5.

வட்ட வில்லின் நீளம், $l = \frac{1}{n} \times 2\pi r$ அலகுகள்

$$= \frac{1}{5} \times 2 \times \pi \times 35 = 14\pi \text{ செ.மீ}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.3

7.5 செ.மீ. ஆரமுள்ள ஒரு ஸ்பின்னரானது ஆறு சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது எனில், ஒவ்வொரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவையும் காண்க.

தீர்வு:

ஆரம், $r = 7.5$ செ.மீ மற்றும் $n = 6$.

வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{1}{n} \times \pi r^2$

$= \frac{1}{6} \times \pi \times 7.5 \times 7.5$

$= 9.375\pi$ செ.மீ²



படம் 2.15

எடுத்துக்காட்டு 2.4

கமலேஷ் என்பவர் 70 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்ட வடிவ உணவுமேசையும், தருண் என்பவர் 140 செ.மீ. ஆரமுள்ள கால்வட்ட வடிவ உணவுமேசையும் வைத்துள்ளனர் எனில், யாருடைய உணவுமேசை அதிகப் பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

தீர்வு:

கமலேஷ் என்பவரின் வட்டவடிவ உணவுமேசையின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ ச.அ



படம் 2.16

$= \frac{22}{7} \times 70 \times 70$

$A = 15400$ செ.மீ² (தோராயமாக).

தருண் என்பவரின் கால்வட்டவடிவ உணவுமேசையின் பரப்பளவு $= \frac{1}{4} \pi r^2$ ச.அ

$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 140 \times 140$

$A = 15400$ செ.மீ² (தோராயமாக).



படம் 2.17

ஆகவே, இருவரின் உணவுமேசைகளும் சம அளவு பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளன.

சிந்திக்க



ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் இருமடங்கு அதிகரித்தால், கிடைக்கும் புதிய வட்டத்தின் பரப்பளவு என்னவாக இருக்கும்?

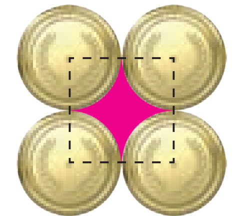
எடுத்துக்காட்டு 2.5

7 செ.மீ விட்டமுள்ள நான்கு பதக்கங்களைப் படம் 2.18 இல் உள்ளவாறு வைக்கும் பொழுது, இடையில் அடைபடும் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

தீர்வு:

நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு –

4 × கால்வட்டங்களின் பரப்பளவு



படம் 2.18

$$= a^2 - 4 \times \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$= (7 \times 7) - \left(4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right)$$

$= 49 - 38.5 = 10.5$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக).

பயிற்சி 2.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) வட்டத்தின் பரிதிக்கும் அதன் விட்டத்திற்கும் இடையேயான விகிதம் ________
   (ii) ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு ________
   (iii) ஒரு வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் ________ ஆகும்.
   (iv) 24 செ.மீ. விட்ட அளவுள்ள ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் ________
   (v) வட்டப்பரிதியின் ஒரு பகுதியே ________ ஆகும்.

2. **பின்வருவனவற்றைப் பொருத்துக:**
   (i) வட்டத்தின் பரப்பளவு – (அ) $\frac{1}{4}\pi r^2$
   (ii) வட்டத்தின் சுற்றளவு – (ஆ) $(\pi + 2)r$
   (iii) வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு – (இ) πr^2
   (iv) அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு – (ஈ) $2\pi r$
   (v) கால்வட்டத்தின் பரப்பளவு – (உ) $\frac{\theta°}{360°} \times \pi r^2$

3. நிழலிடப்பட்டுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் மையக்கோணங்களைக் காண்க. (ஒவ்வொரு வட்டமும் சம அளவு வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன)

வட்டக்கோணப் பகுதிகள்	$\theta°$	$\theta°$	$\theta°$	$\theta°$
மையக்கோணம் $\theta°$				

4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் வில்லின் நீளம், பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.(π=3.14)
   (i) மையக்கோணம் $45°$, r = 16 செ.மீ. (ii) மையக்கோணம் $120°$, d = 12.6 செ.மீ.

5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் பரப்பளவு காண்க.
   (i) வட்ட வில்லின் நீளம் = 48 மீ, $r = 10$ மீ (ii) வட்ட வில்லின் நீளம் = 50 செ.மீ, $r = 13.5$ செ.மீ.

6. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் மையக்கோணம் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$
   (i) பரப்பளவு = 462 செ.மீ^{2}, $r = 21$ செ.மீ (ii) வட்டவில்லின் நீளம் = 44 மீ, $r = 35$ மீ

7. 120 மீ ஆரமுள்ள வட்டமானது 8 சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. அவை ஒவ்வொன்றின் வில்லின் நீளத்தையும் காண்க.
8. 70 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டமானது 5 சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. அவை ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.
9. தாமு தனது வீட்டின் தரைப்பகுதியில் 30 செ.மீ பக்க அளவுள்ள சதுரவடிவ ஓட்டினைப் பதித்துள்ளார். அந்த ஓடானது படத்தில் உள்ளவாறு வடிவமைப்பைப் பெற்றுள்ளது எனில், அதிலுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$.



10. மையக் கோணம் $45°$ மற்றும் ஆரம் 56 செ.மீ உடைய 8 சம அளவுள்ள வட்டக்கோண வடிவ கிரானைட் கற்களைக் கொண்டு படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வட்டத்தை உருவாக்குகின்றனர் எனில், அவை ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



2.3 கூட்டு வடிவங்கள்

நாம் அன்றாட வாழ்வில் வட்டம், முக்கோணம், சதுரம், செவ்வகம், சாய்சதுரம் போன்ற வடிவங்களில் எண்ணற்ற பொருட்களைப் பயன்படுத்துகிறோம் அல்லவா! மேலும் அவற்றைத் தனித்தனியாகப் பயன்படுத்துவது மட்டுமல்லாமல் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட வடிவங்களை ஒன்றாக இணைத்துப் புதிய வடிவங்களிலும் பயன்படுத்தி வருகிறோம்.

சன்னல் கண்ணாடி	மாதிரி வீடு	அழைப்பிதழ் அட்டை	பாதுகாப்புப் பெட்டகம்

மேற்காணும் படங்களிலிருந்து நாம் அறிந்துகொள்வது என்ன?

சன்னல் கண்ணாடியின் வடிவம் செவ்வகத்தின் மீது அரைவட்டத்தை இணைத்தும், மாதிரி வீட்டின் முகப்புச்சுவரின் வடிவம் சதுரத்தின் மீது முக்கோணத்தை இணைத்தும் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

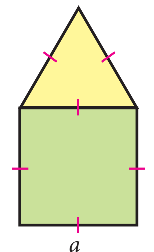
அழைப்பிதழ் அட்டை மற்றும் பாதுகாப்புப் பெட்டகத்தைச் செய்யப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள வடிவங்களைப் பட்டியலிடுக.

இவ்வாறு இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தள வடிவங்களை, ஒரு வடிவத்தின் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை அதற்கு ஒத்த நீளமுள்ள மற்றொன்றின் பக்கத்துடன் ஒன்றாக இணைத்துப் புதிய வடிவங்கள் உருவாக்கப்படுகின்றன. இவை கூட்டு வடிவங்கள் எனப்படும்.

2.3.1 கூட்டு வடிவங்களின் சுற்றளவு

கூட்டு வடிவங்களின் சுற்றளவு என்பது அந்த மூடிய வடிவத்தினைச் சுற்றி எல்லையாக அமைந்துள்ள மொத்தப் பக்க அளவுகளின் கூடுதல் ஆகும்.

உதாரணமாக, 'a' அலகு பக்க அளவைக் கொண்ட ஒரு சதுரமும், அதே அலகு பக்க அளவுடைய ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தையும் படம் 2.19 இல் உள்ளவாறு இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டுவடிவத்தினை உற்றுநோக்குக.

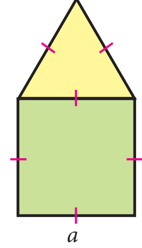


படம் 2.19

சதுரத்திற்கு 4 பக்கங்கள் மற்றும் முக்கோணத்திற்கு 3 பக்கங்கள் என மொத்தம் 7 பக்கங்கள் இருப்பினும், அவையிரண்டும் ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டு வடிவத்தினைச் சுற்றி எல்லையாக அமைந்துள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 5 மட்டுமே, 7 பக்கங்கள் அல்ல. எனவே, கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டு வடிவத்தின் சுற்றளவு $5a$ அலகுகள் ஆகும்.

2.3.2 கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு

கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண, அந்த வடிவத்தினை நாம் ஏற்கனவே அறிந்த எளிய வடிவங்களாகப் பிரித்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைத் தனித்தனியாகக் கண்டறிந்து, அவற்றைக் கூட்டிக்கொள்ள வேண்டும். அதாவது, கூட்டு வடிவத்தினை உருவாக்கும் அனைத்து எளிய வடிவங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலாகும்.

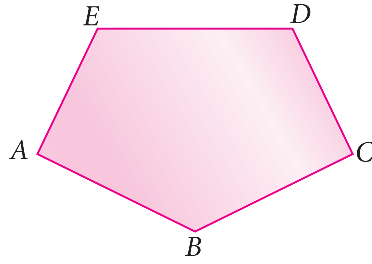


படம் 2.20

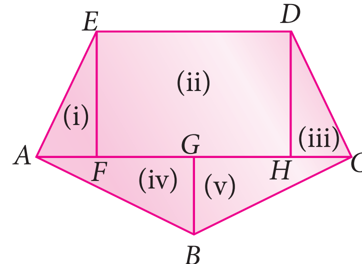
படம் 2.20 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளக் கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண, சதுரத்தின் பரப்பளவையும், முக்கோணத்தின் பரப்பளவையும் தனித்தனியாகக் கண்டறிந்து, அவற்றைக் கூட்ட வேண்டும்.

நம் அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தும் கூட்டு வடிவங்களில் பெரும்பாலானவை ஒழுங்கற்ற பலகோணம் ஆகும். அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண, அவற்றிலுள்ள எளிய வடிவங்களின் பரப்பளவுகளைத் தனித்தனியாகக் கண்டறிந்து அவற்றைக் கூட்ட வேண்டும்.

உதாரணமாக, ஒழுங்கற்ற பலகோண வடிவிலுள்ள ஒரு நிலத்தைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு எளிய வடிவங்களாகப் பிரித்து, அதன் பரப்பளவைக் கண்டறியலாம்.



படம் 2.21



படம் 2.22



மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பக்கங்களைக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட மூடிய தள வடிவம் பலகோணம் ஆகும். பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்து அவற்றின் சில வகைகள் கீழே அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	3	4	5	6	7	8	9	10
பலகோணத்தின் பெயர்	முக்கோணம்	நாற்கரம்	ஐங்கோணம்	அறுங்கோணம்	எழுகோணம்	எண்கோணம்	நவகோணம்	பதின்மக்கோணம்

பலகோணத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களும், அனைத்துக் கோணங்களும் சமமாக இருந்தால் அது **ஒழுங்கு பலகோணம்** ஆகும். எடுத்துக்காட்டு: சமபக்க முக்கோணம், சதுரம். மற்றவை **ஒழுங்கற்ற பலகோணங்கள்** ஆகும். எடுத்துக்காட்டு : அசமபக்க முக்கோணம், செவ்வகம்.

சிந்திக்க



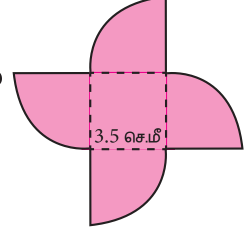
சாய்சதுரத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம். அது ஓர் ஒழுங்குப் பலகோணமாகுமா?

கூட்டுவடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் காண்பதற்கு உதவியாக, முந்தைய வகுப்புகளில் கற்றுக்கொண்ட சில தள உருவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கண்டறியப் பயன்படும் சூத்திரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

வ.எண்	வடிவம்	பெயர்	பரப்பளவு (சதுர அலகுகள்)	சுற்றளவு (அலகுகள்)
1	A, h, B, b, C	முக்கோணம்	$\frac{1}{2}\times b\times h$	மூன்று பக்கங்களின் கூடுதல்
2	A, h, B, a, C	சமபக்க முக்கோணம்	$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(h=\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$	$3a$
3	C, D, d, h_1, h_2, A, B	நாற்கரம்	$\frac{1}{2}\times d\times(h_1+h_2)$	4 பக்கங்களின் கூடுதல்
4	D, C, h, a, A, b, B	இணைகரம்	$b\times h$	$2(a+b)$
5	D, C, b, A, l, B	செவ்வகம்	$l\times b$	$2(l+b)$
6	D, b, C, h, A, a, B	சரிவகம்	$\frac{1}{2}\times h\times(a+b)$	4 பக்கங்களின் கூடுதல்
7	D, C, d_1, d_2, A, a, B	சாய்சதுரம்	$\frac{1}{2}\times d_1\times d_2$	$4a$
8	D, C, A, a, B	சதுரம்	a^2	$4a$

எடுத்துக்காட்டு 2.6

படம் 2.23 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளக் கூட்டு வடிவத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



படம் 2.23

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டு வடிவமானது, ஒரு சதுரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்துடனும் 4 கால்வட்டங்களை ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் எல்லையாக நான்கு ஆரங்களும், நான்கு கால் வட்டவிற்களும் உள்ளன.

(i) கூட்டு வடிவத்தின் சுற்றளவு

$= 4\times$ கால்வட்ட விற்களின் நீளம் $+ 4\times$ ஆரங்கள்

$$= \left(4\times\frac{1}{4}\times 2\pi r\right) + 4r$$

$$= \left(4\times\frac{1}{4}\times 2\times\frac{22}{7}\times 3.5\right) + (4\times 3.5)$$

$= 22 + 14 = 36$ செ.மீ. (தோராயமாக)

(ii) கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவு

$=$ சதுரத்தின் பரப்பளவு $+ 4 \times$ கால்வட்டத்தின் பரப்பளவு

$$= a^2 + \left(4\times\frac{1}{4}\pi r^2\right)$$

$$= (3.5\times 3.5) + \left(\frac{22}{7}\times 3.5\times 3.5\right)$$

$A = 12.25+38.5 = 50.75$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

எடுத்துக்காட்டு 2.7

நிஷாந்தின் சாவிக்கொத்தானது 5 செ.மீ. பக்க அளவுள்ள சதுரத்துடன் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தையும், ஓர் அரை வட்டத்தையும் படம் 2.24 இல் உள்ளவாறு இணைத்து உருவாக்கப்பட்டுள்ளது எனில் அதன் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = 3.14, \sqrt{3} = 1.732\right)$



படம் 2.24

தீர்வு:

சதுரத்தின் பக்கம் $= 5$ செ.மீ

அரைவட்டத்தின் விட்டம் $= 5$ செ.மீ $\Rightarrow$ ஆரம் $= 2.5$ செ.மீ

சமபக்க முக்கோணத்தின் பக்கம் $= 5$ செ.மீ

$\therefore$ சாவிக்கொத்தின் பரப்பளவு $=$ அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு $+$ சதுரத்தின் பரப்பளவு $+$ சமபக்க முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2}\pi r^2 + a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

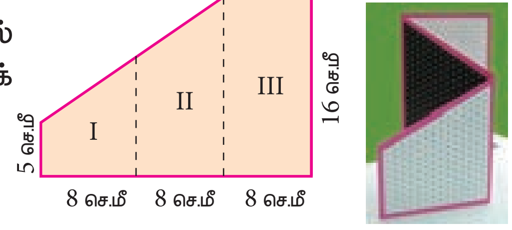
$$= \left(\frac{1}{2}\times 3.14\times 2.5\times 2.5\right) + (5\times 5) + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 5\times 5\right)$$

$= 9.81 + 25 + 10.83$

$= 45.64$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

எடுத்துக்காட்டு 2.8

ஒரு 3 மடிப்பு அழைப்பிதழ் அட்டையானது படம் 2.25 இல் உள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.25

தீர்வு:

பகுதி I மற்றும் II ஆகியவை சரிவகங்கள் ஆகும். அதேபோன்று அவற்றின் ஒருங்கிணைந்த வடிவமும் சரிவகமே ஆகும்.

ஒருங்கிணைந்த சரிவகத்தின் இணைப் பக்கங்கள் (I மற்றும் II) = 5 செ.மீ மற்றும் 16 செ.மீ.

அதன் உயரம், $h = 8 + 8 = 16$ செ.மீ

செவ்வகத்தின் நீளம் (III) = 16 செ.மீ மற்றும் அகலம் = 8 செ.மீ

∴ அழைப்பிதழ் அட்டையின் பரப்பளவு

= ஒருங்கிணைந்த சரிவகத்தின் பரப்பளவு + செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times h \times (a + b) + l \times b$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times (5 + 16) + 16 \times 8$$

$$= 168 + 128 = 296 \text{ செ.மீ}^2$$

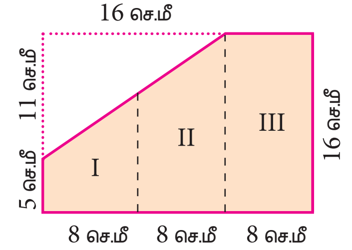
மாற்று முறை:

அழைப்பிதழ் அட்டையின் பரப்பளவு = வெளிச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவு – செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$$= l \times b - \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$= 24 \times 16 - \frac{1}{2} \times 11 \times 16$$

$$= 384 - 88 = 296 \text{ செ.மீ}^2$$



படம் 2.26

எடுத்துக்காட்டு 2.9

சீனு என்பவர் தனது சமையலறையில் பயன்படுத்த படம் 2.27 இல் உள்ளவாறு ஒரு தரைவிரிப்பை வாங்கத் திட்டமிட்டுள்ளார். ஒரு சதுர அடிக்கு ரூ.20 வீதம் தரைவிரிப்பினை வாங்குவதற்கு ஆகும் மொத்தச் செலவினைக் கணக்கிடுக.



படம் 2.27

தீர்வு:

தரைவிரிப்பினைப் பின்வருமாறு இரு செவ்வகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

∴ தரைவிரிப்பின் பரப்பளவு

= செவ்வகம் I இன் பரப்பளவு + செவ்வகம் II இன் பரப்பளவு

$= l_1 \times b_1 + l_2 \times b_2$

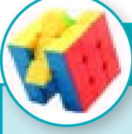
$= 5\times 2 + 9\times 2 = 10 + 18 = 28$ சதுர அடி



படம் 2.28

ஒரு சதுர அடி தரைவிரிப்பின் விலை = ₹ 20

∴ தரைவிரிப்பு வாங்குவதற்கு ஆகும் மொத்தச் செலவு = 28 × ₹ 20 = ₹ 560.

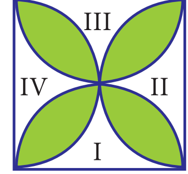


இவற்றை முயல்க

மேலேயுள்ள எடுத்துக்காட்டில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரைவிரிப்பை இரண்டு சரிவகங்களாகப் பிரித்து விடையைச் சரிபார்க்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

10 செ.மீ பக்க அளவுடைய சதுரத்தில் படம் 2.29 இல் உள்ளவாறு நிழலிடப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



படம் 2.29

தீர்வு:

நிழலிடப்படாத பகுதியினைப் படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு I, II, III மற்றும் IV என எடுத்துக்கொள்வோம்.

பகுதிகள் I மற்றும் III இன் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு – 2 அரைவட்டங்களின் பரப்பளவு

$$= a^2 - 2\times\left(\frac{1}{2}\pi r^2\right)$$

$$= 10\times 10 - \frac{22}{7}\times 5\times 5$$

$= 100 - 78.57 = 21.43$ செ.மீ^{2}

இதேபோன்று, பகுதி II மற்றும் IV இன் பரப்பளவு = 21.43 செ.மீ^{2}

நிழலிடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவு (I, II, III மற்றும் IV)

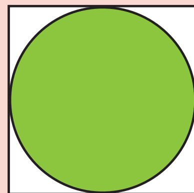
$= 21.43 \times 2 = 42.86$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

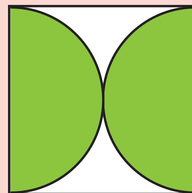
∴ நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு – நிழலிடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவு

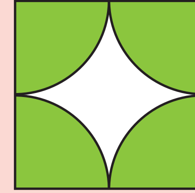
$= 100 - 42.86 = 57.14$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக)



1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள 'a' அலகு பக்க அளவுள்ள ஒவ்வொரு சதுரத்திலும் நிழலிடப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவானது சமம் ஆகும்.



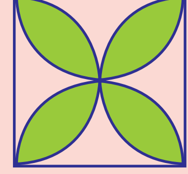




2. 'a' அலகு பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்திலிருந்து மிகப்பெரிய வட்டத்தை வெட்டியெடுத்தால், மீதமுள்ள பகுதியின் பரப்பளவு $\frac{3}{14}a^2$ ச.அலகுகள் ஆகும். $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

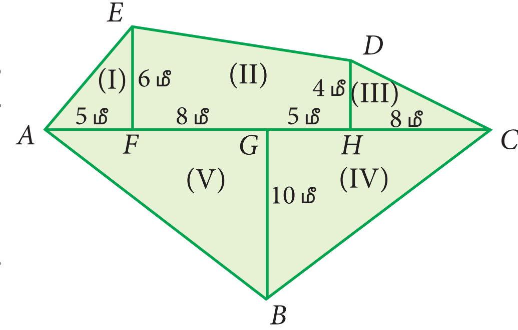
3. 'a' அலகு பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்திலிருந்து வெட்டியெடுக்கப்படும் மிகப்பெரிய வட்டத்தின் பரப்பளவு = $\frac{11}{14}a^2$ ச.அலகுகள். (தோராயமாக)

4. $\pi = \frac{22}{7}$ எனில், படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள 'a' அலகு பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தில் நிழலிடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவு தோராயமாக $\frac{3}{7}a^2$ சதுர அலகுகள் மற்றும் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு $\frac{4}{7}a^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.



எடுத்துக்காட்டு 2.11

படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ள ஒழுங்கற்ற பலகோண வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.30

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிலத்தில், நான்கு முக்கோணங்கள் (I, III, IV மற்றும் V) மற்றும் ஒரு சரிவகம் (II) ஆகியவை உள்ளன.

முக்கோணத்தின் (I) பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$ மீ²

சரிவகத்தின் (II) பரப்பளவு $= \frac{1}{2} h(a+b) = \frac{1}{2} \times 13 \times (6+4) = 65$ மீ²

முக்கோணத்தின் (III) பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = \frac{32}{2} = 16$ மீ²

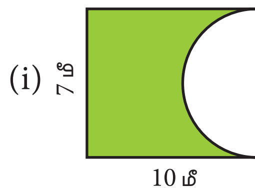
முக்கோணத்தின் (IV) பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 13 \times 10 = 65$ மீ²

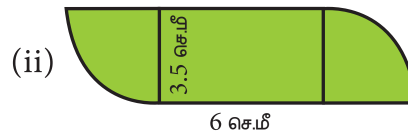
முக்கோணத்தின் (V) பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 13 \times 10 = 65$ மீ²

$\therefore$ நிலத்தின் மொத்தப்பரப்பளவு $= 15 + 65 + 16 + 65 + 65 = 226$ மீ²

பயிற்சி 2.2

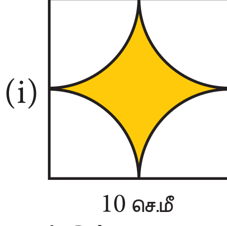
1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(i) 

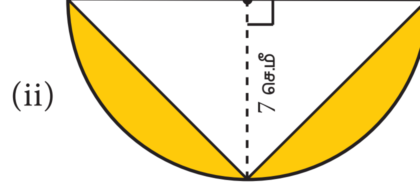
(ii) 

2. பின்வரும் படங்களில் நிழலிடப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. ($\pi = 3.14$)

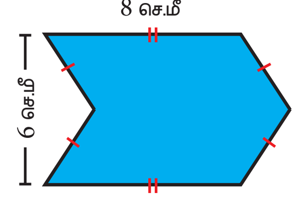
(i)



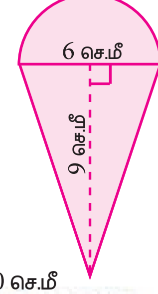
(ii)



3. படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு, இரண்டு இணைகரங்களை ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



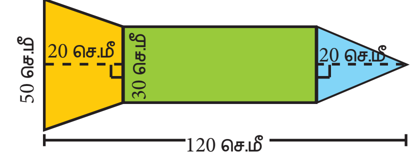
4. 6 செ.மீ விட்டமுள்ள அரைவட்டத்தையும், அடிப்பக்கம் 6 செ.மீ மற்றும் உயரம் 9 செ.மீ அளவுள்ள முக்கோணத்தையும் படத்தில் உள்ளவாறு இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.($\pi = 3.14$)



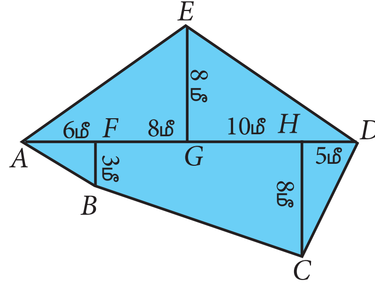
5. அறுங்கோண வடிவில் உள்ள ஒரு கால் மிதியடியானது படத்தில் உள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



6. ஓர் ஏவுகணையின் படமானது, படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

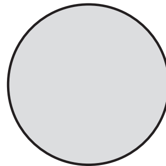


7. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒழுங்கற்ற பலகோண வடிவ நிலங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.

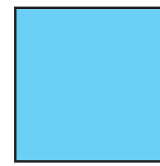


2.4 முப்பரிமாண (3-D) வடிவங்கள்

ஒரு காகிதத்தில் 2 ரூபாய் நாணயம், 10 ரூபாய் நோட்டு மற்றும் சதுர வடிவ பிஸ்கட்டு ஆகியவற்றை வைத்து, அவற்றைச் சுற்றி வரைக.







படம் 2.31

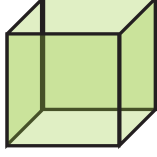
நீங்கள் வரைந்த வடிவங்கள் யாவை? வட்டம், செவ்வகம் மற்றும் சதுரம். இந்த வடிவங்கள் தள உருவங்களைக் குறிக்கின்றன. மேலும், இத்தள உருவங்களுக்கு நீளம் மற்றும் அகலம் ஆகிய இரண்டு பரிமாணங்கள் உள்ளன. இப்பொழுது, நீங்கள் வரைந்த உருவங்களின் மீது முறையே சில இரண்டு ரூபாய் நாணயங்கள், பத்து ரூபாய் நோட்டுகள் மற்றும் சதுர வடிவ பிஸ்கட்டுகள் ஆகியவற்றைப் படம் 2.32 இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒன்றன் மீது ஒன்றாக வைக்கவும்.



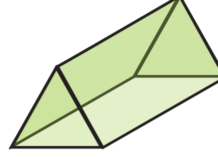


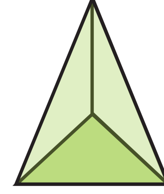
படம் 2.32

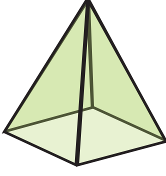
இப்பொழுது, நீங்கள் என்ன வடிவங்களைப் பெறுகிறீர்கள்? உருளை, கனச்செவ்வகம் மற்றும் கனச்சதுரம். இந்த வடிவங்கள் முழுவதுமாகத் தளத்தில் அமையாமல், வெற்றிடத்திலும் சிறிது இடத்தை அடைத்துக்கொள்கின்றன. அதாவது, அவைகளுக்கு நீளம் மற்றும் அகலம் ஆகியவற்றுடன் மூன்றாவது பரிமாணமாக உயரமும் காணப்படுகின்றன. இவ்வாறு நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் (ஆழம்) ஆகிய மூன்று பரிமாணங்களைக் கொண்டுள்ள வடிவங்கள் முப்பரிமாண வடிவங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. இதைச் சுருக்கமாக 3-D வடிவங்கள் என்றும் கூறலாம். 3-D வடிவங்களுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

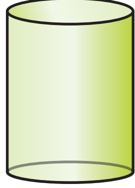

கனச்சதுரம்

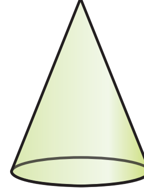

கனச்செவ்வகம்

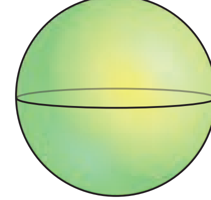

பட்டகம்


முக்கோணப்பிரமீடு


சதுரப்பிரமீடு


உருளை

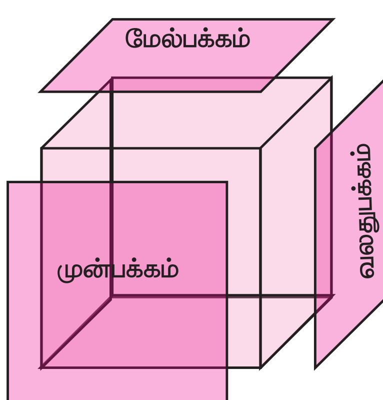

கூம்பு

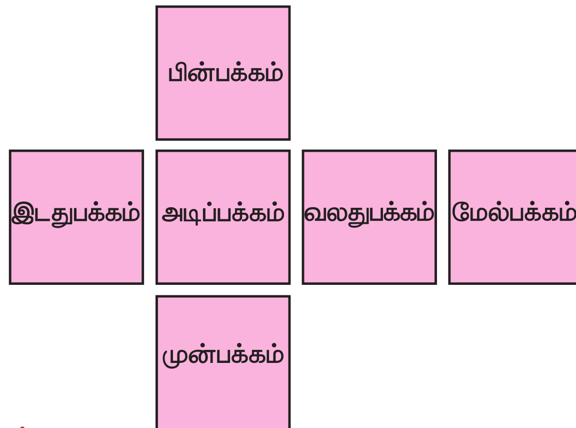

கோளம்

படம் 2.33

2.4.1 முகங்கள், விளிம்புகள் மற்றும் உச்சிகள்

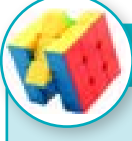
பின்வரும் வடிவத்தை உற்றுநோக்குக. அதன் பெயர் என்ன? கனச்சதுரம். கனச்சதுரமானது 6 சதுரவடிவ தளப்பகுதிகளால் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த 6 சதுரவடிவிலான தளப்பகுதிகளும் கனச்சதுரத்தின் **முகங்களாகும்**.





படம் 2.34

கனச்சதுரத்தின் ஏதேனும் இரண்டு முகங்களை இணைக்கும் கோடு **விளிம்பு** என்றும், அதன் மூன்று விளிம்புகளை இணைக்கும் ஒவ்வொரு மூலையும் **உச்சி (முனை)** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. எனவே, ஒரு கனச்சதுரத்தில் **6 முகங்கள், 12 விளிம்புகள் மற்றும் 8 உச்சிகள்** உள்ளன.



இவற்றை முயல்க

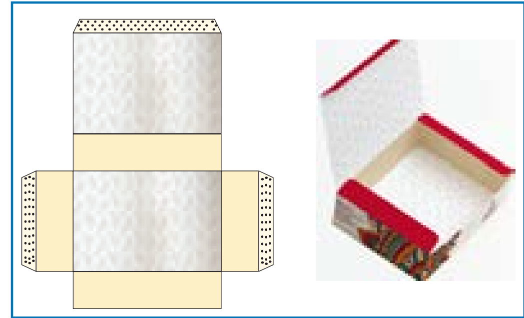
பின்வரும் பன்முக வடிவங்களின் முகங்கள், உச்சிகள் மற்றும் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையை அட்டவணைப்படுத்துக. மேலும் F+V–E ஐக் கண்டுபிடி.

திண்மம்	பெயர்	F	V	E	F+V–E
	கனச்சதுரம்	6	8	12	
	கனச்செவ்வகம்				
	முக்கோணப் பட்டகம்				
	சதுரப்பிரமீடு				
	முக்கோணப்பிரமீடு				

மேலேயுள்ள அட்டவணையிலிருந்து என்ன காண்கிறீர்கள்? ஒவ்வொன்றிற்கும் F+V–E = 2 ஆக இருப்பதைக் காண்கிறோம். இது அனைத்துப் பன்முக வடிவங்களுக்கும் உண்மையாகும். மேலும் F+V–E = 2 என்ற உறவானது '**ஆய்லர் சூத்திரம்**' ஆகும்.

2.4.2 முப்பரிமாண வடிவங்களை (3-D) உருவாக்குவதற்கான வலைகள்

நாம் இனிப்பு வாங்கும் பொழுது, கடைக்காரர் சில மடிப்புகளுடன் தட்டையாக உள்ள அட்டையை எடுத்துப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு மடித்து ஒரு செவ்வக வடிவப் பெட்டியை (கனச்செவ்வகம்) உருவாக்குகிறார். பிறகு, இனிப்புகளை அப்பெட்டிக்குள் அடுக்கி நம்மிடம் வழங்குகிறார்.



படம் 2.35

ஓரத்திலுள்ள மடிப்புகள் தவிர்த்து (புள்ளிக் கோடிட்ட பகுதி), அப்பெட்டியை உருவாக்குவதற்காக வடிவமைக்கப்பட்ட இந்தத் தட்டைவடிவ அட்டையே வலையாகும்.

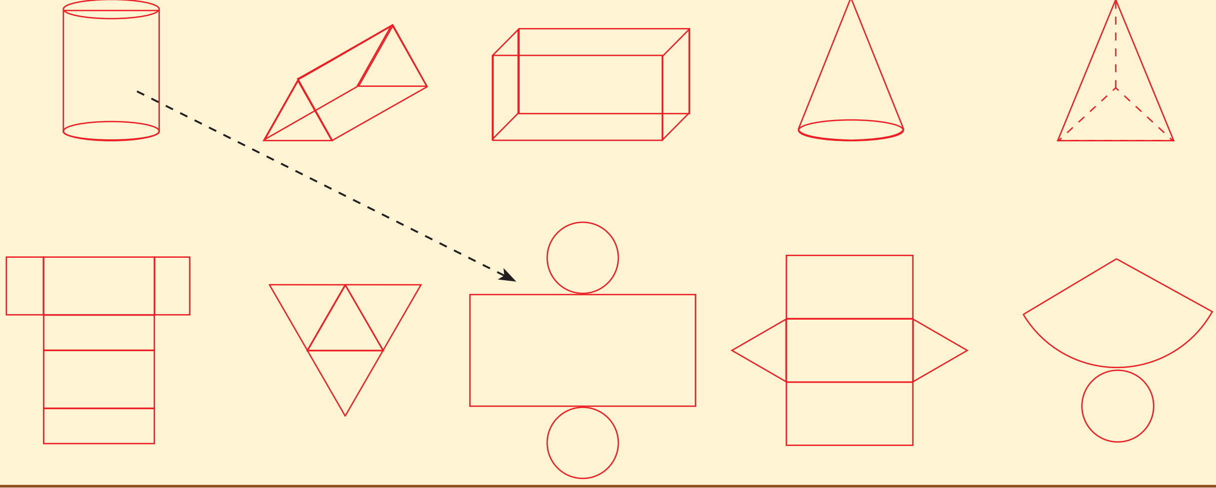
உதாரணமாக, பின்வரும் வலைகள் கனச்சதுரம் மற்றும் சதுரப் பிரமீடுகளை உருவாக்குகிறது.

கனச்சதுரத்திற்கான வலைகள்	சதுரப் பிரமீடுகளுக்கான வலைகள்



செயல்பாடு

பின்வரும் வடிவங்களுக்குப் பொருத்தமான வலைகளைக் கோட்டின் மூலம் இணைக்க.

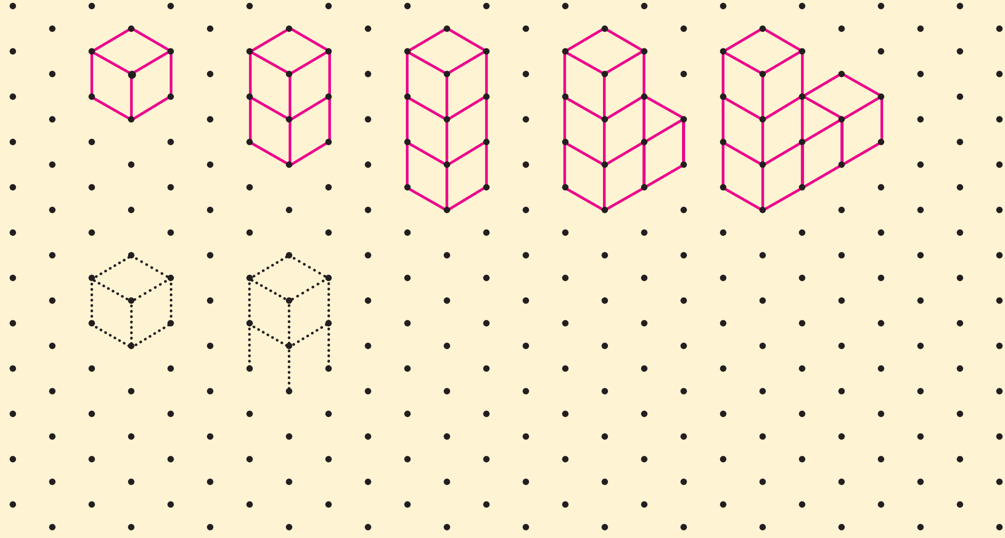


2.4.3 ஐசோமெட்ரிக் (Isometric) புள்ளித்தாள் மற்றும் கட்டகத்தாள் பயன்படுத்தி 3-D வடிவங்களை வரைதல்

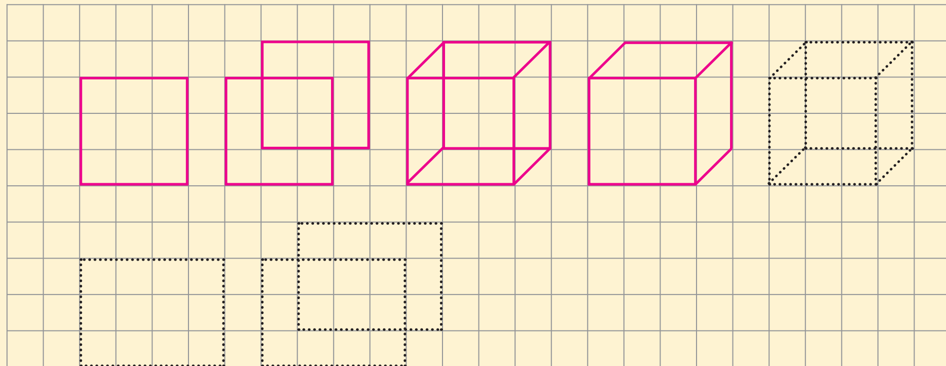


செயல்பாடு

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு திண்ம உருவங்களையும் ஐசோமெட்ரிக் புள்ளித்தாளில் வரைக.

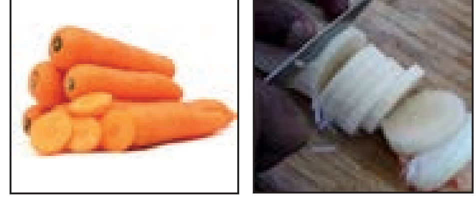


2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு திண்ம உருவங்களையும் கட்டகத்தாளில் வரைக.



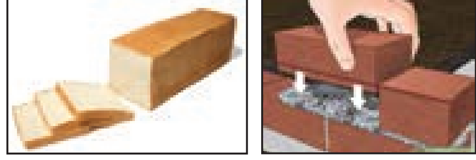
2.4.4 திண்ம வடிவங்களின் குறுக்கு வெட்டுத்தோற்றம்

சமையலுக்காகக் காய்கறிகளை வெட்டும்போது, அவற்றுள் சில தள உருவங்களை நாம் காண்கிறோம். உதாரணமாக, கேரட் மற்றும் வாழைத்தண்டின் குறுக்குவெட்டுத் தோற்றமானது வட்டம் ஆகும்.



படம் 2.36

அதேபோன்று, பிரட் (Bread) மற்றும் செங்கல்லின் குறுக்குவெட்டுத் தோற்றத்தில் சதுரம் மற்றும் செவ்வகத்தை நாம் காண இயலும்.



படம் 2.37



செயல்பாடு

பின்வரும் திண்ம வடிவங்களின் குறுக்கு வெட்டுத்தோற்றத்திலிருந்து பெறப்படும் இருபரிமாண வடிவங்களை (2-D) வரைந்து, அவற்றின் பெயர்களை எழுதுக.

திண்மங்கள்	(கனசதுரம்)	(உருளை)	(கோளம்)
2-D வடிவம்	(சதுரம்)		
பெயர்	சதுரம்		

2.4.5 3 –D வடிவங்களின் வெவ்வேறான தோற்றங்கள்

ஒரு 3-D வடிவமானது வெவ்வேறு நிலைகளிலிருந்து காணும் போது, மாறுபட்டத் தோற்றமளிக்கிறது. அவ்வாறு 3-D வடிவத்தை உற்றுநோக்கும் பொழுது, நமது பார்வைக்குத் தெரிவதே 3-D வடிவத்தின் தோற்றம் ஆகும். **முகப்புத்தோற்றம்**, **மேல்பக்கத்தோற்றம்** மற்றும் **பக்கவாட்டுத்தோற்றம்** ஆகியவை சில வகையான தோற்றங்கள் ஆகும். சில பொருட்களின் வெவ்வேறான தோற்றங்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

பொருள்கள்	முகப்புத் தோற்றம்	மேல்பக்கத் தோற்றம்	பக்கவாட்டுத் தோற்றம்
T, S, F (சரக்குந்து)			
T, S, F (அலமாரி)			
T, S, F (கனசதுரங்கள்)			

பயிற்சி 2.3

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் மூன்று பரிமாணங்கள் __________, __________ மற்றும் __________.

   (ii) இரண்டுக்கு மேற்பட்ட விளிம்புகள் சந்திக்கும் புள்ளி__________ ஆகும்.

   (iii) ஒரு கனச்சதுரத்திற்கு __________ முகங்கள் உள்ளன.

   (iv) ஒரு திண்ம உருளையின் குறுக்கு வெட்டுத் தோற்றம் __________ ஆகும்.

   (v) ஒரு 3-D வடிவத்தின் வலையானது ஆறு சதுர வடிவத் தளங்களைப் பெற்றிருந்தால், அது __________ என்று அழைக்கப்படுகிறது.

2. பின்வருவனவற்றைப் பொருத்துக:

   (i) - (அ) உருளை

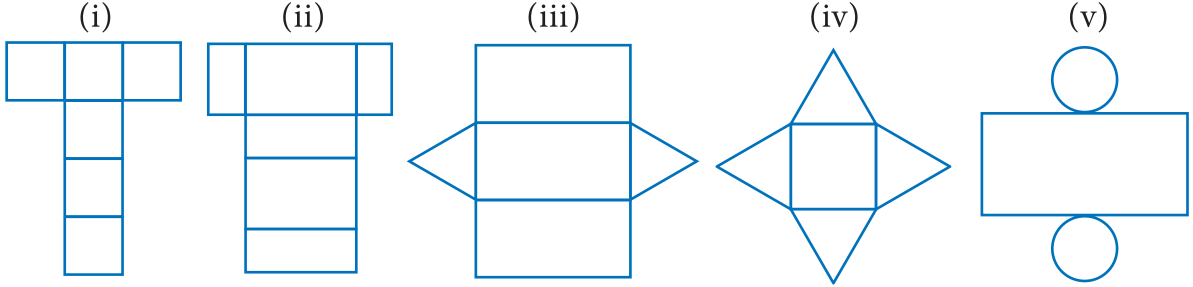
   (ii) - (ஆ) கனச்செவ்வகம்

   (iii) - (இ) முக்கோணப் பட்டகம்

   (iv) - (ஈ) சதுரப் பிரமீடு



3. பின்வரும் வலைகள் எந்த 3–D வடிவங்களைக் குறிக்கின்றன? அவற்றினை வரைக.



4. ஒவ்வொரு திண்மத்திற்கும் மூன்று தோற்றங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை ஒவ்வொன்றிற்கும் தொடர்புடைய மேற்பக்க (T), முகப்பு (F) மற்றும் பக்கவாட்டுத் (S) தோற்றங்களை (T, F மற்றும் S) அடையாளம் காண்க.

திண்மம்	மூன்று வகையான தோற்றங்கள்
T, S, F	
T, S, F	
T, S, F	

5. கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் உள்ள விவரங்களுக்கு ஆய்லர் சூத்திரத்தைச் சரிபார்க்க.

வ.எண்	முகங்கள்	உச்சிகள்	விளிம்புகள்
(i)	4	4	6
(ii)	10	6	12
(iii)	12	20	30
(iv)	20	13	30
(v)	32	60	90

பயிற்சி 2.4

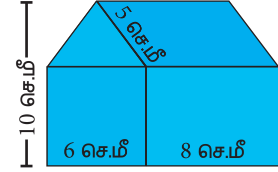
பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஒரு நூலகத்தின் நுழைவாயிலில் இரண்டு கதவுகள் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. கதவினை எளிதில் திறப்பதற்காக, அது பொருத்தப்பட்டுள்ள சுவற்றிலிருந்து 6 அடி தூரத்தில் கதவின் அடிப்பகுதியில் ஒரு சக்கரம் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. ஒரு கதவினை 90° அளவிற்குத் திறக்கும்பொழுது சக்கரம் எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும். $(\pi = 3.14)$



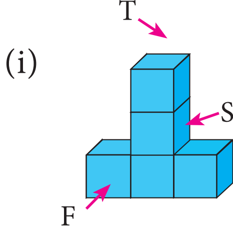
2. சீரான வேகத்தில் நடக்கும் ஒருவர் 150 மீட்டர் ஆரமுள்ள வட்டப்பாதையை 9 நிமிடத்தில் சுற்றி வருகிறார் எனில், அவர் 3 நிமிடத்தில் கடக்கும் தொலைவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$

3. படத்தில் உள்ளவாறு வரையப்பட்டுள்ள வீட்டின் பரப்பளவைக் காண்க.

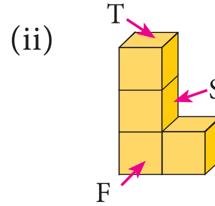


4. பின்வரும் திண்ம வடிவங்களின் மேற்பக்க, முகப்பு மற்றும் பக்கவாட்டுத் தோற்றங்களை வரைக.

(i)



(ii)

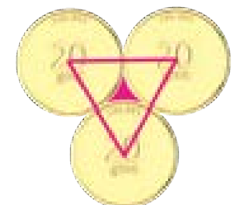


மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

5. குணா, தனது அறையில் 3 அடி அகலமுள்ள ஒற்றைக் கதவையும், நாதன், தனது அறையில் ஒவ்வொன்றும் $1\frac{1}{2}$ அடி அகலமுள்ள இரட்டைக் கதவுகளையும் பொருத்தியுள்ளார்கள். கதவுகள் அனைத்தும் மூடிய நிலையிலிருந்து 120° அளவு வரை திறக்க இயலும் எனில், யாருடைய கதவினைத் திறந்து மூடுவதற்குத் தரைப்பகுதியில் குறைவான பரப்பளவு தேவைப்படுகிறது?

6. 15 மீ x 8 மீ என்ற அளவுள்ள செவ்வக வடிவ நிலத்தின் 4 மூலைகளிலும் அதன் நடுவிலும் 3 மீ நீளமுள்ள கயிற்றால் பசுக்கள் கட்டப்பட்டுள்ளன எனில் எந்தப் பசுவாலும் புற்கள் மேயப்படாத பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$

7. ஒவ்வொன்றும் 6 செ.மீ. விட்டமுள்ள மூன்று ஒத்த நாணயங்கள் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன. நாணயங்களுக்கு இடையில் அடைபட்டுள்ள நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$ $(\sqrt{3} = 1.732)$



8. ஆய்லர் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி, பின்வரும் பன்முக வடிவங்களில் தெரியாதவற்றைக் காண்க.

வ.எண்	முகங்கள்	உச்சிகள்	விளிம்புகள்
(i)	?	6	14
(ii)	8	?	10
(iii)	20	10	?

பாடச்சுருக்கம்

- வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு 'நாண்' எனப்படும்.
- ஒரு வட்டத்தின் விட்டமானது, அந்த வட்டத்தை இரு சம அளவுள்ள வட்டத்துண்டுகளாகப் பிரிக்கிறது. மேலும் அது வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் ஆகும்.
- வட்டப்பரிதியின் ஒரு பகுதி வட்டவில் ஆகும்.
- ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு ஆரங்களாலும், அந்த ஆரங்களால் வட்டப்பரிதியில் வெட்டப்படும் வில்லாலும் அடைபடும் சமதளப்பகுதி வட்டக்கோணப்பகுதி ஆகும்.
- ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியானது, அவ்வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் வட்ட மையக்கோணம் ஆகும்.
- கூட்டு வடிவங்களின் சுற்றளவு என்பது, அந்த மூடிய வடிவத்தினைச் சுற்றி எல்லையாக அமைந்துள்ள மொத்தப் பக்க அளவுகளின் கூடுதல் ஆகும்.
- கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு என்பது, அக்கூட்டு வடிவத்தினை உருவாக்கும் அனைத்து எளிய வடிவங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலாகும்.
- நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் (ஆழம்) ஆகிய மூன்று பரிமாணங்களையும் கொண்டுள்ள வடிவங்கள் முப்பரிமாண வடிவங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. அதைச் சுருக்கமாக 3-D வடிவங்கள் என்றும் கூறலாம்.
- ஒரு கனச்சதுரத்தில் 6 முகங்கள், 12 விளிம்புகள் மற்றும் 8 உச்சிகள் உள்ளன.

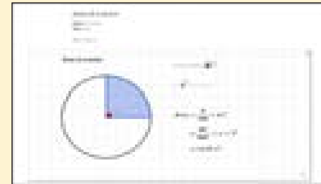
இணையச் செயல்பாடு

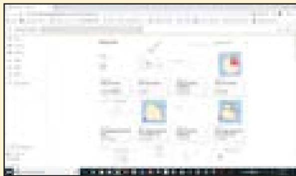
இந்த செயல்பாடு மூலம் வட்டக் கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு காணும் முறையினை அறிந்து கொள்ளலாம்.

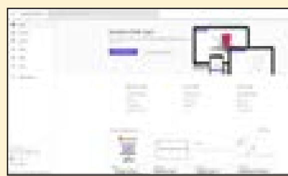
படி – 1 கூகுள் தேடுபொறியில் www.Geogebra.com தட்டச்சு செய்யவும் (அ) விரைவுக் குறியீட்டினை (QR CODE)பயன்படுத்தவும்.

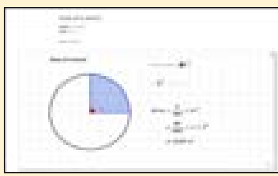
படி – 2 தேடு பகுதியில் Area of sector எனத் தட்டச்சு செய்யவும்.

படி– 3 வட்ட ஆரஅளவை மாற்ற Radius Slide எனும் பகுதியையும் கோண அளவினை மாற்ற Degree slide எனும் பகுதியையும் நகர்த்தவும்.




படி 1

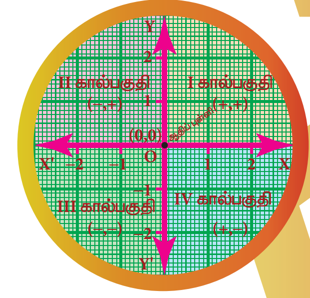

படி 2


படி 3



இணையஉரலி: அளவைகள்
https://www.geogebra.org/m/FSqNDNxN
படங்கள் அடையாளங்களை மட்டுமே குறிக்கும்
இந்த பக்கத்தை பார்க்க தேடுபொறி தேவையென்றால் Flash Player அல்லது Java Script அனுமதிக்கவும்

3 இயற்கணிதம்





- கோவைகளின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் செயல்பாடுகளை நினைவு கூர்தல்.
- ஓர் இயற்கணிதக் கோவையுடன் முழு எண் கெழுக்களைப் பெருக்குவது பற்றித் தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- இயற்கணிதக் கோவைகளை ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுப்பது பற்றித் தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- $(a+b)^2, (a-b)^2, (a^2-b^2)$ மற்றும் $(x+a)(x+b)$ ஆகிய முற்றொருமைகளை நினைவு கூர்தல். மேலும், அவற்றைக் கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.
- $(a+b)^3, (a-b)^3, (x+a)(x+b)(x+c)$ ஆகிய முற்றொருமைகளைப் புரிந்துகொண்டு, அவற்றைக் கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.
- $(a+b)^3$ மற்றும் $(a-b)^3$ என்ற வடிவத்தில் அமைந்த கோவைகளின் காரணிப்படுத்துதலை அறிந்துகொள்ளுதல்.
- ஒருபடிச் சமன்பாடுகளில் அமைந்த வாக்கியக் கணக்குகளைத் தீர்க்க தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- வரைபடத்தாளில் புள்ளிகளைக் குறிக்கத் தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- நேரியச் சமன்பாடுகளின் வரைபடங்களை வரையக் கற்றுக் கொள்ளுதல்.

மீள்பார்வை

நாம் சென்ற வகுப்பில் மாறி, மாறிலி, ஒத்த உறுப்புகள், மாறுபட்ட உறுப்புகள், கெழுக்கள், எண்கோவைகள் மற்றும் இயற்கணிதக் கோவைகளைப் பற்றி படித்துள்ளோம். பிறகு நாம் இயற்கணிதக் கோவையில் சில அடிப்படைச் செயல்களான கூட்டல், கழித்தல் செயல்களைச் செய்து பார்த்துள்ளோம். இப்போது நாம் அவைகளை நினைவுகூர்ந்து மேலும் கற்றலின் அடுத்த நிலைக்குச் செல்வோம்.

இதனுடன் இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் செயல்பாடுகள் மற்றும் இயற்கணித முற்றொருமைகளைப் பற்றித் தெரிந்துகொள்வோம்.

கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

1. பின்வரும் கோவைகளில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.

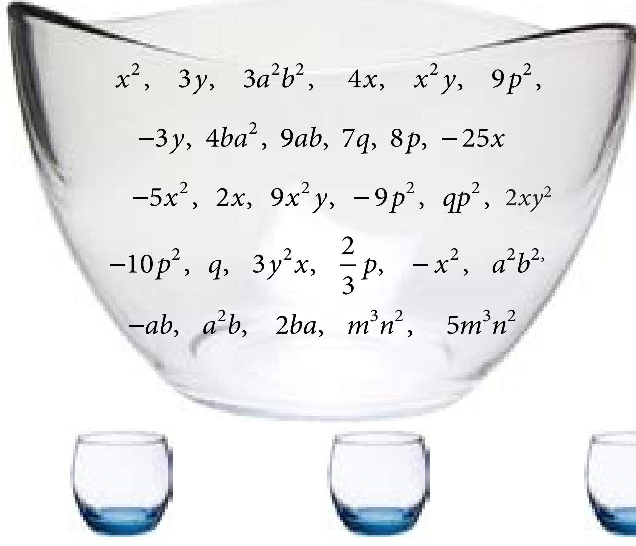
   (i) $x+y+z-xyz$ (ii) m^2n^2c

   (iii) $a^2b^2c-ab^2c^2+a^2bc^2+3abc$ (iv) $8x^2-4xy+7xy^2$

2. பின்வரும் கோவைகளில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பின் எண் கெழுவைக் காண்க.

   (i) $2x^2-5xy+6y^2+7x-10y+9$ (ii) $\frac{x}{3}+\frac{2y}{5}-xy+7$

3. பின்வருவனவற்றுள் உள்ள ஒத்த உறுப்புகளை எடுத்து எழுதுக.



ஒத்த உறுப்புகள்

உறுப்புகளின் மாறியும் அதன் அடுக்குகளும் சமமாக இருக்கும்.

எ.கா $x^2, 4x^2$
$a^2b^2, -5a^2b^2$
$2m, -7m$

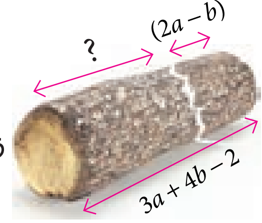
4. கூட்டுக: $2x, 6y, 9x-2y$

5. சுருக்குக: $(5x^3y^3-3x^2y^2+xy+7)+(2xy+x^3y^3-5+2x^2y^2)$

6. ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் முறையே $2x-5y+9, 3y+6x-7$ மற்றும் $-4x+y+10$ எனில், அம்முக்கோணத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

7. $6mn$ இலிருந்து $-2mn$ கழிக்க.

8. $4a^2-3ab+b^2$ இலிருந்து $6a^2-5ab+3b^2$ ஐக் கழிக்க.



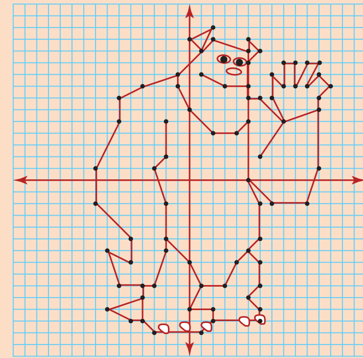
9. ஒரு மரக்கட்டையின் நீளம் $(3a+4b-2)$, அதிலிருந்து $(2a-b)$ நீளமுள்ள ஒரு மரத்துண்டு நீக்கப்படுகிறது எனில் மீதமுள்ள மரக்கட்டையின் நீளம் எவ்வளவு?

10. ஒரு தகரப் பாத்திரத்தில் 'x' லிட்டர் எண்ணெய் உள்ளது. மற்றொரு தகரப் பாத்திரத்தில் $(3x^2+6x-5)$ லிட்டர் எண்ணெய் உள்ளது. கடைக்காரர் $(x+7)$ லிட்டர் எண்ணெயை கூடுதலாக இரண்டாவது பாத்திரத்தில் சேர்க்கிறார். பிறகு, இரண்டாவது தகரப் பாத்திரத்தில் இருந்து (x^2+6) லிட்டர் எண்ணெயை விற்றுவிடுகிறார் எனில், இரண்டாவது தகரப் பாத்திரத்தில் மீதமுள்ள எண்ணெய்யின் அளவு எவ்வளவு?

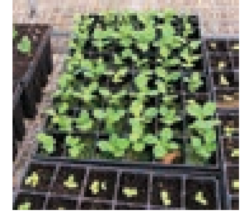
எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் இயற்கணிதம்



வேகம், தூரம், நேரம், சராசரி வேகம் ஆகியவற்றைக் காண ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் பயன்படுகின்றன.



ஓவியங்கள் வரைவதற்கு வரைபடங்கள் பயன்படுகிறது.



3.1 அறிமுகம்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சூழலைக் கருதுவோம். கணேஷ் தன்னுடைய தோட்டத்தில் மரக்கன்றுகளை நட்டார். அவர் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 5 மரக்கன்றுகள் வீதம் 10 வரிசைகளில் நட்டார் எனில், கணேஷ் எத்தனை மரக்கன்றுகளை நட்டார் என உங்களால் கூற முடியுமா?

ஆம், மொத்த மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கையானது வரிசைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றின் பெருக்கற் பலன் என்பது நமக்குத் தெரியும்.

எனவே, மொத்த மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கை $= 10$ வரிசைகள் $\times\, 5$ மரக்கன்றுகள் வீதம்

$= 10 \times 5 = 50$ மரக்கன்றுகள்

இதேபோன்று, டேவிட் சில மரக்கன்றுகளை நட்டார். அவர் நட்ட மொத்த வரிசைகளின் எண்ணிக்கையும் மற்றும் ஒவ்வொரு வரிசையிலுமுள்ள மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கையும் தெரியவில்லை எனில் அவர் நட்ட மொத்த மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கையை உங்களால் கூறமுடியுமா?

தெரியாத மதிப்புகளை நாம் 'x' மற்றும் 'y' என எடுத்துக்கொள்வோம். ஆகவே அவர் நட்ட மொத்த மரக் கன்றுகளின் எண்ணிக்கை = 'x' வரிசை $\times$ 'y' மரக்கன்றுகள் வீதம்

= '$x \times y$' $= xy$ மரக்கன்றுகள்

இந்தச் சூழ்நிலையை மேலும் விரிவாக்குவோம், ரஹீம் என்பவர், தன்னுடைய தோட்டத்தில் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் $3y^2$ மரக்கன்றுகள் உள்ளவாறு $(2x^2+5x-7)$ வரிசைகளில் மரக்கன்றுகளை நட்டார் எனில், இப்போது ரஹீம் நட்ட மொத்த மரக் கன்றுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண மேலே கூறிய வழிமுறைகள் நமக்கு உதவுகிறது.

மொத்த மரக் கன்றுகளின் எண்ணிக்கை

$= (2x^2+5x-7)$ வரிசைகளின் எண்ணிக்கை $\times\, 3y^2$ மரக்கன்றுகள் வீதம்

$= 3y^2 \times (2x^2+5x-7)$

மேற்காணும் இயற்கணிதக் கோவையை எவ்வாறு பெருக்குவீர்கள்?

இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கலைக் காணும் முறையை நாம் இப்போது கற்போம்.



குறிப்பு

பல்லுறுப்புக் கோவை	இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட இயற்கணித உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு கோவை பல்லுறுப்புக் கோவை எனப்படும். பல்லுறுப்புக் கோவையின் அனைத்து மாறிகளின் அடுக்குகளும் ஒரு முழு எண்ணாக இருக்கும். எ.கா: $a^2+2ab+b^2$ $\quad 4x^2+3x-7$ ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை கீழ்க்கண்டவற்றை கொண்டு இருக்காது 1) மாறியால் வகுத்தல்: எ.கா. $4x^2-\frac{5}{1+x}$ பல்லுறுப்புக் கோவை அல்ல. 2) மாறியில் குறை அடுக்கு: எ.கா. $7x^{-2}+5x-6$ பல்லுறுப்புக் கோவை அல்ல. 3) மாறியின் அடுக்கு பின்னமாக: எ.கா. $3x^3+4x^{\frac{1}{2}}+5$ பல்லுறுப்புக் கோவை அல்ல.
ஒருறுப்புக் கோவை	ஒரேயோர் உறுப்பு மட்டுமே உள்ள கோவை ஒருறுப்புக் கோவை எனப்படும். எ.கா: $4x,\ 3x^2y,\ -2y^2$.
ஈறுருப்புக் கோவை	இரண்டு உறுப்புகள் மட்டுமே உள்ள கோவை ஈறுருப்புக் கோவை எனப்படும். எ.கா: $2x+3,\ 5y^2+9y,\ a^2b^2+2b$.
மூவுறுப்புக் கோவை	மூன்று உறுப்புகள் மட்டுமே உள்ள கோவை மூவுறுப்புக் கோவை எனப்படும். எ.கா: $2a^2b-8ab+b^2,\ \ m^2-n^2+3$.

3.2 இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல்

இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் செய்யும் போது கீழ்காணும் வழிமுறைகளை நாம் பின்பற்ற வேண்டும்.

படி 1: உறுப்புகளின் குறிகளைப் பெருக்க வேண்டும். அதாவது ஒத்தக் குறிகளைப் பெருக்கும்போது மிகைக் குறியே வரும். மாறுபட்ட குறிகளைப் பெருக்கும்போது குறைக் குறியே வரும்.

ஒத்தக் குறிகள்	$(+)\times(+)=+$	$(-)\times(-)=+$
மாறுபட்ட குறிகள்	$(+)\times(-)=-$	$(-)\times(+)=-$

படி 2: உறுப்புகளின் கெழுக்களைப் பெருக்க வேண்டும்.

படி 3: அடுக்குக்குறி விதிகளைப் பயன்படுத்தி மாறிகளைப் பெருக்க வேண்டும்.

இங்கு x என்பது மாறி மற்றும் m, n என்பது மிகை முழுக்கள் எனில்,

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

எடுத்துக்காட்டு: $x^3 \times x^4 = x^{3+4} = x^7$

சிந்திக்க

ஒவ்வொரு இயற்கணிதக் கோவையும் பல்லுறுப்புக் கோவை ஆகும். இக்கூற்று சரியா? ஏன்?

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை என்பது இயற்கணிதக் கோவையின் சிறப்பு வகையாகும். ஓர் இயற்கணிதக் கோவைக்கும், பல்லுறுப்புக் கோவைக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு

இயற்கணிதக் கோவை

மாறிகளின் அடுக்கு முழு எண்ணாகவோ, பின்னமாகவோ, குறை குறி உடையதாகவோ இருக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: $4x^{3/2}-3x+9$

$2y^2+\frac{5}{y}-3$, $3x^2-4x+1$

பல்லுறுப்புக் கோவை.

மாறிகளின் அடுக்கு ஒரு முழு எண்ணாக மட்டுமே இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு: $4x^2-3x+9$

$2y^6+5y^3-3$

குறிப்பு

இரண்டு உறுப்புகளின் பெருக்கலை ( ) அல்லது புள்ளி (.) அல்லது × என்ற குறிகளால் குறிப்பிடுவோம்.

(எ.கா) $4x^2$ மற்றும் xy ன் பெருக்கலைக் கீழ்காணும் ஏதேனும் ஒரு வழியில் நாம் குறிப்பிடுவோம்.

$(4x^2)(xy)$	$4x^2\times xy$	$4x^2(xy)$	$(4x^2)\,xy$	$(4x^2)\times(xy)$	$4x^2\cdot xy$

3.2.1 இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட ஓருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கல்

கீதா 3 எழுதுகோல்களை ஒவ்வொன்றும் ₹5 வீதம் வாங்கினாள் எனில், கடைக்காரருக்கு அவள் எவ்வளவு பணம் தரவேண்டும்?



கீதா கடைக்காரருக்குக் கொடுக்க வேண்டிய தொகை = 3 × ₹5

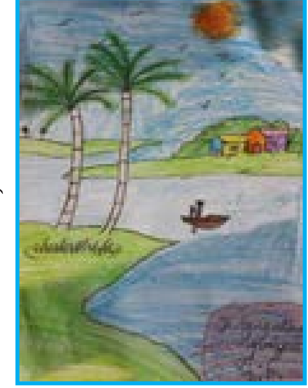
= ₹15

எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கை x மற்றும் ஒரு எழுதுகோலின் விலை ₹.y எனில், பிறகு ஒவ்வொரு எழுதுகோலும் ₹ 5y வீதம் கீதா வாங்கிய $(3x^2)$ எழுதுகோல்களின் மொத்த விலை

$$= (3x^2) \times 5y$$
$$= (3 \times 5)(x^2 \times y)$$
$$= ₹\ 15x^2y$$

எடுத்துக்காட்டு 3.1

ஒரு செவ்வக வடிவ ஓவியத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே $4xy^3$ மற்றும் $3x^2y$ எனில், அதன் பரப்பளவைக் காண்க.


$3x^2y$
$4xy^3$

தீர்வு:

செவ்வக வடிவ ஓவியத்தின் பரப்பளவு,

$A =$ (நீளம் x அகலம்) சதுர அலகுகள்

$= (4xy^3) \times (3x^2y)$

$= (4 \times 3)(x \times x^2)(y^3 \times y)$

$A = 12x^3y^4$ சதுர அலகுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 3.2

$2x^2y^2$, $3y^2z$ மற்றும் $-z^2x^3$ ஆகியவற்றின் பெருக்கல்பலன் காண்க.

தீர்வு

இங்கு, $(2x^2y^2) \times (3y^2z) \times (-z^2x^3)$

$= (+) \times (+) \times (-)(2 \times 3 \times 1)(x^2 \times x^3)(y^2 \times y^2)(z \times z^2)$

$= -6x^5y^4z^3$.



இவற்றை முயல்க

பெருக்கல்பலன் காண்க

(i) $3ab^2, -2a^2b^3$

(ii) $4xy, 5y^2x, (-x^2)$

(iii) $2m, -5n, -3p$

3.2.2 ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையை ஒருறுப்புக் கோவையுடன் பெருக்குதல்

ஒரு வீதியில் 'a' எண்ணிக்கையில் கடைகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு கடையிலும் 8 கூடைகளில் 'x' ஆப்பிள்கள் வீதமும், 3 கூடைகளில் 'y' ஆரஞ்சுகள் வீதமும் மற்றும் 5 கூடைகளில் 'z' வாழைப்பழங்கள் வீதமும் உள்ளன எனில், கடைகளிலுள்ள ஆப்பிள், ஆரஞ்சு மற்றும் வாழைப்பழங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை:

$$= a \times (8x + 3y + 5z)$$
$$= a(8x) + a(3y) + a(5z)$$
$$= 8ax + 3ay + 5az$$



குறிப்பு

பங்கீட்டுப் பண்பு	a என்பது ஒரு மாறிலி, x மற்றும் y ஆகியவை மாறிகள் எனில், பிறகு $a(x+y) = ax + ay$ எடுத்துக்காட்டு: $5(x+y) = 5x + 5y$



ஒருறுப்புக் கோவை x ஒருறுப்புக் கோவை = ஒருறுப்புக் கோவை
ஈறுருப்புக் கோவை x ஒருறுப்புக் கோவை = ஈறுருப்புக் கோவை
ஈறுருப்புக் கோவை x ஈறுருப்புக் கோவை = ஈறுருப்புக் கோவை / பல்லுறுப்புக் கோவை
பல்லுறுப்புக் கோவை x ஒருறுப்புக் கோவை = பல்லுறுப்புக் கோவை

எடுத்துக்காட்டு 3.3

$3x^2y$ மற்றும் $(2x^3y^3 - 5x^2y + 9xy)$ ஐப் பெருக்குக

சிந்திக்க

$3+(4x-7y) \neq 12x-21y$ ஏன்?

தீர்வு:

இங்கு, $(3x^2y) \times (2x^3y^3 - 5x^2y + 9xy)$

$= 3x^2y(2x^3y^3) - 3x^2y(5x^2y) + 3x^2y(9xy)$

பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஓருறுப்புக் கோவையால் பெருக்குக.

$= (3\times 2)(x^2 \times x^3)(y \times y^3) - (3\times 5)(x^2 \times x^2)(y \times y) + (3\times 9)(x^2 \times x)(y \times y)$

$= 6x^5y^4 - 15x^4y^2 + 27x^3y^2$

எடுத்துக்காட்டு 3.4



ஒரு வங்கியில் ராம் என்பவர் 'x' எண்ணிக்கையில் ₹ 2000 தாள்களும் 'y' எண்ணிக்கையில் ₹ 500 தாள்களும், z எண்ணிக்கையில் ₹ 100 தாள்களும் முதலீடு செய்தார். மேலும் வேலன் என்பவர் ராம் செய்த முதலீட்டைப் போன்று $3xy$ மடங்கு முதலீடு செய்தார் எனில், அவ்வங்கியில் வேலன் முதலீடு செய்த தொகை எவ்வளவு?

தீர்வு:

ராம் முதலீடு செய்த தொகை

$= (x \times ₹2000 + y \times ₹500 + z \times ₹100)$

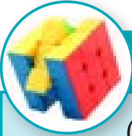
$= ₹(2000x + 500y + 100z)$

வேலன் முதலீடு செய்த தொகை $= 3xy$ மடங்கு $\times$ ராம் முதலீடு செய்த தொகை

$= 3xy \times (2000x + 500y + 100z)$

$= (3\times 2000)(x \times x \times y) + (3 \times 500)(x \times y \times y) + (3 \times 100)(x \times y \times z)$

$= ₹(6000x^2y + 1500xy^2 + 300xyz)$

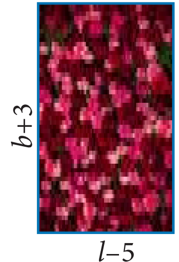


இவற்றை முயல்க

(i) $(5x^2 + 7x - 3)$ ஐ $4x^2$ ஆல் பெருக்குக. (ii) $(10x - 7y + 5z)$ ஐ $6xyz$ ஆல் பெருக்குக.

(iii) $(ab + 3bc - 5ca)$ ஐ $-3a^2bc$ ஆல் பெருக்குக. (iv) $(4m^2 - 3m + 7)$ ஐ $-5m^3$ ஆல் பெருக்குக.

3.2.3 ஈறுருப்புக் கோவைகளின் பெருக்கல்



ஒரு செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுகையின் உண்மையான நீளத்திலிருந்து 5 அலகுகள் குறைத்தும், உண்மையான அகலத்திலிருந்து 3 அலகுகள் அதிகரித்தும் இருக்கும்போது, செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுகையின் பரப்பளவு என்ன?

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= l \times b$

இங்கு, செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுக்கையின் பரப்பளவு $A = (l-5) \times (b+3)$ சதுர அடிகள்

இதனை, எவ்வாறு பெருக்குவது?

இப்போது இரண்டு ஈருறுப்புக் கோவைகளை எவ்வாறு பெருக்குவது எனக் கற்றுக் கொள்வோம்.

$(x+y)$ மற்றும் $(p+q)$ ஆகியவை இரண்டு ஈருறுப்புக் கோவைகள் எனக் கொள்க. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அவற்றின் பெருக்கற்பலனைக் காணலாம்.

(i) கிடைமட்ட பங்கீட்டு முறை	(ii) செங்குத்து பங்கீட்டு முறை	(iii) கட்டக முறை
$(x+y)\,(p+q) = x(p+q)+y(p+q)$ $= xp+xq+yp+yq$	$x+y$ $p+q$ $xq+yq$ $xp+yp$ $= xp+xq+yp+yq$	× | x | y p | xp | yp q | xq | yq $= xp+xq+yp+yq$

(iv) FOIL முறை

Outer Last

$(x+y)\ (p+q) = xp+ xq+ yp+ yq$ என நேரடியாகவும் பெருக்கலாம்.

First Inner

எனவே, மேலே கூறிய செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுக்கையின் பரப்பளவு

(கிடைமட்ட பங்கீட்டு முறை) $A = (l-5)\times(b+3)$

$= l(b+3)-5(b+3)$

$A = (lb+3l-5b-15)$ சதுர அலகுகள்

மாற்று முறை

கட்டக முறை

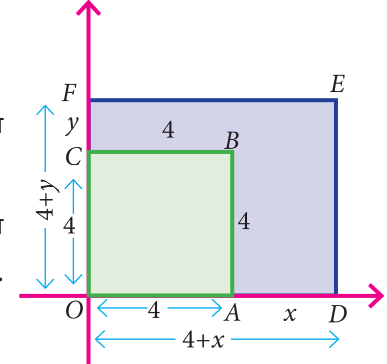
×	l	-5
b	lb	$-5b$
3	$3l$	-15

$= (lb+3l-5b-15)$

நாம் மேலும் ஓர் எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம். கொடுக்கப்பட்டப் படத்தினைப் பார்க்க, சதுரம் $OABC$ இல், $OA=4$ அலகுகள் ; $OC=4$ அலகுகள்

சதுரம் $OABC$ இன் பரப்பளவு $= 4\times 4$

$A = 16$ சதுர அலகுகள்



சதுரத்தின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களை முறையே 'x' அலகுகள் மற்றும் 'y' அலகுகள் நீட்டிக்கப்படுகிறது எனக் கொள்க.

இப்போது $OD=(4+x)$ அலகுகள் மற்றும் $OF=(4+y)$ அலகுகள் பக்கங்களைக் கொண்ட $ODEF$ என்ற செவ்வகத்தை நாம் பெறுகிறோம்.

இங்கு, செவ்வகம் $ODEF$ ன் பரப்பளவு $A = (4+x)\ (4+y)$

(**FOIL** முறை) $A = 16+4y+4x+xy$ சதுர அலகுகள்

மாறுபட்ட உறுப்புகள், கூட்டமுடியாது

எடுத்துக்காட்டு 3.5

$(2x+5y)$ மற்றும் $(3x-4y)$ ஐப் பெருக்குக

தீர்வு:

கிடைமட்ட பங்கீட்டு முறையில் பெருக்க,

$(2x+5y)(3x-4y) = 2x\,(3x-4y) + 5y\,(3x-4y)$

$= 6x^2-8xy+15xy-20y^2$

$= 6x^2+7xy-20y^2$ (ஒத்த உறுப்புகளைச் சுருக்குக)

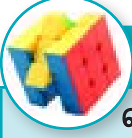
மாற்று முறை

கட்டக முறையில் பெருக்க

×	$2x$	$5y$
$3x$	$6x^2$	$15xy$
$-4y$	$-8xy$	$-20y^2$

$= 6x^2-8xy+15xy-20y^2$

$= 6x^2+7xy-20y^2$



இவற்றை முயல்க

பெருக்குக

(i) $(a-5)$ மற்றும் $(a+4)$

(ii) $(a+b)$ மற்றும் $(a-b)$

(iii) (m^4+n^4) மற்றும் $(m-n)$

(iv) $(2x+3)$ மற்றும் $(x-4)$

(v) $(3x+7)$ மற்றும் $(x-5)$

(vi) $(x-2)$ மற்றும் $(6x-3)$



சிந்திக்க

(i) $3x^2(x^4-7x^3+2)$, என்ற கோவையின் உயர்ந்த அடுக்கு என்ன?

(ii) $-5y^2+2y-6 = -(5y^2+2y-6)$ என்பது சரியா? தவறு எனில், சரி செய்க.

பயிற்சி 3.1

1. அட்டவணையை நிரப்புக.

$\times$	$2x^2$	$-2xy$	x^4y^3	$2xyz$	$(__)xz^2$
x^4					
(___)			$4x^5y^4$		
$-x^2y$					
$2y^2z$					$-10xy^2z^3$
$-3xyz$					
(___)				$-14xyz^2$	

2. உறுப்புகளின் பெருக்கற் பலனைக் காண்க.

(i) $-2mn, (2m)^2, -3mn$ (ii) $3x^2y, -3xy^3, x^2y^2$

3. $l=4pq^2$, $b=-3p^2q$, $h=2p^3q^3$ எனில் $l\times b\times h$ இன் மதிப்பைக் காண்க

4. விரிவாக்குக

(i) $5x(2y-3)$ (ii) $-2p(5p^2-3p+7)$

(iii) $3mn(m^3n^3-5m^2n+7mn^2)$ (iv) $x^2(x+y+z)+y^2(x+y+z)+z^2(x-y-z)$

5. பெருக்கற் பலனைக் காண்க

(i) $(2x+3)(2x-4)$ (ii) $(y^2-4)(2y^2+3y)$

(iii) $(m^2-n)(5m^2n^2-n^2)$ (iv) $3(x-5)\times 2(x-1)$

6. விடுபட்ட மதிப்புகளைக் காண்க

(i) $6xy\times$ __________ $=-12x^3y$ (ii) __________ $\times(-15m^2n^3p)=45m^3n^3p^2$

(iii) $2y(5x^2y-$ ____ $+3$ ____ $)=10x^2y^2-2xy+6y^3$

7. பின்வருவனவற்றைப் பொருத்துக

a)	$4y^2 \times (-3y)$	(i)	$20x^2y - 20x$
b)	$-2xy(5x^2 - 3)$	(ii)	$5x^3 - 5xy^2 + 5x^2y$
c)	$5x(x^2 - y^2 + xy)$	(iii)	$4x^2 - 9$
d)	$(2x+3)(2x-3)$	(iv)	$-12y^3$
e)	$5x(4xy - 4)$	(v)	$-10x^3y + 6xy$

அ) iv, v, ii, i, iii ஆ) v, iv, iii, ii, i இ) iv, v, ii, iii, i ஈ) iv, v, iii, ii, i

8. ஒரு மகிழுந்து $(x+30)$ கி.மீ / மணி என்ற சீரான வேகத்தில் செல்கிறது. $(y+2)$ மணி நேரத்தில் அந்த மகிழுந்து கடந்த தூரத்தைக் காண்க. (குறிப்பு: தூரம் = வேகம் x நேரம்)

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. $7p^3$ மற்றும் $(2p^2)^2$ இன் பெருக்கற்பலன்

(அ) $14p^{12}$ (ஆ) $28p^7$ (இ) $9p^7$ (ஈ) $11p^{12}$

10. $-3m^3n \times 9(__) = __________ m^4n^3$ என்ற பெருக்கற்பலனில் விடுப்பட்ட மதிப்புகளைக் காண்க.

(அ) $mn^2, 27$ (ஆ) $m^2n, 27$ (இ) $m^2n^2, -27$ (ஈ) $mn^2, -27$

11. சதுரத்தின் பரப்பளவு $36x^4y^2$ எனில், அதன் பக்க அளவு _____________

(அ) $6x^4y^2$ (ஆ) $8x^2y^2$ (இ) $6x^2y$ (ஈ) $-6x^2y$

12. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $48m^2n^3$ ச.அ மற்றும் நீளம் $8mn^2$ அலகுகள் எனில் அதன் அகலம் __ அலகுகள்.

(அ) $6\ mn$ (ஆ) $8m^2n$ (இ) $7m^2n^2$ (ஈ) $6m^2n^2$

13. ஒரு செவ்வக வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவு $(a^2 - b^2)$ சதுர அலகுகள் மற்றும் அகலம் $(a-b)$ அலகுகள் எனில் அதன் நீளம் ___________ அலகுகள் ஆகும்.

(அ) $a-b$ (ஆ) $a+b$ (இ) $a^2 - b$ (ஈ) $(a+b)^2$

3.3 இயற்கணிதக் கோவைகளின் வகுத்தல்

சென்ற பாடவேளைகளில், நாம் இயற்கணிதக் கோவைகளின் கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பெருக்கல் செயல்பாடுகளைக் கற்றோம். இப்போது, நாம் மற்றொரு அடிப்படை செயல்பாடான இயற்கணிதக் கோவைகளின் வகுத்தல் பற்றி காண்போம். வகுத்தல் என்பது பெருக்கலின் தலைகீழ் வடிவம் என நமக்குத் தெரியும். அதாவது

ஒவ்வொரு பந்தும் ₹.5/– வீதம் 10 பந்துகளின் விலை $= 10 \times 5$

$= ₹\ 50$

இதுவே நம்மிடம் ₹.50 உள்ளது, நாம் 10 பந்துகளை வாங்க நினைத்தால் பிறகு

ஒரு பந்தின் விலை $= ₹\ \frac{50}{10}$

$= ₹\ 5$

நாம் மேலே காண்பது எண்களின் வகுத்தல் செயல்பாடு ஆகும். ஆனால் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு கோவையை மற்றொரு கோவையால் நீங்கள் எப்படி வகுப்பீர்கள்?

நிச்சயமாக, இதே போன்று அடுக்குக்குறி விதியைப் பயன்படுத்தி இயற்கணிதக் கோவையை வகுக்கலாம்.

'x' என்பது மாறி மற்றும் m, n ஆகியவை மாறலி எனக் கொண்டால், $x^m \div x^n = x^{m-n}$ இங்கு $m > n$

3.3.1 ஒருறுப்புக் கோவையை மற்றோர் ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுத்தல்

$10p^4$ என்ற ஒருறுப்புக் கோவையை, $2p^3$ என்ற மற்றொரு ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுக்க, நமக்குக் கிடைப்பது

$$10p^4 \div 2p^3$$

$$\frac{10p^4}{2p^3} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}} \times p \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times \cancel{p}}{\cancel{2} \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times \cancel{p}}$$ (அடுக்குகளை விரிவாக்க)

$$= 5p$$

சிந்திக்க

பின்வரும் வகுத்தல் செயல்பாடுகள் சரியானவையா?

(i) $\frac{x^3}{x^8} = x^{8-3} = x^5$ (ii) $\frac{10m^4}{10m^4} = 0$

(iii) ஓர் ஒருறுப்புக் கோவையை அதேக் கோவையால் வகுக்க, நமக்கு 1 கிடைக்கும்.

இருந்த போதும், இந்த வகுத்தலை அடுக்குக்குறி விதிகளைப் பின்பற்றியும் வகுக்கலாம்.

$$\frac{10p^4}{2p^3} = 5p^{4-3}$$

$$= 5p$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

எடுத்துக்காட்டு 3.6

வேலு தன்னுடைய படம் ஒட்டும் குறிப்பேட்டில் ஒரு பக்கத்திற்கு $4xy$ படங்களை ஒட்டினார். அதே போன்று $100x^2y^3$ படங்களை ஒட்டுவதற்கு எத்தனை பக்கங்கள் அவருக்குத் தேவை? (x மற்றும் y மிகை முழுக்கள் ஆகும்)

தீர்வு:

மொத்தப் படங்களின் எண்ணிக்கை $= 100x^2y^3$

ஒரு பக்கத்தில் உள்ள படங்களின் எண்ணிக்கை $= 4xy$

தேவையான மொத்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{\text{மொத்தப் படங்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{ஒரு பக்கத்தில் உள்ள படங்களின் எண்ணிக்கை}}$

$$= \frac{\overset{25}{\cancel{100}}x^2y^3}{\cancel{4}xy} = 25x^{2-1}y^{3-1}$$

$$= 25xy^2$$



இவற்றை முயல்க

வகுக்க

(i) $12x^3y^2 \div x^2y$ (ii) $-20a^5b^2 \div 2a^3b^7$ (iii) $28a^4c^2 \div 21ca^2$

(iv) $(3x^2y)^3 \div 6x^2y^3$ (v) $64m^4(n^2)^3 \div 4m^2n^2$ (vi) $(8x^2y^2)^3 \div (8x^2y^2)^2$

(vii) $81p^2q^4 \div \sqrt{81p^2q^4}$ (vii) $(4x^2y^3)^0 \div \frac{(x^3)^2}{x^6}$

3.3.2 ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையை ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுத்தல்

ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையை, ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுக்க, பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.7

$(5y^3 - 25y^2 + 8y)$ ஐ $5y$ ஆல் வகுக்க.

தீர்வு:

இங்கு, $(5y^3 - 25y^2 + 8y) \div 5y$

$$= \frac{5y^3 - 25y^2 + 8y}{5y}$$

$$= \frac{5y^3}{5y} - \frac{25y^2}{5y} + \frac{8y}{5y}$$

$$= y^{3-1} - 5y^{2-1} + \frac{8}{5}$$

$$= y^2 - 5y + \frac{8}{5}$$

சிந்திக்க



பின்வரும் வகுத்தல் செயல்பாடுகள் சரியானவையா? தவறு எனில், சரி செய்க.

(i) $\frac{4y+3}{4} = y + 3$ (ii) $\frac{5m^2+9}{9} = 5m^2$

(iii) $\frac{2x^2+8}{4} = 2x^2 + 2$.



இவற்றை முயல்க

(i) $(16y^5 - 8y^2) \div 4y$

(ii) $(p^5q^2 + 24p^3q - 128q^3) \div 6q$

(iii) $(4m^2n + 9n^2m + 3mn) \div 4mn$

3.4 சில பொதுவான தவறுகளைத் தவிர்த்தல்

	தவறுகள்	சரியான முறை	காரணம்
1.	$2xx = 2x$	$2xx = 2 \times x^1 \times x^1 = 2x^2$	மாறிகளின் பெருக்கல்
2.	$-3x - 4x = -1x$	$-3x - 4x = -7x$	ஒத்த குறி உடைய உறுப்புகளைக் கூட்டி, அதே குறியை விடையில் இடவேண்டும்.
3.	$4y + 3y + y = 7y$	$4y + 3y + y = 8y$	y என்பது 1y, இதில் கெழு 1 ஐ பொதுவாக எழுதுவது இல்லை, ஆனால் 1 இருப்பதாக கொள்ள வேண்டும்.
4.	$5x + 3x = 8x^2$	$5x + 3x = 8x$	ஒத்த உறுப்புகளைக் கூட்டும்போது (அ) கழிக்கும்போது அவைகளின் கெழுக்களை மட்டுமே கூட்டவோ (அ) கழிக்கவோ வேண்டும். மாறிகளை அப்படியே வைத்திருக்க வேண்டும்.
5.	$9x + 1 = 10x$	$9x + 1 = 9x + 1$	மாறுபட்ட உறுப்புகளைக் கூட்டவோ அல்லது கழிக்கவோ முடியாது.
6.	$3x + 4y = 7xy$	$3x + 4y = 3x + 4y$	மாறுபட்ட உறுப்புகளைக் கூட்ட முடியாது.
7.	$3(4x+9)$ $= 12x + 9$	$3(4x+9) = 12x + 27$	பொது காரணி 3 ஆல் கோவையின் அனைத்து உறுப்புகளையும் பெருக்க வேண்டும்.
8.	$5 + (3y - 4)$ $= 15y - 20$	$5 + (3y - 4)$ $= 5 + 3y - 4$	இரண்டு காரணிகளுக்கு இடையில் கூட்டல் குறி உள்ளது. பெருக்கல் செய்யக்கூடாது
9.	$(-7x^2 + 2x + 3)$ $= -(7x^2 + 2x + 3)$	$-7x^2 + 2x + 3$ $= -(7x^2 - 2x - 3)$	(-1) ஐப் பொது காரணியாக எடுக்கக், கோவையின் அனைத்து உறுப்புகளின் குறிகளும் மாறுபடும்.

10.	$(2x)^2 = 2x^2$	$(2x)^2 = 2^2 \times x^2 = 4x^2$	அடைப்புக் குறிகளுக்குள் உள்ள அடிமானத்தின் ஒவ்வொரு காரணிக்கும் அடுக்கு பொதுவானது.
11.	$(2x-5)(3x-4)$ $= 6x^2 + 20$	$(2x-5)(3x-4)$ $= 2x(3x-4) - 5(3x-4)$ $= 6x^2 - 8x - 15x + 20$ $= 6x^2 - 23x + 20$	பங்கீட்டு விதியைப் பின்பற்றிச் செய்யவேண்டும்.
12.	$(x-9)^2 = x^2 - 9^2$	$(x-9)^2 = (x-9)(x-9)$ $= x^2 - 2(x)(9) + 9^2$ $= x^2 - 18x + 81$	முற்றொருமைகள் $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ ஐப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்புக் கோவைகளைப் பெருக்குதல்
13.	$\frac{p^2}{p^5} = p^{5-2} = p^3$	$\frac{p^2}{p^5} = \frac{1}{p^{5-2}} = \frac{1}{p^3}$	அடுக்குக்குறி விதிகள் $x^m \div x^n = x^{m-n}$ இங்கு $m > n$
14.	$\frac{x^2+5}{5} = x^2$	$\frac{x^2+5}{5} = \frac{x^2}{5} + \frac{5}{5}$ $= \frac{x^2}{5} + 1$	கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் பகுதியால் வகுக்கவேண்டும்.
15.	$\frac{5\cancel{m}^2}{5\cancel{m}^2} = 0$	$\frac{5m^2}{5m^2} = 1$	ஓர் உறுப்பை அதே உறுப்பால் வகுத்தால் விடை 1 வரும்.

பயிற்சி 3.2

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக

   (i) $\frac{18m^4(__)}{2m^3n^3} = ____ mn^5$ (ii) $\frac{l^4m^5n^{(_)}}{2lm^{(_)}n^6} = \frac{l^3m^2n}{(_)}$ (iii) $\frac{42a^4b^5(__)}{6a^4b^2} = (__)b^{(_)}c^2$

2. சரியா? அல்லது தவறா? எனக் கூறுக.

   (i) $8x^3y \div 4x^2 = 2xy$

   (ii) $7ab^3 \div 14ab = 2b^2$

3. வகுக்க.

   (i) $27y^3 \div 3y$ (ii) $x^3y^2 \div x^2y$

   (iii) $45x^3y^2z^4 \div (-15xyz)$ (iv) $(3xy)^2 \div 9xy$

4. சுருக்குக.

   (i) $\frac{3m^2}{m} + \frac{2m^4}{m^3}$ (ii) $\frac{14p^5q^3}{2p^2q} - \frac{12p^3q^4}{3q^2}$

5. வகுக்க:

   (i) $(32y^2 - 8yz) \div 2y$ (ii) $(4m^2n^3 + 16m^4n^2 - mn) \div 2mn$

   (iii) $5xy^2 - 18x^2y^3 + 6xy \div 6xy$ (iv) $81(p^4q^2r^3 + 2p^3q^3r^2 - 5p^2q^2r^2) \div (3pqr)^2$

6. தவறுகளைக் கண்டறிந்துச் சரிசெய்க.

(i) $7y^2 - y^2 + 3y^2 = 10y^2$ (ii) $6xy + 3xy = 9x^2y^2$ (iii) $m(4m-3) = 4m^2 - 3$

(iv) $(4n)^2 - 2n + 3 = 4n^2 - 2n + 3$ (v) $(x-2)(x+3) = x^2 - 6$

(vi) $-3p^2 + 4p - 7 = -(3p^2 + 4p - 7)$

7. கூற்று A: $24p^2q$ ஐ $3pq$ ஆல் வகுத்தால் கிடைக்கும் ஈவு 8p ஆகும்.

கூற்று B: $\frac{(5x+5)}{5}$ ஐ சுருக்கும்போது $5x$ கிடைக்கும்.

(அ) இரண்டு கூற்றுகளும் சரி (ஆ) கூற்று A சரி ஆனால் கூற்று B தவறு

(இ) கூற்று A தவறு ஆனால் கூற்று B சரி (ஈ) இரண்டு கூற்றுகளும் தவறு

8. கூற்று A: $4x^2 + 3x - 2 = 2(2x^2 + \frac{3x}{2} - 1)$

கூற்று B: $(2m-5)-(5-2m) = (2m-5) + (2m-5)$

(அ) இரண்டு கூற்றுகளும் சரி (ஆ) கூற்று A சரி ஆனால் கூற்று B தவறு

(இ) கூற்று A தவறு ஆனால் கூற்று B சரி (ஈ) இரண்டு கூற்றுகளும் தவறு

3.5 முற்றொருமைகள்

நாம் சென்ற வகுப்பில் அடிப்படை இயற்கணித முற்றொருமைகள் பற்றி படித்துள்ளோம். இயற்கணித முற்றொருமை என்பது ஒரு சமன்பாடு ஆகும். அதில் உள்ள மாறிகள் எந்த ஒரு மதிப்புக்கும் அச்சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும், இப்போது நாம் சென்ற வகுப்பில் படித்த நான்கு முற்றொருமைகளை நினைவு கூர்வோம். அவை

$$(a+b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a-b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a^2 - b^2) \equiv (a+b)(a-b) \qquad (x+a)(x+b) \equiv x^2 + (a+b)x + ab$$

குழப்பங்களை தவிர்க்க சர்வசம குறியீட்டுக்கு (≡) பதிலாக சமக்குறியீடு (=) ஆலும் முற்றொருமைகள் குறிக்கப்படுகிறது



இவற்றை முயல்க

பின்வருவனவற்றை விரிவாக்குக.

(i) $(p+2)^2 =$ .... (ii) $(3-a)^2 =$ ....

(iii) $(6^2 - x^2) =$ .... (iv) $(a+b)^2 - (a-b)^2 =$ ....

(v) $(a+b)^2 = (a+b) \times$ .... (vi) $(m+n)(.....) = m^2 - n^2$

(vii) $(m + ...)^2 = m^2 + 14m + 49$ (xiii) $(k^2 - 49) = (k + ...)(k - ...)$

(ix) $m^2 - 6m + 9 =$ .... (x) $(m-10)(m+5) =$ ....



குறிப்பு

$7x+3 = 10$ இக்கு மட்டுமே $x=1$ ஒரு தீர்வாகும். ஆனால் $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$. இல் x இன் எந்த மதிப்பும் இதனை நிறைவு செய்யும். எனவே $7x+3 = 10$ என்பது ஒரு சமன்பாடு ஆகும். $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ என்பது ஒரு முற்றொருமையாகும். எனவே ஒரு முற்றொருமை என்பது சமன்பாடாகும் ஆனால் அதன் மறுதலை உண்மையல்ல.

3.5.1 முற்றொருமைகளின் பயன்பாடு

இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் மூலம் தீர்வு காணும் கணக்குகளை இயற்கணித முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்தி மாற்றுமுறையில் தீர்வு காணமுடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.8

$(3a+4c)^2$ இன் மதிப்பை $(a+b)^2$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தீர்வு:

$(3a+4c)^2$ ஐ $(a+b)^2$ உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a=3a, b=4c$ எனக் கிடைக்கிறது

இங்கு $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$\therefore \quad (3a+4c)^2 = (3a)^2+2(3a)(4c)+(4c)^2$ (a, b மதிப்புகளைப் பிரதியிட)

மேலும், $= 3^2a^2+(2\times3\times4)(a\times c)+4^2c^2$

$(3a+4c)^2 = 9a^2+24ac+16c^2$

எடுத்துக்காட்டு 3.9

998^2 ன் மதிப்பை $(a-b)^2$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தீர்வு:

998 ஐ $(1000-2)$ என எழுத இயலும்.

$\therefore \quad (998)^2 = (1000-2)^2$

இது $(a-b)^2$, உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a=1000,\ b=2$ எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$(1000-2)^2 = (1000)^2-2(1000)(2)+(2)^2$

$= 1000000-4000+4$

$(998)^2 = 996004$

சிந்திக்க

$(3a)^2$ க்கு சமமானது எது?

(i) $3a^2$ (ii) 3^2a

(iii) $6a^2$ (iv) $9a^2$

எடுத்துக்காட்டு 3.10

$(3x+5y)(3x-5y)$ ன் மதிப்பை $(a+b)(a-b)$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $(3x+5y)(3x-5y)$

$(a+b)(a-b)$ உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a=3x \quad b=5y$ எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

$(3x+5y)(3x-5y) = (3x)^2-(5y)^2$ (a, b மதிப்புகளை பிரதியிட)

$= 3^2x^2-5^2y^2$

$(3x+5y)(3x-5y) = 9x^2-25y^2$

எடுத்துக்காட்டு 3.11

y^2-16 ஐ a^2-b^2 என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்தி விரிவாக்குக.

தீர்வு:

y^2-16 ஐ y^2-4^2 என எழுதலாம்.

a^2-b^2 உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a=y, b=4$ எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$y^2-4^2=(y+4)(y-4)$$

$$y^2-16=(y+4)(y-4)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.12

$(5x+3)(5x+4)$ ஐ $(x+a)\ (x+b)$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

தீர்வு:

$(5x+3)(5x+4)$ ஐ $(x+a)(x+b)$ உடன் ஒப்பிட, $x=5x$ மற்றும் $a=3,\ b=4$ எனக்கிடைக்கிறது

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ (x, a மற்றும் b ன் மதிப்புகளைப் பிரதியிட)

$$(5x+3)(5x+4)=(5x)^2+(3+4)\ (5x)+(3)\ (4)$$

$$=5^2x^2+(7)(5x)+12$$

$$(5x+3)(5x+4)=25x^2+35x+12$$



இவற்றை முயல்க

பொருத்தமான முற்றொருமையைப் பயன்படுத்தி விரிவாக்குக.

(i) $(3p+2q)^2$ (ii) $(105)^2$ (iii) $(2x-5d)^2$ (iv) $(98)^2$ (v) $(y-5)(y+5)$

(vi) $(3x)^2-5^2$ (vii) $(2m+n)(2m+p)$ (viii) $N\,203\times197$

(ix) $(x-2)$ பக்க அளவுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு காண்க.

(x) நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே $(y+4)$ மற்றும் $(y-3)$ என கொண்ட செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

3.6 கன முற்றொருமைகள்

I. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

இந்தக் கன முற்றொருமையை நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் சரிபார்க்கலாம்,

மாற்று முறை

$\times$	a^2	$2ab$	b^2
a	a^3	$2a^2b$	ab^2
b	a^2b	$2ab^2$	b^3

$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

இங்கு, இடது பக்கம் $=(a+b)^3$

$=[(a+b)(a+b)](a+b)$ (விரிவாக்க நிலை)

$=(a+b)^2(a+b)$

$=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$ (முற்றொமையைப் பயன்படுத்துக)

$=a(a^2+2ab+b^2)+b(a^2+2ab+b^2)$ (பங்கீட்டு வீதியைப் பயன்படுத்துக)

$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3$

$= a^3 + (2a^2b + ba^2) + (ab^2 + 2ab^2) + b^3$ (ஒத்த உறுப்புகளைச் சேர்க்க)

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

= வலது பக்கம்

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

இங்கு, நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் கன முற்றொருமையை சரி பார்த்தோம்.



செயல்பாடு

$(a+b)^3$ இன் வடிவியல் நிரூபணத்தை உன்னுடைய ஆசிரியர் துணையுடன் செய்து காணலாம்.

II **$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$**

இந்தக் கன முற்றொருமையை நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் சரிபார்க்கலாம்.

இடது பக்கம் $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$

$= (a-b)^2 \times (a-b)$

$= (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$

$= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2)$

$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - ba^2 + 2ab^2 - b^3$

$= a^3 - 2a^2b - ba^2 + ab^2 + 2ab^2 - b^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

= வலது பக்கம்

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

இங்கு, நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் கன முற்றொருமையை சரி பார்த்தோம்

$a^2b = ba^2$ பெருக்கல் செயல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

மாற்று முறை

$\times$	a^2	$-2ab$	b^2
a	a^3	$-2a^2b$	ab^2
$-b$	$-a^2b$	$2ab^2$	$-b^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

III **$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$**

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ என்ற முற்றொருமையை நமக்குத் தெரியும். அதனுடன் $(x+c)$ என்ற ஈருறுப்புக் கோவையைப் பெருக்க நமக்குக் கிடைப்பது.

$(x+a)(x+b)(x+c) = [(x+a)(x+b)](x+c)$

$= (x^2 + (a+b)x + ab) \times (x+c)$

$= x[x^2 + (a+b)x + ab] + c[x^2 + (a+b)x + ab]$ (பங்கீட்டு விதி)

$= x^3 + (a+b)x^2 + abx + cx^2 + (a+b)xc + abc$

$= x^3 + ax^2 + bx^2 + abx + cx^2 + acx + bcx + abc$

$= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$ (x^2, x உறுப்புக்களைச் சேர்க்க)

$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

இவ்வாறு கன முற்றொருமைகளைத் தொகுக்கலாம்.

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

மாற்று வடிவங்கள்

மேற்கண்ட முற்றொருமையின் மாற்று வடிவங்களை பின்வருமாறுப் பெறலாம்.

(i) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ (ii) $a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$

(iii) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$ (iv) $a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$

எவ்வாறு? முயன்று பார்.



3.6.1 கன முற்றொருமைகளின் பயன்பாடு

I. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துதல்

எடுத்துக்காட்டு 3.13

விரிவாக்குக $(x+4)^3$

$(4)^2 = 4 \times 4 = 16$
$(4)^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

தீர்வு:

இங்கு $(x+4)^3$ ஐ $(a+b)^3$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = x$, $b = 4$

எனவே $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$$(x+4)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 + (4)^3 \quad (a, b \text{ மதிப்புகளைப் பிரதியிட})$$

$$= (x)^3 + 3x^2(4) + 3(x)(16) + 64$$

$$(x+4)^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$$

இதனை $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ பயன்படுத்தி விரிவாக்குக

எடுத்துக்காட்டு 3.14

$(103)^3$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $(103)^3 = (100+3)^3$

$(a+b)^3$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 100, b = 3$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (a, b \text{ மதிப்புகளைப் பிரதியிட})$$

$$(100+3)^3 = (100)^3 + 3(100)^2(3) + 3(100)(3)^2 + (3)^3$$

$$= 1000000 + 3(10000)(3) + 3(100)(9) + 27$$

$$= 1000000 + 90000 + 2700 + 27$$

$$(103)^3 = 1092727$$

II. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துதல்.

எடுத்துக்காட்டு 3.15

விரிவாக்குக: $(y-5)^3$

தீர்வு:

இங்கு $(y-5)^3$ ஐ $(a-b)^3$, என்ற முற்றொமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = y, b = 5$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$(y-5)^3 = (y)^3 - 3(y)^2(5) + 3(y)(5)^2 - (5)^3$$
$$= (y)^3 - 3y^2(5) + 3(y)(25) - 125$$
$$(y-5)^3 = y^3 - 15y^2 + 75y - 125$$

இதனை

$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

பயன்படுத்தி விரிவாக்குக

எடுத்துக்காட்டு 3.16

$(98)^3$ ன் மதிப்பைக் காண்க

தீர்வு:

இங்கு, $(98)^3 = (100-2)^3$

$(a-b)^3$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 100, b = 2$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$(100-2)^3 = (100)^3 - 3(100)^2(2) + 3(100)(2)^2 - (2)^3$$
$$= 1000000 - 3(10000)(2) + 3(100)(4) - 8$$
$$= 1000000 - 60000 + 1200 - 8$$
$$= 941192$$

III. $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துதல்

எடுத்துக்காட்டு 3.17

விரிவாக்குக: $(x+3)(x+5)(x+2)$

தீர்வு:

$(x+a)(x+b)(x+c)$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது, $x = x$, $a = 3$, $b = 5$, $c = 2$

$$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

$$(x+3)(x+5)(x+2) = (x)^3 + (3+5+2)(x)^2 + (3\times5 + 5\times2 + 2\times3)x + (3)(5)(2)$$
$$= x^3 + 10x^2 + (15+10+6)x + 30$$
$$(x+3)(x+5)(x+2) = x^3 + 10x^2 + 31x + 30$$



இவற்றை முயல்க

விரிவாக்குக : (i) $(x+5)^3$ (ii) $(y-2)^3$ (iii) $(x+1)(x+4)(x+6)$

பயிற்சி 3.3

1. விரிவாக்குக

   (i) $(3m+5)^2$ (ii) $(5p-1)^2$ (iii) $(2n-1)(2n+3)$ (iv) $4p^2-25q^2$

2. விரிவாக்குக

   (i) $(3+m)^3$ (ii) $(2a+5)^3$ (iii) $(3p+4q)^3$ (iv) $(52)^3$ (v) $(104)^3$

3. விரிவாக்குக

   (i) $(5-x)^3$ (ii) $(2x-4y)^3$ (iii) $(ab-c)^3$ (iv) $(48)^3$ (v) $(97xy)^3$

4. சுருக்குக $(p-2)(p+1)(p-4)$

5. $(x+1)$ செ.மீ பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரத்தின் கன அளவைக் காண்க.

6. $(x+2),(x-1)$ மற்றும் $(x-3)$ ஆகிய பக்க அளவுகள் கொண்ட கனச்செவ்வகத்தின் கன அளவைக் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

7. $x^2-y^2=16$ மற்றும் $(x+y)=8$ எனில் $(x-y)$ என்பது ____________

   (அ) 8 (ஆ) 3 (இ) 2 (ஈ) 1

8. $\dfrac{(a+b)(a^3-b^3)}{(a^2-b^2)}=$ ____________

   (அ) a^2-ab+b^2 (ஆ) a^2+ab+b^2 (இ) $a^2+2ab+b^2$ (ஈ) $a^2-2ab+b^2$

9. $(p+q)(p^2-pq+q^2)$ என்பது ______________க்கு சமம்.

   (அ) p^3+q^3 (ஆ) $(p+q)^3$ (இ) p^3-q^3 (ஈ) $(p-q)^3$

10. $(a-b)=3$ மற்றும் $ab=5$ பிறகு $a^3-b^3=$ ____________

    (அ) 15 (ஆ) 18 (இ) 62 (ஈ) 72

11. $a^3+b^3=(a+b)^3-$ ___________

    (அ) $3a(a+b)$ (ஆ) $3ab(a-b)$ (இ) $-3ab(a+b)$ (ஈ) $3ab(a+b)$

3.7 காரணிப்படுத்துதல்

எந்த ஒரு எண்ணையும், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுவதைக் காரணிப்படுத்துதல் என்கிறோம். எண் 12 ஐப் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாகக் எழுதலாம். $12 = 2 \times 2 \times 3$ இதனைப் பகாக் காரணிபடுத்துதல் என்கிறோம்.



குறிப்பு

பகா எண்கள்: ஒன்றாலும், தன்னாலும் வகுபடக் கூடிய எண்கள் அல்லது இரண்டு காரணிகளை மட்டுமே உடைய எண்கள். எடுத்துக்காட்டு: 2, 3, 5, 7, 11, ...

பகு எண்கள்: இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட காரணிகளை உடைய எண்கள். எடுத்துக்காட்டு: 4, 6, 8, 9, 10, 12, ...

இயற்கணிதக் கோவையை எவ்வாறு காரணிப்படுத்துவீர்கள்? ஆம். கொடுக்கப்பட்ட கோவையை இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோவைகளின் பெருக்கல்பலனாக எழுத முடிந்தால் அதனைக் கோவைகளின் காரணிப்படுத்துதல் என்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக (i) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ இங்கு $(a+b)$ மற்றும் $(a-b)$ ஆகியவை a^2-b^2 இன் இரண்டு காரணிகள் ஆகும்.

(ii) $5y+30=5(y+6)$ இங்கு 5 மற்றும் $(y+6)$ ஆகியவை $5y+30$ இன் இரண்டு காரணிகள் ஆகும்.

மேலும் எந்த ஒரு கோவையையும் நாம் (1) x (கோவை) எனக் காரணிப்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக a^2-b^2 என்பதனை $(1)\times(a^2-b^2)$ அல்லது $(-1)\times(b^2-a^2)$ என காரணிப்படுத்த முடியும். ஏனென்றால் எண் 1, அனைத்து எண்கள் மற்றும் கோவைகளின் காரணி ஆகும்.

எனவே, நாம் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்தும்போது, கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றுள் பொருத்தமானக் காரணிப்படுத்துதல் முறையைப் பின்பற்றி இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட காரணிகளைப் பெறலாம் (1 ஐ தவிர).

வகை 1: ஒவ்வொரு உறுப்பிலும் உள்ள பொதுக் காரணியை வெளியே எடுத்துக் காரணிப்படுத்துதல்

கோவையில் உள்ள அனைத்துப் பொதுக் காரணிகளையும் வெளியே எடுத்து காரணிகளை வரிசைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.18

காரணிப்படுத்துக: $4x^2y+8xy$

தீர்வு:

இங்கு, $4x^2y+8xy$ ஐ கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்

$= (2\times2\times x\times x\times y) + (2\times2\times2\times x\times y)$

$2,2,x,y$ என்ற பொதுக் காரணிகளை வெளியே எடுக்க, நமக்குக் கிடைப்பது,

$= 2\times2\times x\times y(x+2)$

$= 4xy(x+2)$

வகை 2: ஒவ்வொரு உறுப்பில் இருந்தும் பொதுவாக உள்ள ஈருறுப்புக் காரணியை வெளியே எடுத்து காரணிப்படுத்துதல்.

எடுத்துக்காட்டு 3.19

(i) காரணிப்படுத்துக: $(2x+5)(x-y)+(4y)(x-y)$	(ii) காரணிப்படுத்துக: $3n(p-2)+4(2-p)$
தீர்வு: இங்கு $(2x+5)(x-y)+(4y)(x-y)$ $(x-y)$ என்ற பொதுக் காரணியை வெளியே எடுக்க நமக்கு கிடைப்பது, $(x-y)(2x+5+4y)$	**தீர்வு:** இங்கு $3n(p-2)+4(2-p)$ $(-)$ ஐ வெளியே எடுக்க $3n(p-2)-4(p-2)$ $(p-2)$ என்ற பொதுக் காரணியை வெளியே எடுக்க நமக்கு கிடைப்பது, $(p-2)(3n-4)$

வகை 3: ஒன்றாகச் சேர்த்துக் காரணிப்படுத்துதல்

சில நேரங்களில், கொடுக்கப்பட்ட கோவைகளில், பொதுக்காரணிகளைக் கொண்ட உறுப்புகளை மட்டும் ஒன்றாகச் சேர்த்து, அவ்வுறுப்புகளில் உள்ள பொதுக்காரணியை வெளியே எடுப்பதன் மூலம் எளிமையாகக் காரணிப்படுத்த இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.20

காரணிப்படுத்துக : $x^2 + yz + xy + xz$

தீர்வு:

இங்கு, $x^2 + yz + xy + xz$

பொருத்தமான முறையில் உறுப்புகளைச் சேர்க்க $= (x^2 + xy) + (yz + xz)$

$= x(x + y) + z(y + x)$

$= x(x + y) + z(x + y)$ (பரிமாற்றுப் பண்பு)

$(x + y)$ என்ற பொதுக் காரணியை வெளியே எடுக்க, நமக்குக் கிடைப்பது

$= (x + y)(x + z)$

வகை 4: முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துதல்

(i) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (ii) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (iii) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

எடுத்துக்காட்டு 3.21

காரணிப்படுத்துக: $x^2 + 8x + 16$

தீர்வு:

இங்கு, $x^2 + 8x + 16$

$x^2 + 8x + 4^2$ என எழுதலாம்

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = x$; $b = 4$

$(x^2) + 2(x)(4) + (4)^2 = (x+4)^2$

$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2 = (x+4)(x+4)$

$(x+4)$, $(x+4)$ ஆகியவை இரு காரணிகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.22

காரணிப்படுத்துக: $49x^2 - 84xy + 36y^2$

தீர்வு:

இங்கு, $49x^2 - 84xy + 36y^2 = 7^2x^2 - 84xy + 6^2y^2$

$= (7x)^2 - 2(7x)(6y) + (6y)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 7x$, $b = 6y$

$(7x)^2 - 2(7x)(6y) + (6y)^2 = (7x - 6y)^2$

$\therefore\ 49x^2 - 84xy + 36y^2 = (7x - 6y)^2$

$(7x - 6y)$, $(7x - 6y)$ ஆகியவை இரு காரணிகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.23

காரணிப்படுத்துக: $49x^2 - 64y^2$

தீர்வு:

இங்கு, $49x^2 - 64y^2 = 7^2x^2 - 8^2y^2$

$= (7x)^2 - (8y)^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 7x$, $b = 8y$

எனவே $(7x)^2 - (8y)^2 = (7x+8y)(7x-8y)$

$(7x + 8y)$, $(7x - 8y)$ ஆகியவை இரு காரணிகளாகும்.



இவற்றை முயல்க

காரணிகளைக் காண்க.

காரணி1	காரணி 2	பெருக்கு தொகை	கூடுதல்
		35	12
		–40	–3
		60	–17
		–51	+14
		–32	–4

வகை 5: $(ax^2 + bx + c)$ என்ற வடிவில் உள்ள கோவையைக் காரணிப்படுத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 3.24

காரணிப்படுத்துக: $x^2 + 8x + 15$

பெருக்கல் = 15	கூட்டல் = 8	
1×15 = 15	1+15 = 16	
3 × 5 = 15	**3+5 = 8**	✓

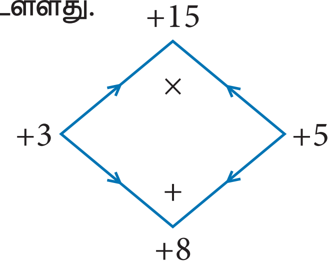
தீர்வு:

$x^2 + 8x + 15$ என்ற கோவை $ax^2 + bx + c$ என்ற வடிவத்தில் உள்ளது.

இங்கு $a = 1, b = 8, c = 15$

பெருக்கு தொகை $= a \times c$ $= 1 \times 15 = 15$

கூடுதல் $= b$, $b = 8$



$= x^2 + 8x + 15$

$= x^2 + 3x + 5x + 15$ (நடு உறுப்பு $8x$ ஐ $3x+5x$ என பிரித்து எழுத)

$= (x^2 + 3x) + (5x + 15)$

$= x(x+3) + 5(x+3)$

(பொதுக் காரணி $x+3$ ஐ வெளியே எடுக்க)

$x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$

$(x + 3)$, $(x + 5)$ ஆகியவை இரு காரணிகளாகும்.



சிந்திக்க

$x^2 - 4(x-2) = (x^2-4)(x-2)$

இது சரியா? தவறு எனில், சரி செய்க.

எடுத்துக்காட்டு 3.25

காரணிப்படுத்துக: $7c^2 + 2c - 5$

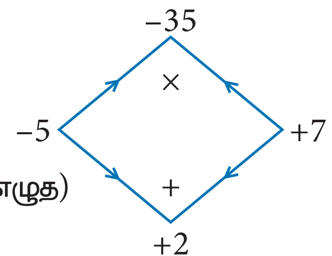
பெருக்கல் = –35	கூட்டல் = 2	
1×(–35) = –35	1–35 = –34	
–1 × 35 = –35	–1+35 = 34	
5 × (–7) = –35	5–7 = –2	
–5 × 7 = –35	**–5+7 = 2**	✓

தீர்வு:

$ax^2 + bx + c$ என்ற வடிவத்தில் உள்ளது.

இங்கு $a = 7$, $b = 2$, $c = -5$

பெருக்கு தொகை $= a \times c = 7 \times (-5) = -35$ கூடுதல் $b = 2$



$= 7c^2 + 2c - 5$

$= 7c^2 - 5c + 7c - 5$ (நடு உறுப்பு $2c$ ஐ $-5c+7c$ என பிரித்து எழுத)

$= (7c^2 - 5c) + (7c - 5)$

$= c(7c-5)+1(7c-5)$ (பொதுக் காரணி $7c-5$ ஐ வெளியே எடுக்க)

$= (7c-5)(c+1)$



இவற்றை முயல்க

பின்வருவனவற்றைக் காரணிப்படுத்துக:

1) $3y+6$ 2) $10x^2+15y^2$ 3) $7m(m-5)+1(5-m)$ 4) $64-x^2$ 5) x^2-3x+2

6) $y^2-4y-32$ 7) $p^2+2p-15$ 8) $m^2+14m+48$ 9) x^2-x-90 10) $9x^2-6x-8$

3.7.1 கன முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துதல்

கன முற்றொருமைகள்

(i) $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

(ii) $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

குறிப்பு

$8a^3 = 2\times2\times2\times a^3$
$= 2^3a^3 = (2a)^3$

I. $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ **என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக**

எடுத்துக்காட்டு 3.26

காரணிப்படுத்துக: $x^3+15x^2+75x+125$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட $x^3+15x^2+75x+125$ ஐ

$x^3+15x^2+75x+5^3$ என எழுதலாம்.

$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a=x$, $b=5$

கொடுக்கப்பட்ட கோவையை

$(x)^3+3(x)^2(5)+3(x)(5)^2+(5)^3 = (x+5)^3$ என எழுதலாம்.

$= (x+5), (x+5), (x+5)$ ஆகியவை காரணிகள் ஆகும்.

குறிப்பு

முழுக்கண எண்கள்

எந்தவொரு எண்ணையும் $x\times x\times x$ என எழுத முடித்தால் அந்த எண் ஒரு முழு கன எண்ணாகும்.

எடுத்துக்காட்டு

$8 = 2\times2\times2 = 2^3$

$27 = 3\times3\times3 = 3^3$

$125 = 5\times5\times5 = 5^3$

8, 27, 125,.. முழுக்கண எண்கள்

II. $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ **என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக**

எடுத்துக்காட்டு 3.27

காரணிப்படுத்துக: $8p^3-12p^2q+6pq^2-q^3$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட $8p^3-12p^2q+6pq^2-q^3$ ஐ

$(2p)^3-12p^2q+6pq^2-(q)^3$ என எழுதலாம்.

$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a=2p, b=q$

கொடுக்கப்பட்ட கோவையை $(2p)^3-3(2p)^2(q)+3(2p)(q)^2-(q)^3 = (2p-q)^3$ என எழுதலாம்.

$= (2p-q), (2p-q), (2p-q)$ ஆகியவை காரணிகள் ஆகும்.

பயிற்சி 3.4

1. பொதுக் காரணியை வெளியே எடுத்துக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $18xy-12yz$ (ii) $9x^5y^3+6x^3y^2-18x^2y$ (iii) $x(b-2c)+y(b-2c)$

(iv) $(ax+ay)+(bx+by)$ (v) $2x^2(4x-1)-4x+1$ (vi) $3y(x-2)^2-2(2-x)$

(vii) $6xy-4y^2+12xy-2yzx$ (viii) a^3-3a^2+a-3 (ix) $3y^3-48y$ (x) $ab^2-bc^2-ab+c^2$

2. பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $x^2+14x+49$ (ii) $y^2-10y+25$ (iii) $c^2-4c-12$

(iv) m^2+m-72 (v) $4x^2-8x+3$

3. பின்வரும் கோவைகளை $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $64x^3+144x^2+108x+27$ (ii) $27p^3+54p^2q+36pq^2+8q^3$

4. பின்வரும் கோவைகளை $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $y^3-18y^2+108y-216$ (ii) $8m^3-60m^2n+150mn^2-125n^3$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

5. $9x^2+6xy$ இன் காரணிகள் ___________ ஆகும்.

(அ) $3y, (x+2)$ (ஆ) $3x, (3x+3y)$ (இ) $6x, (3x+2y)$ (ஈ) $3x, (3x+2y)$

6. $4-m^2$ இன் காரணிகள் ___________ ஆகும்.

(அ) $(2+m)(2+m)$ (ஆ) $(2-m)(2-m)$ (இ) $(2+m)(2-m)$ (ஈ) $(4+m)(4-m)$

7. $(x+4), (x-5)$ ஆகியவை _____________ இன் காரணிகள் ஆகும்.

(அ) x^2-x+20 (ஆ) $x^2-9x-20$ (இ) x^2+x-20 (ஈ) x^2-x-20

8. x^2-5x+6 இன் காரணிகள் $(x-2)(x-p)$ பிறகு p இன் மதிப்பு ___________ ஆகும்.

(அ) -3 (ஆ) 3 (இ) 2 (ஈ) -2

9. $1-m^3$ இன் காரணிகள் ___________ ஆகும்.

(அ) $(1+m), (1+m+m^2)$ (ஆ) $(1-m), (1-m-m^2)$

(இ) $(1-m), (1+m+m^2)$ (ஈ) $(1+m), (1-m+m^2)$

10. x^3+y^3 இன் ஒரு காரணி ___________ ஆகும்.

(அ) $(x-y)$ (ஆ) $(x+y)$ (இ) $(x+y)^3$ (ஈ) $(x-y)^3$

பயிற்சி 3.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்



1. $5y^2(x^2y^3-2x^4y+10x^2)$ இலிருந்து $-2(xy)^2(y^3+7x^2y+5)$ ஐக் கழிக்க.

2. பெருக்குக: $(4x^2+9)$ மற்றும் $(3x-2)$

3. ₹ $5a^2b^2$ இக்கு $4ab$ ஆண்டிற்கு $7b\%$ வீதம் தனிவட்டி காண்க.

4. ஒரு குறிப்பேட்டியின் விலை ₹ 10ab, பாபு என்பவர் ₹ $\left(5a^2b+20ab^2+40ab\right)$ வைத்துள்ளார் எனில், அவர் எத்தனைக் குறிப்பேடுகள் வாங்க முடியும்?

5. காரணிப்படுத்துக : $\left(7y^2-19y-6\right)$

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. ஒரு வீட்டிற்கு மின்கம்பி இணைப்பு கொடுக்க எவ்வளவு நீள கம்பி தேவை என்பதை தீர்மானிக்க $4x^2+11x+6$ என்ற கோவையை ஒப்பந்ததாரர் பயன்படுத்துகிறார். இந்த கோவையானது அவ்வீட்டில் உள்ள அறைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் வீட்டில் உள்ள மின் பகிர்மான புள்ளிகள் (outlets) ஆகியவற்றின் பெருக்கு தொகையாகும். அவ்வீட்டில் $\left(x+2\right)$ எண்ணிக்கையில் அறைகள் உள்ளன என அவருக்கு தெரிந்தால், எத்தனை மின்பகிர்மான புள்ளிகள் (outlets) உள்ளன என்பதை 'x' என்ற மாறியைப் பொருத்துக் காண்க. (குறிப்பு: காரணிப்படுத்துக $4x^2+11x+6$)

7. ஒரு கொத்தனார் ஓர் அறையின் தரைதளப் பரப்பை குறிக்க x^2+6x+8 என்ற கோவையை பயன்படுத்துகிறார். அவர் அந்த அறையின் நீளமானது $\left(x+4\right)$ என்ற கோவையால் குறிக்க முடிவெடுத்தால், அந்த அறையின் அகலம் x என்ற மாறியைப் பொருத்து காண்க.

8. விடுபட்டதைக் காண்க: $y^2+\left(\ldots\right)x+56=\left(y+7\right)\left(y+\ldots\right)$

9. காரணிப்படுத்துக: $16p^4-1$

10. காரணிப்படுத்துக: $3x^3 - 45x^2y + 225xy^2 - 375y^3$

3.8 ஒரு மாறியில் அமைந்த நேரியல் சமன்பாடுகள்

3.8.1 அறிமுகம்

இயற்கணிதத்தில் சென்ற வகுப்பில் படித்த சில அடிப்படைக் கூற்றுகளை நினைவு கூர்வோம்.

செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் காணும் சூத்திரம் என்ன? செவ்வகத்தின் நீளத்தை l எனவும், அகலத்தை b எனவும் கொண்டால் சுற்றளவு p என்பது $2(l+b)$ ஆகும். இந்த சூத்திரத்தில், 2 என்பது மாறாத எண். ஆனால் p, l மற்றும் b ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் மாறாதது அல்ல. ஏனெனில் அவை செவ்வகத்தின் அளவுகளைப் பொருத்தது.

இங்கு p, l மற்றும் b ஆகியவை மாறிகள். செவ்வகத்தின் வெவ்வேறு அளவுகளுக்கு இவற்றின் மதிப்புகள் மாறிக்கொண்டே இருக்கும். 2 என்பது ஒரு மாறிலி. (இது எந்தவொரு செவ்வகத்தின் அளவுக்கும் மாறாத மதிப்பு ஆகும்.)

ஓர் இயற்கணிதக் கோவை என்பது மாறிகள், மாறிலிகள், அடிப்படைச் செயல்கள் (+ அல்லது – குறிகள்) ஆகியவற்றை உள்ளடக்கிய ஒன்று அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட இயற்கணித உறுப்புகளைக் கொண்ட கணிதத்தொடர் ஆகும். (எ.கா) $4x^2+5x+7xy+100$ என்பது ஓர் இயற்கணிதக் கோவை ஆகும். இதில் முதல் உறுப்பு $4x^2$இல் 4 என்ற மாறிலியும் x^2 என்ற மாறியும் உள்ளதை கவனிக்க. $7xy$இல் உள்ள மாறிலி என்ன? இக்கோவையின் கடைசி உறுப்பில் மாறி ஏதேனும் உள்ளதா?

கெழுக்கள் என்பன உறுப்புகளில் மாறியுடன் உள்ள எண் பகுதிகள் ஆகும். $4x^2 + 5x + 7xy + 100$இல், முதல் உறுப்பின் கெழு 4, இரண்டாவது உறுப்பின் கெழு என்ன? 5 ஆகும். மூன்றாவது உறுப்பின் கெழு 7.

3.8.2 இயற்கணிதக் கோவைகளைக் கட்டமைத்தல்

இப்போது நாம் சில கூற்றுகளை இயற்கணித மொழிக்கு மாற்றம் செய்து, அவற்றை எவ்வாறு அமைப்பது என்பதை நினைவு கூர்வோம் .இங்கு சில எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

கூற்று	கோவை	குறிப்பு
8 மற்றும் 7 இன் கூடுதல்	$8 + 7$	கூட்டும்போது ஒரே எண்ணாகக் கிடைக்கிறது. எனவே, இது ஓர் எண்கணிதக் கோவை ஆகும்.
x மற்றும் 7 இன் கூடுதல்	$x + 7$	$x+7$ என்ற இயற்கணிதக் கோவை நமக்குக் கிடைக்கிறது. இங்கு x என்பது ஒரு மாறி ஆகும்.
16 ஐ y ஆல் வகுக்க	$\frac{16}{y}$	இங்கு y என்பது ஒரு மாறி ஆகும்.
p என்ற எண்ணின் மூன்று மடங்குடன் ஒன்று அதிகரிக்க	$3p+1$	இங்கு p என்பது ஒரு மாறி ஆகும். p இன் கெழு 3.
ஓர் எண்ணும், அந்த எண்ணிலிருந்து 5 குறைவாக உள்ள எண்ணின் பெருக்கற் பலன்	$x(x-5)$	இந்த கோவையில் x ஆனது ஒரே எண்ணைக் குறிக்கிறது. இங்கு பெருக்கலைக் குறிக்க நாம் அடைப்புக் குறியைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

3.8.3 சமன்பாடுகள்

இரண்டு கோவைகளின் சமத்தன்மையை உறுதிபடுத்தும் ஒரு கூற்றானது சமன்பாடு ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக $2x+7=17$ என்பது ஒரு சமன்பாடு. இங்கு 'சமக்குறி' யின் இரு பக்கங்களிலும் கோவைகள் எழுதப்பட்டிருக்கும்.

$2x+7$ (x ஒரு மாறி) என்பது சமன்பாட்டின் இடதுகை பக்கமும் 17 வலதுகை பக்கமும் உள்ள கோவைகள் ஆகும்.

நேரியல் சமன்பாடுகள்

ஒரு சமன்பாடு ஒரே ஒரு மாறியில் அமைந்து அந்த மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்றாக (1) இருந்தால், அது ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு எனப்படும். எ.கா. $3x - 7 = 10$.

ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளைக் கொண்ட ஒருபடிச் சமன்பாடுகள்:

வாக்கியங்களைக் (கூற்று) கணித உறுப்புகளாக மாற்றி எழுதும்போது ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் அமைகிறது. ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு சில எடுத்துக்காட்டுகள்.

(i) ஓர் எண்ணுடன் 5ஐ கூட்டக் கிடைப்பது 25

இந்தக் கூற்றை $x+5 = 25$ என எழுதலாம்.

$x+5=25$ என்ற சமன்பாடானது x என்ற ஒரு மாறியில் அமைந்துள்ளது. இதன் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்று (1) ஆகும். எனவே இதனை ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு என்கிறோம்.

அதாவது, ஒரு சமன்பாடு ஒரே ஒரு மாறியில் அமைந்து அந்த மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்றாக (1) இருந்தால், அது ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு : $5x-2=8$, $3y+24=0$

ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடுகளை எளிய சமன்பாடுகள் என்றும் அழைக்கலாம்.

(ii) இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 45

இந்தக் கூற்றை $x+y = 45$ என எழுதலாம்.

இந்த சமன்பாடானது x மற்றும் y என்ற இரண்டு மாறிலிகளைக் கொண்டு உருவானது. இவற்றின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு 1 ஆகும். எனவே இந்த சமன்பாடுகளை இரண்டு மாறிகளில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் என அழைக்கிறோம்.

இந்த வகுப்பில் ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு தீர்வு காணுவதைப்பற்றி படிப்போம். மற்ற வகை சமன்பாடுகளுக்கு எவ்வாறு தீர்வு காணுவது என்பதை மேல் வகுப்பில் கற்றுக்கொள்வோம்.



குறிப்பு

மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு 2, 3 என அமைந்த சமன்பாடுகளை நாம் இரு படிச் சமன்பாடுகள் மற்றும் முப்படிச் சமன்பாடுகள் என அழைக்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு : (i) $x^2+4x+7=0$ என்பது ஒரு இருபடிச் சமன்பாடு ஆகும்.

(ii) $5x^3-x^2+3x=10$ என்பது ஒரு முப்படிச் சமன்பாடு ஆகும்.



இவற்றை முயல்க

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றில் எவையெவை ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் எனக் கண்டறிக.

(i) $2+x=19$ (ii) $7x^2-5=3$ (iii) $4p^3=12$ (iv) $6m+2$ (v) $n=10$

(vi) $7k-12=0$ (vii) $\frac{6x}{8}+y=1$ (viii) $5+y=3x$ (ix) $10p+2q=3$ (x) x^2-2x-4

பின்வரும் கூற்றுகளை ஒருபடிச் சமன்பாடுகளாக மாற்றுக.

எடுத்துக்காட்டு 3.28

கொடுக்கப்பட்ட ஓர் எண்ணுடன் 7ஐக் கூட்ட 19 கிடைக்கிறது.

தீர்வு:

ஓர் எண்ணை n என்க.

அதனுடன் 7ஐக் கூட்ட நமக்கு $n+7$ஆனது கிடைக்கிறது.

இதன் விடை 19ஐக் கொடுக்கிறது.

எனவே சமன்பாடு $n+7=19$ எனக் கிடைக்கிறது.



சிந்திக்க

(i) $t(t-5)=10$ என்பது ஓர் ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகுமா?

(ii) $x^2=2x$, என்பது ஓர் ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகுமா? ஏன்?

எடுத்துக்காட்டு 3.29

ஓர் எண்ணின் 4 மடங்குடன் 18 ஐக் கூட்ட 28 கிடைக்கிறது.

தீர்வு:

ஓர் எண்ணை x என்க.

அந்த எண்ணின் 4 மடங்கு என்பது $4x$ ஆகும்.

இப்போது 18 ஐக் கூட்ட, கிடைப்பது $4x+18$ ஆகும்.

இதற்கான விடை 28. எனவே, இந்த சமன்பாடு $4x+18=28$ ஆகும்.



இவற்றை முயல்க

பின்வரும் கூற்றுகளை ஒருபடிச் சமன்பாடுகளாக மாற்றுக.

1. ஓர் எண் மற்றும் 5இன் பெருக்கற்பலனில் இருந்து 8 ஐ கழிக்க, எனக்கு கிடைப்பது 32 ஆகும்.
2. அடுத்தடுத்த மூன்று முழுக்களின் கூடுதல் 78 ஆகும்.
3. பீட்டர் என்பவர் ஓர் இருநூறு ரூபாய்த் தாளை வைத்துள்ளார். ஒரு புத்தகத்தின் 7 பிரதிகளை விலைக்கு வாங்கிய பிறகு மீதியாக அவரிடம் ₹60 உள்ளது.
4. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தின் அடிக்கோணங்கள் சமம், உச்சி கோணம் $80°$ ஆகும்.
5. ABC என்ற முக்கோணத்தில், கோணம் $\angle A$ என்பது கோணம் $\angle B$ ஐ விட $10°$ அதிகம் ஆகும். மேலும் கோணம் $\angle C$ என்பது கோணம் $\angle A$ ஐ போன்று மூன்று மடங்கு ஆகும். இந்த சமன்பாட்டைக் கோணம் $\angle B$ ஐ பொருத்து அமைக்கவும்.

3.8.4 ஒருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகள்

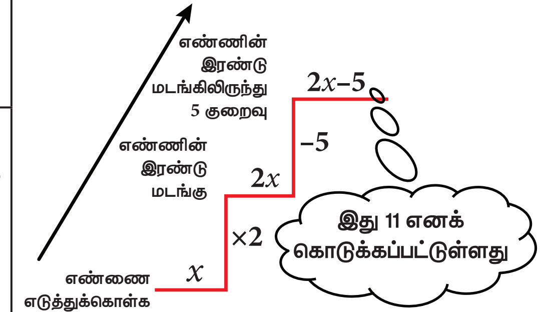
கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் உள்ள மாறிகளுக்குப் பதிலாக பிரதியிடும் எண்ணானது, சமன்பாட்டின் இருபுறமும் ஒரே மதிப்பைக் கொடுத்தால், அவ்வெண்ணை அச்சமன்பாட்டின் தீர்வு அல்லது மூலம் என அழைக்கின்றோம்.

எடுத்துக்காட்டு: $2x = 10$

இந்த சமன்பாடானது $x = 5$ என்ற எண்ணிற்கு நிறைவு செய்கிறது. அதாவது இந்த சமன்பாட்டில் $x = 5$ எனப் பிரதியிட்டால் சமன்பாட்டின் இடது பக்கமும், வலது பக்கமும் உள்ள மதிப்புகள் சமம் ஆகும். எனவே $x = 5$ என்பது இந்த சமன்பாட்டின் தீர்வு ஆகும். இங்கு x இன் வேறு எந்த ஒரு மதிப்புக்கும் சமன்பாடு நிறைவடையாது என்பதனைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். ஆக $x = 5$ என்பது மட்டுமே 'அந்த' தீர்வு ஆகும்.

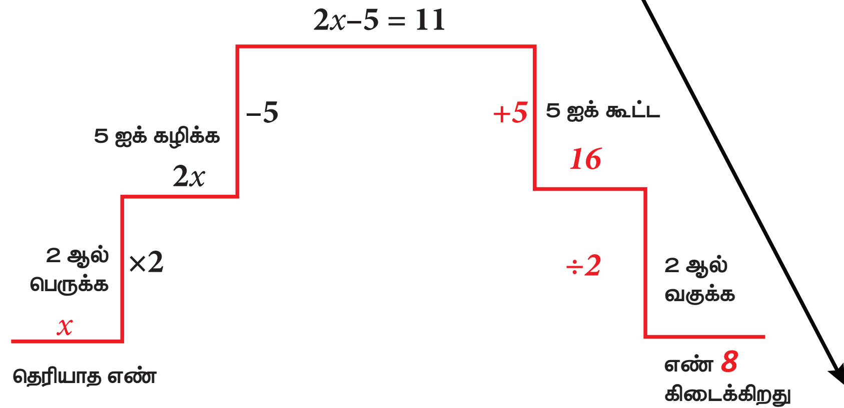
(i) செயல்–எதிர்ச்செயல் முறை:

கூற்று	சிந்திக்க
ஓர் எண்ணின் இரண்டு மடங்கிலிருந்து 5 ஐ குறைக்கக் கிடைப்பது 11.	தேவையான எண் என்பது தெரியாது. இதனை x என்க. அந்த எண்ணின் இரண்டு மடங்கு என்பது $2x$ ஆகும். 5 குறைவு எனில் $2x–5$ ஆகும். இதன் விடையானது 11 எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



மேற்கண்ட சமன்பாடு உருவான விதத்தைக் கீழ்க்காணுமாறு காணலாம்.

x என்ற எண்ணிலிருந்து $2x–5$ என்ற நிலையை அடைய கழித்தல், பெருக்கல் போன்ற செயல்களை நாம் மேற்கொள்ள வேண்டும். எனவே, $2x–5=11$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட போது, திரும்பவும் x இன் மதிப்பை பெற முன்பு செய்த செயல்களுக்கு எதிர்ச் செயல்களை (குறி மாற்றம் செய்தல்) செய்ய வேண்டும். அதாவது, அடிப்படை 'செயல்கள்' மூலம் சமன்பாட்டை அமைக்கின்றோம். மேலும் எதிர் செயல்களை செய்து அதற்கான தீர்வைப் பெறுகின்றோம்.



எடுத்துக்காட்டு 3.30

(அ) $x - 7 = 6$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க

தீர்வு:

$$x - 7 = 6$$
$$x - 7 + 7 = 6 + 7$$
$$x = 13$$

(ஆ) $3x = 51$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க

தீர்வு:

$3x = 51$ (எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.)

$$3 \times x = 51$$

$\frac{3 \times x}{3} = \frac{51}{3}$ இருபுறமும் 3ஆல் வகுக்க

$$x = 17$$

(ii) இடமாற்று முறை

சமன்பாட்டில் ஒரு பக்கத்தில் உள்ள ஓர் எண்ணை மற்றொரு பக்கத்திற்குக் கொண்டு செல்வது இடமாற்று முறை ஆகும்.

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் (அ) இருபுறமும் 7 ஐக் கூட்டுவது என்ற செயலுக்குப் பதிலாக இடதுபுறம் உள்ள -7 இன் கூட்டல் எதிர்மறையான $+7$ ஐக் கொண்டு வலதுபுறத்தில் கூட்டுவதற்குச் சமம் ஆகும்.

$$x - 7 = 6$$
$$x = 6 + 7$$
$$x = 13$$

சிந்திக்க

ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு உங்களால் ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட தீர்வுகளைப் பெறமுடியுமா?

அதேபோல் (ஆ), இருபுறமும் 3 ஆல் வகுப்பது என்ற செயலானது, இடது பக்கம் உள்ள 3 இன் பெருக்கல் தலைகீழியான $\frac{1}{3}$ ஐ எடுத்து அதனை வலது பக்கத்தில் வைத்துப் பெருக்குவதற்குச் சமம் ஆகும். இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக: (i) $6x = 12$

$$x = \frac{12}{6}$$
$$x = 2$$

(ii) $\frac{y}{7} = 10$

$$y = 10 \times 7$$
$$y = 70$$

எடுத்துக்காட்டு 3.31

தீர்க்க: $2x + 5 = 9$

தீர்வு:

$$2x + 5 = 9$$
$$2x = 9 - 5$$
$$2x = 4$$
$$x = \frac{4}{2} = 2$$

குறிப்பு

கொடுக்கப்பட்ட ஒருபடிச் சமன்பாடுகளை மாற்றியமைக்க, ஒத்த உறுப்புகளை ஒரே தொகுப்பாகச் சமகுறியின் ஒரு பக்கத்திற்கு கொண்டு வரவேண்டும். பிறகு, இருபுறமும் உள்ள கோவைகளில் இருக்கும் குறிகளைப் பொருத்து அடிப்படைச் செயல்களை செய்ய வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.32

தீர்க்க $\frac{4y}{3} - 7 = \frac{2y}{5}$

தீர்வு:

(ஒத்த உறுப்புகளை ஒரே தொகுப்பாக்க.)

$$\frac{4y}{3} - \frac{2y}{5} = 7$$

$$\frac{20y - 6y}{15} = 7$$

$$14y = 7 \times 15$$

$$y = \frac{7 \times 15}{14_2}$$

$$y = \frac{15}{2}$$



இவற்றை முயல்க

1. தீர்க்க

(i) $2x = 10$ (ii) $3 + x = 5$ (iii) $x - 6 = 10$

(iv) $3x + 5 = 2$ (v) $\frac{2x}{7} = 3$ (vi) $-2 = 4m - 6$

(vii) $4(3x - 1) = 80$ (viii) $3x - 8 = 7 - 2x$

(ix) $7 - y = 3(5 - y)$ (x) $4(1 - 2y) - 2(3 - y) = 0$

சிந்திக்க



1. பூச்சியமற்ற ஓர் எண்ணைக் கொண்டு ஒரு சமன்பாட்டின் இருபுறமும் பெருக்கினாலோ அல்லது வகுத்தாலோ சமன்பாட்டின் தீர்வில் ஏதேனும் மாற்றம் இருக்குமா?
2. இரண்டு வெவ்வேறு எண்களால் ஒரு சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களிலும் பெருக்கினாலோ அல்லது வகுத்தாலோ சமன்பாடு என்னவாகும்?

பயிற்சி 3.6



1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

(i) $x+5=12$ என்ற சமன்பாட்டில் x இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

(ii) $y - 9 = (-5) + 7$ என்ற சமன்பாட்டில் y இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

(iii) $8m=56$ என்ற சமன்பாட்டில் m இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

(iv) $\frac{2p}{3} = 10$ என்ற சமன்பாட்டில் p இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

(v) ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு ________ தீர்வு மட்டுமே உண்டு.

2. **சரியா தவறா எனக் கூறுக.**

(i) சமன்பாட்டின் ஒரு பக்கத்தில் உள்ள ஓர் எண்ணை மற்றொரு பக்கத்திற்குக் கொண்டு செல்வது இடமாற்றுமுறை ஆகும்.

(ii) ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடானது, அதனுடைய மாறியின் அடுக்காக 2ஐக் கொண்டு இருக்கும்.

3. **பொருத்துக:**

(அ)	$\frac{x}{2} = 10$	(i) $x = 4$
(ஆ)	$20 = 6x - 4$	(ii) $x = 1$
(இ)	$2x - 5 = 3 - x$	(iii) $x = 20$
(ஈ)	$7x - 4 - 8x = 20$	(iv) $x = \frac{8}{3}$
(உ)	$\frac{4}{11} - x = \frac{-7}{11}$	(v) $x = -24$

(அ) (i),(ii), (iv) ,(iii),(v) (ஆ) (iii), (iv), (i), (ii), (v)

(இ) (iii),(i) ,(iv), (v), (ii) (ஈ) (iii), (i), (v), (iv), (ii)

4. x இன் மதிப்பைக் காண்க. (i) $\frac{2x}{3}-4=\frac{10}{3}$ (ii) $y+\frac{1}{6}-3y=\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{1}{3}-\frac{x}{3}=\frac{7x}{12}+\frac{5}{4}$

5. x மற்றும் p இன் மதிப்புகளைக் காண்க. (i) $-3(4x+9)=21$ (ii) $20-2(5-p)=8$
(iii) $(7x-5)-4(2+5x)=10(2-x)$

6. x மற்றும் m இன் மதிப்புகளைக் காண்க. (i) $\frac{3x-2}{4}-\frac{(x-3)}{5}=-1$ (ii) $\frac{m+9}{3m+15}=\frac{5}{3}$

3.8.5 ஒருபடிச் சமன்பாட்டில் அமைந்த வாக்கியக் கணக்குகள்

வாக்கியக் கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காண்பதில் சவாலாக இருப்பது கொடுக்கப்பட்ட கூற்றுகளைச் சமன்பாடுகளாக மாற்றுவது ஆகும். இதேபோன்று மேலும் பல கணக்குகளைச் சேகரித்து அதற்குத் தீர்வு காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 3.33

இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 36. மேலும் அவற்றுள் ஓர் எண் மற்றோர் எண்ணைவிட 8 அதிகம் எனில், அந்த எண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

x என்பது சிறிய எண் என்க. எனவே பெரிய எண் $x+8$ ஆகும்.
இரண்டு எண்களின் கூடுதல் = 36 எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$x+(x+8)=36$$
$$2x+8=36$$
$$2x=36-8$$
$$2x=28$$
$$x=\frac{28}{2}$$
$$x=14$$

அதாவது,

சிறிய எண் $x=14$

பெரிய எண் $x+8=14+8=22$

எடுத்துக்காட்டு 3.34

ஒரு பேருந்தில் உள்ள 56 பயணிகளில் சில பேர் ₹8 இக்கான பயணச் சீட்டையும், மீதி உள்ளவர்கள் ₹10 இக்கான பயணச்சீட்டையும் பெற்று உள்ளனர். பயணிகளிடம் இருந்து பயணச் சீட்டு கட்டணமாக ₹500 பெறப்பட்டுள்ளது எனில், ஒவ்வொரு பயணச் சீட்டு வகையிலும் எத்தனை பயணிகள் உள்ளனர் எனக் காண்க.

தீர்வு:

₹8 இக்கான பயணச் சீட்டைப் பெற்று இருக்கும் பயணிகளின் எண்ணிக்கை y என்க. பிறகு ₹10 இக்கான பயணச் சீட்டைப் பெற்று இருக்கும் பயணிகளின் எண்ணிக்கை $56-y$ ஆகும்.

பயணிகளிடம் இருந்து பெறப்பட்ட பயணச்சீட்டுத் தொகை ₹500

அதாவது, $y\times 8+(56-y)\times 10=500$

$$8y+560-10y=500$$
$$8y-10y=500-560$$
$$-2y=-60$$
$$y=\frac{60}{2}=30$$

(i) ஆகவே ₹8 இக்கான பயணச்சீட்டு வைத்துள்ள பயணிகளின் எண்ணிக்கை = 30

(ii) ₹10 இக்கான பயணச்சீட்டு வைத்துள்ள பயணிகளின் எண்ணிக்கை = 56–30 = 26

எடுத்துக்காட்டு 3.35

ஒரு செவ்வக வடிவ நிலத்தின் நீளமானது அந்நிலத்தின் அகலத்தை விட 9மீ அதிகம். அச்செவ்வக வடிவ நிலத்தின் சுற்றளவு 154 மீ எனில் அந்நிலத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

செவ்வக வடிவ நிலத்தின் அகலம் x மீ என்க. எனவே, அந்நிலத்தின் நீளம் $x+9$ மீ ஆகும்.

சுற்றளவு $= 2$ (நீளம் + அகலம்) $= 2(x + 9 + x) = 2(2x + 9)$

$2(2x + 9) = 154$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$4x + 18 = 154$$
$$4x = 154 - 18$$
$$4x = 136$$
$$x = 34$$

அதாவது,

(i) செவ்வக வடிவ நிலத்தின் அகலம் 34 மீ

(ii) செவ்வக வடிவ நிலத்தின் நீளம் $= 34+9 = 43$ மீ

எடுத்துக்காட்டு 3.36

ஒரு மரத்துண்டின் நீளம் 2 மீ ஆகும். அம்மரத்துண்டினை ஒரு தச்சர் இரண்டு துண்டுகளாக அதாவது முதல் துண்டின் அளவானது இரண்டாவது துண்டின் அளவின் இரண்டு மடங்கிலிருந்து 40 செ.மீ குறைவாக வருமாறு வெட்ட நினைத்தார் எனில், சிறிய துண்டின் நீளம் எவ்வளவு?

தீர்வு:

முதல் துண்டின் நீளம் x செ.மீ என்க.

எனவே, கணக்கின்படி, இரண்டாவது துண்டின் நீளம் (200 செ.மீ – x செ.மீ) அதாவது $(200 - x)$ செ.மீ

கொடுக்கப்பட்ட கணக்கின்படி, (மீட்டரைச் சென்டி மீட்டரில் மாற்றவும்)

முதல் துண்டு = இரண்டாவது துண்டின் இருமடங்கிலிருந்து 40 செ.மீ குறைவு.

$$x = 2 \times (200 - x) - 40$$
$$x = 400 - 2x - 40$$
$$x + 2x = 360$$
$$3x = 360$$
$$x = \frac{360}{3}$$
$$x = 120 \text{ செ.மீ}$$



சிந்திக்க

இரண்டாவது துண்டின் நீளம் x எனவும், முதல் துண்டின் நீளம் $(200 - x)$ எனவும் எடுத்து இருந்தால் தீர்வின் படிநிலைகள் எப்படி மாறும்? தீர்வு மாறுபட்டு இருக்குமா?

ஆகவே, முதல் துண்டின் நீளம் = 120 செ.மீ

இரண்டாவது துண்டின் நீளம் (200 – 120) செ.மீ= 80 செ.மீ, இதுவே சிறிய துண்டின் நீளம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.37

ஓர் அம்மா தன்னுடைய மகளின் வயதினைப் போல் 5 மடங்கு வயதில் பெரியவர். 2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு, அம்மாவின் வயது, மகளின் வயதைப் போல் நான்கு மடங்கு எனில், அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?

தீர்வு:

வயது/ நபர்	தற்போது	2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு
மகள்	x	$x+2$
அம்மா	$5x$	$5x+2$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்கின்படி, 2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு, அம்மாவின் வயது = மகளின் வயதை போல் நான்கு மடங்கு

$$5x+2 = 4(x+2)$$
$$5x+2 = 4x+8$$
$$5x-4x = 8-2$$
$$x = 6$$

எனவே, மகளின் வயது = 6 ஆண்டுகள்.

அம்மாவின் வயது = $5x = 5 \times 6 = 30$ ஆண்டுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 3.38

ஒரு பின்னத்தின் பகுதியானது அதன் தொகுதியை விட 3 அதிகம். அப்பின்னத்தின் தொகுதியுடன் 2 ஐயும் பகுதியுடன் 9 ஐயும் கூட்ட பின்னமானது $\frac{5}{6}$ என மாறுகிறது எனில், முதலில் எடுத்துக் கொண்ட உண்மையான பின்னம் யாது?

தீர்வு:

நாம் முதலில் எடுத்துக்கொண்ட பின்னம் $\frac{x}{y}$ என்க.

பகுதி = தொகுதி +3, அதாவது $y = x+3$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, அந்த பின்னத்தை $\frac{x}{x+3}$ என எழுதலாம்,

கணக்கின்படி, $\frac{x+2}{(x+3)+9} = \frac{5}{6}$

குறுக்குப்பெருக்கல் செய்ய கிடைப்பது, $6(x+2) = 5(x+3+9)$

$$6x+12 = 5(x+12)$$
$$6x+12 = 5x+60$$
$$6x-5x = 60-12$$
$$x = 60-12$$
$$x = 48.$$

ஆகவே, முதலில் எடுத்துக் கொண்ட பின்னம் $\frac{x}{x+3} = \frac{48}{48+3} = \frac{48}{51}$.

எடுத்துக்காட்டு 3.39

ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 8 ஆகும். அந்த எண்ணின் மதிப்புடன் 18ஐக் கூட்ட அவ்விலக்கங்கள் இடம் மாறிவிடும் எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

ஓர் ஈரிலக்க எண்ணை xy என்க. (அதாவது பத்தாவது இலக்கம் x எனவும், ஒன்றாவது இலக்கம் y எனவும் கொள்க)

அவ்வெண்ணின் மதிப்பை $10x + y$ என எழுதலாம்.

$= 10x + 8 - x$ ($x + y = 8$ எனக் கொடுக்கப்பட்டு இருப்பதால், $y = 8 - x$)

$= 9x + 8$

புதிய எண் yx ன் மதிப்பு $10y + x$

$$= 10(8 - x) + x$$
$$= 80 - 10x + x$$
$$= 80 - 9x$$

கணக்கின்படி, கொடுக்கப்பட்ட எண் (xy) உடன் 18 ஐக் கூட்ட புதிய எண் (yx) கிடைக்கிறது.

$$(9x + 8) + 18 = 80 - 9x$$
$$9x + 9x = 80 - 8 - 18$$
$$18x = 54$$
$$x = 3$$
$$y = 8 - x$$
$$y = 8 - 3 = 5$$

அந்த ஈரிலக்க எண் $xy = 10x+y \Rightarrow 10(3)+5 = 30+5 = 35$

எடுத்துக்காட்டு 3.40

இராஜன் தன் வீட்டிலிருந்து இரு சக்கர வாகனத்தில் மணிக்கு 35 கி.மீ வேகத்தில் சென்று தன்னுடைய அலுவலகத்தை 5 நிமிடம் தாமதமாகச் சென்றடைகிறார். அவர் மணிக்கு 50 கி.மீ வேகத்தில் சென்றிருந்தால், அலுவலகத்தை 4 நிமிடம் முன்னதாகவே சென்றடைந்திருப்பார் எனில் அவருடைய அலுவலகம், வீட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளது?

தீர்வு

இராஜனின் அலுவலகத்திற்கும், வீட்டிற்கும் இடையே உள்ள தூரம் 'x' கி.மீ என்க.

நேரம் = $\frac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}}$ என்பதை நினைவில் கொள்க.

வேகம் 1 = 35 கி.மீ/ மணி
வேகம் 2 = 50 கி.மீ/ மணி

'x' கி.மீ தூரத்தை 35 கி.மீ / மணி என்ற வேகத்தில் கடக்க ஆகும் நேரம் $T_1 = \frac{x}{35}$ மணி

'x' கி.மீ தூரத்தை 50 கி.மீ / மணி என்ற வேகத்தில் கடக்க ஆகும் நேரம் $T_2 = \frac{x}{50}$ மணி

கணக்கின்படி, இரண்டு நேரங்களுக்கு இடைப்பட்ட வேறுபாடு

$$= 4-(-5)$$
$$= 4+5 = 9 \text{ நிமிடங்கள்}$$
$$= \frac{9}{60} \text{ மணி (நிமிடத்தை மணிக்கு மாற்றுக)}$$

எனவே, $T_1 - T_2 = \frac{9}{60}$

$$\frac{x}{35} - \frac{x}{50} = \frac{9}{60} \quad \text{(மீ.சி.ம. எடுத்து சுருக்க)}$$
$$\frac{10x - 7x}{350} = \frac{9}{60}$$
$$\frac{3x}{350} = \frac{9}{60}$$
$$x = \frac{9}{60} \times \frac{350}{3}$$

இராஜனின் அலுவலகத்திற்கும், வீட்டிற்கும் இடையே உள்ள தூரம் $x = 17\frac{1}{2}$ கி.மீ

பயிற்சி 3.7

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) $ax + b = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு ________ ஆகும்.
   (ii) a மற்றும் b மிகை முழுக்கள் எனில் $ax = b$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு எப்பொழுதும் _______ ஆகும்.
   (iii) ஓர் எண்ணிலிருந்து அதன் ஆறில் ஒரு பங்கைக் கழித்தால் 25 கிடைக்கிறது எனில், அவ்வெண் ________ ஆகும்.
   (iv) ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்கள் 2:3:4 என்ற விகிதத்தில் அமைந்துள்ளது எனில், அம்முக்கோணத்தின் பெரிய கோணத்திற்கும், சிறிய கோணத்திற்கும் உள்ள வித்தியாசம் ________ ஆகும்.
   (v) $a + b = 23$ என்ற சமன்பாட்டில் a இன் மதிப்பு 14 எனில், b இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.
2. **சரியா தவறா எனக் கூறுக.**
   (*i*) ஓர் எண் மற்றும் அதன் இருமடங்கு இவற்றின் கூடுதல் 48, இதனை $y + 2y = 48$ என எழுதலாம்.
   (ii) $5(3x + 2) = 3(5x - 7)$ என்பது ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகும்.
   (iii) ஓர் எண்ணின் மூன்றில் ஒரு மடங்கு என்பது அவ்வெண்ணிலிருந்து 10 ஐக் கழிப்பதற்குச் சமம் எனில், அந்த சமன்பாட்டின் தீர்வு $x = 25$ ஆகும்.
3. ஓர் எண் மற்றோர் எண்ணின் 7 மடங்கு ஆகும். அவற்றின் வித்தியாசம் 18 எனில், அவ்வெண்களைக் காண்க.
4. அடுத்தடுத்த மூன்று ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் 75 எனில், அவற்றுள் எது பெரிய எண்?
5. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளமானது அதன் அகலத்தின் மூன்றில் ஒரு பங்கு ஆகும். அச்செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 64 மீ எனில், செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தைக் காண்க.
6. ₹5 மற்றும் ₹10 மதிப்புகளை மட்டுமே கொண்ட 90 பணத்தாள்கள் உள்ளன. அதன் மதிப்பு ₹500 எனில், ஒவ்வொரு முக மதிப்புடைய பணத்தாளும் எத்தனை உள்ளன எனக் காண்க.
7. தேன்மொழியின் தற்போதைய வயது முரளியின் வயதைவிட 5 ஆண்டுகள் அதிகம் ஆகும். 5 ஆண்டுகளுக்கு முன் தேன்மொழிக்கும் முரளிக்கும் இடையே இருந்த வயது விகிதம் 3:2 எனில், அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?
8. இரண்டு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9. அந்த எண்ணிலிருந்து 27 ஐக் கழிக்க அவ்வெண்களின் இலக்கங்கள் இடம் மாறிவிடும் எனில், அவ்வெண்ணைக் காண்க.
9. ஒரு பின்னத்தின் பகுதியானது தொகுதியை விட 8 அதிகம் ஆகும். அப்பின்னத்தில் தொகுதியின் மதிப்பு 17 அதிகரித்து பகுதியின் மதிப்பு 1 ஐக் குறைத்தால் $\frac{3}{2}$ என்ற பின்னம் கிடைக்கிறது எனில், முதலில் எடுத்துக்கொண்ட உண்மையான பின்னம் யாது?
10. ஒரு தொடர்வண்டி மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில் சென்றால் சேர வேண்டிய இடத்திற்கு 15 நிமிடங்கள் தாமதமாக சென்று சேரும். ஆனால் அவ்வண்டி மணிக்கு 85 கி.மீ வேகத்தில் சென்றால் சேர வேண்டிய இடத்திற்கு 4 நிமிடங்கள் மட்டுமே தாமதமாக சென்று சேரும் எனில், அத்தொடர்வண்டி கடக்க வேண்டிய பயணத் தூரத்தைக் காண்க.

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

11. ஓர் எண் மற்றும் அதன் பாதியின் கூடுதல் 30 எனில் அவ்வெண் ________ ஆகும்.
    (அ) 15 (ஆ) 20 (இ) 25 (ஈ) 40

12. ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் $120°$, அதன் ஓர் உள்ளெதிர்க் கோணம் $58°$ எனில், மற்றோர் உள்ளெதிர்க் கோணம் ________ ஆகும்.
    (அ) $62°$ (ஆ) $72°$ (இ) $78°$ (ஈ) $68°$

13. ஆண்டிற்கு 5% வட்டி வீதத்தில் ஓர் ஆண்டிற்கு ₹500 ஐத் தனிவட்டியாகத் தரும் அசல் எவ்வளவு?
    (அ) 50,000 (ஆ) 30,000 (இ) 10,000 (ஈ) 5,000

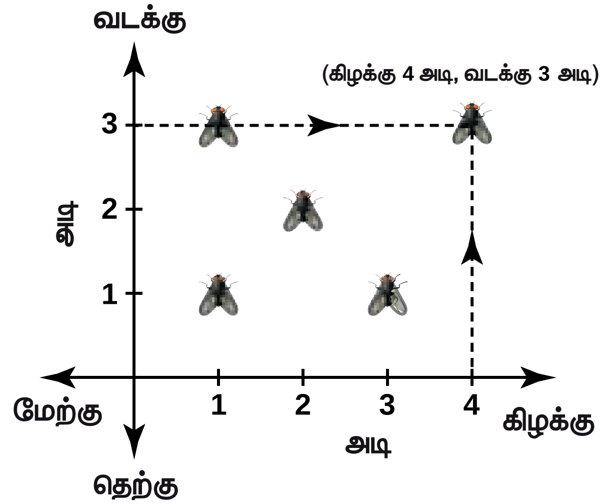
14. இரண்டு எண்களின் மீ.சி.ம மற்றும் மீ.பொ.கா ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகை 24 ஆகும். அவற்றுள் ஓர் எண் 6 எனில், மற்றோர் எண் __________ ஆகும்.
    (அ) 6 (ஆ) 2 (இ) 4 (ஈ) 8

15. அடுத்தடுத்த மூன்று எண்களில் மிகப்பெரிய எண் $x+1$, எனில் மிகச்சிறிய எண் __________ ஆகும்.
    (அ) x (ஆ) $x+1$ (இ) $x+2$ (ஈ) $x-1$

3.9 வரைபடங்கள்

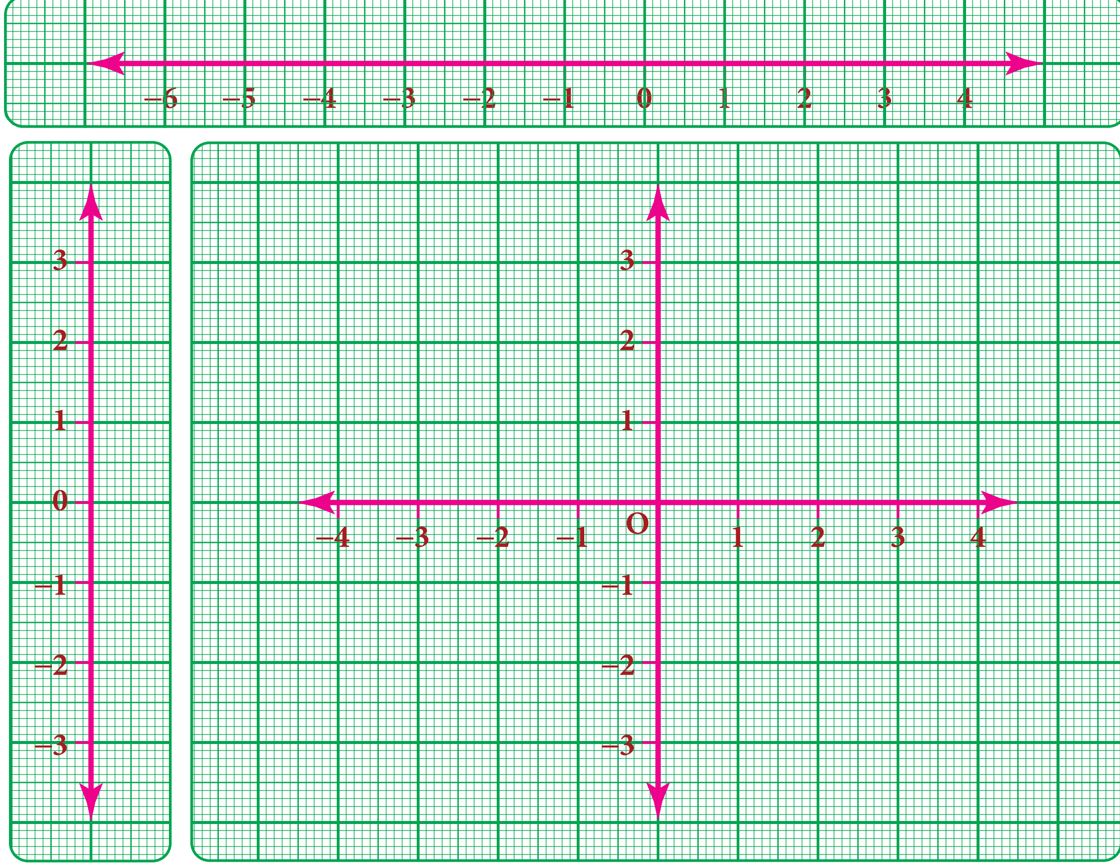
3.9.1 அறிமுகம்

17ஆம் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்த **'ரெனே டெஸ்கார்ட்ஸ்'** என்ற கணித அறிஞர் ஒருநாள் உடல்நிலை சரியில்லாமல் படுக்கையில் படுத்து இருந்தார். தான் படுத்திருந்த இடத்தின் மேல்தளத்தில் பல்வேறு இடங்களில் மாறி மாறி அமர்ந்த ஒரு பூச்சியினைக் கண்டார். அந்தப் பூச்சி தளத்தில் எங்கெல்லாம் அமர்ந்து இருந்தது என அறிய விரும்பினார். உடனடியாக அந்த அறையின் மேல்தளத்தை ஒரு தாளில் வரைந்தார். விளிம்புகளைக் கிடைமட்ட, செங்குத்துக் கோடுகளாக வரைந்துக் கொண்டார். இந்தச் செங்குத்துக் கோடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு அவர் திசைகளைப் பயன்படுத்தி பூச்சியானது கிழக்கு, மேற்கு, வடக்கு, தெற்கு திசைகளில் நகர்ந்து, அமர்ந்த இடங்களைக் குறிப்பதற்கு தெரிந்துகொண்டார். அவர் பூச்சி உட்கார்ந்த இடங்களை தளத்தில் (x,y) என அழைத்தார். அது இரண்டு மதிப்புகளைக் குறிக்கிறது. ஒன்று (x) கிடைமட்டத் திசையையும், மற்றொன்று (y) செங்குத்துத் திசையையும் (இங்கு கிழக்கு மற்றும் வடக்கு திசைகள்) குறிக்கிறது. இதுவே வரைபடங்கள் என்ற கருத்தியல் உருவாகக் காரணமாயிற்று.

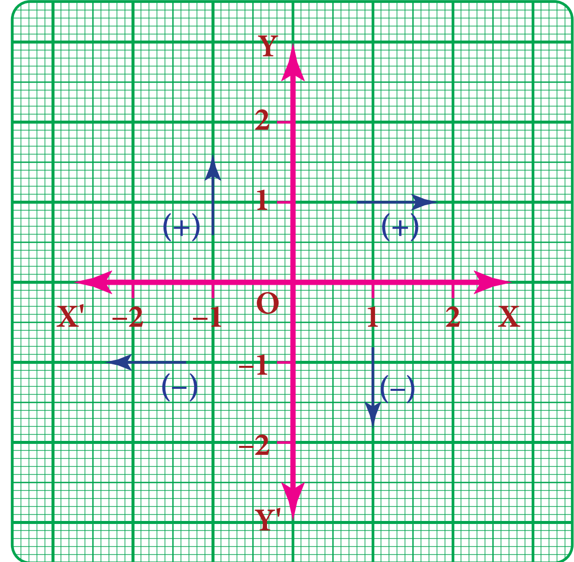


3.9.2 வரைபடத்தாள்கள்

வரைபடம் என்பது எண்களுக்கு இடையில் உள்ள தொடர்புகளைக் காட்டும் ஒரு பட விளக்க முறை ஆகும். சென்ற வகுப்புகளில் நாம் முழுக்களை எவ்வாறு ஒரு கிடைமட்டக் கோட்டில் குறிப்பது எனப் படித்துள்ளோம். இப்போது மற்றோர் எண்கோட்டை செங்குத்தாக எடுத்துக்கொள்வோம். ஒரு வரைபடத்தாளில் இந்த இரண்டு எண்கோடுகளையும் '0' பூச்சியத்தில் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கவும். இந்த எண்கோடுகளையும் அதில் குறிக்கப்பட்டுள்ள எண்களையும் வரைபடத்தாளில் உள்ள அழுத்தமான கோட்டின் மீது அமையுமாறு பொருத்த வேண்டும்.



இந்த இரண்டு செங்குத்துக் கோடுகளும் வெட்டும் புள்ளி 'O' ஆனது ஆதிப்புள்ளி (0,0) எனக் குறிக்கப்படுகிறது.



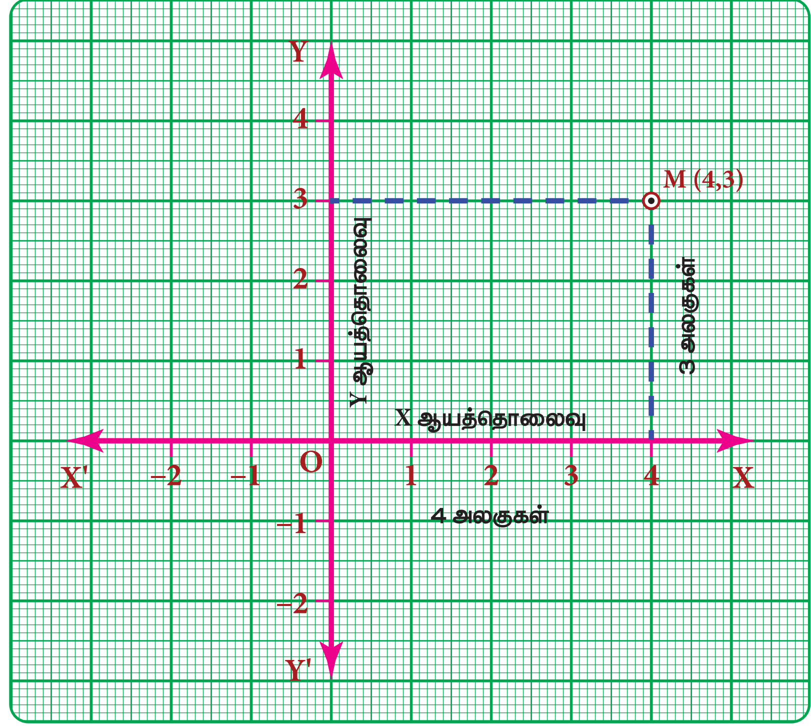
கார்டீசியன் அமைப்பு

'ரெனே டெஸ்கார்ட்ஸ்' முறையில் ஒரு புள்ளியை கிடைமட்டம், செங்குத்து என இரண்டு அளவுகளில், குறிப்பதை அவருக்கு மரியாதை செலுத்தும், விதமாக கார்டீசியன் அமைப்பு எனப் பெயரிடப்பட்டது. கிடைமட்டக் கோட்டை XOX' எனக் குறித்து அதை X அச்சு என அழைக்கிறோம். செங்குத்துக்கோட்டை YOY' எனக் குறித்து, அதை Y அச்சு என அழைக்கிறோம். இந்த இரண்டு அச்சுகளும் ஆய அச்சுகள் எனப்படும். X அச்சு, Y அச்சு பெற்றிருக்கும் தளத்தினை ஆய அச்சுத் தளம் அல்லது கார்டீசியன் தளம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

3.9.3 வரைபடங்களில் குறிகள்

1. ஒரு புள்ளியின் X ஆயத்தொலைவு OX இன் மீது நேர்குறியிலும், OX' இன் மீது குறை குறியிலும் குறிக்கப்படும்
2. ஒரு புள்ளியின் Y ஆயத்தொலைவு OY இன் மீது நேர்குறியிலும், OY' இன் மீது குறை குறியிலும் குறிக்கப்படும்.

3.9.4 வரிசைச் சோடிகள்



தளத்தில் ஓரிடத்தைக் குறிப்பது புள்ளி ஆகும். ஒரு புள்ளியை (a, b) என்ற சோடியால் குறிக்கின்றோம். a மற்றும் b ஆகிய இரண்டு எண்களும் ஒரு குறிப்பிட்ட வரிசையில் அதாவது 'a' என்பது X அச்சுத் தூரத்தையும் 'b' என்பது Y அச்சுத் தூரத்தையும் குறிக்கும். இதுவே **வரிசை சோடி** (a,b) எனப்படும். இது, தளத்தில் அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளியைத் துல்லியமாகக் குறிக்க நமக்குப் பயன்படுகிறது. ஒவ்வொரு புள்ளியையும் ஒரு சோடி எண்களால் மிகச் சரியாக அறியலாம். இதிலிருந்து (b, a) என்ற புள்ளியும் (a,b) என்ற புள்ளியும் ஒரே இடத்தைக் குறிப்பது இல்லை எனத் தெளிவாகத் தெரிகிறது. அவை வெவ்வேறு வரிசைகளைக் குறிக்கின்றன.

நாம் XOX' மற்றும் YOY' ஆயஅச்சுகள் கொண்ட தளத்தில் M (4, 3) என்ற ஒரு புள்ளியை எடுத்துக்கொள்வோம்.

(i) நீங்கள் எப்பொழுதும் 'O' என்ற நிலையான புள்ளியிலிருந்து தொடங்க வேண்டும். இதனை நாம் ஆதிப்புள்ளி என அழைக்கிறோம்.

(ii) முதலில் 4 அலகுகள் கிடைமட்டத் திசையில் நகர வேண்டும். (அதாவது X அச்சு திசையில் நகர வேண்டும்.)

(iii) பிறகு Y அச்சு திசையில் 3 அலகுகள் நகர வேண்டும். நாம் எப்படி நகர்ந்து 'M' என்ற புள்ளியை அடைந்தோம் எனப் புரிந்துகொண்டு, அதனை M (4,3) எனக் குறிக்கிறோம்.

4 என்பது 'M' இன் X ஆயத்தொலைவு மற்றும் 3 என்பது 'M' இன் Y ஆயத் தொலைவு ஆகும். மேலும் இதனை நாம் வழக்கமாக **X ஆயத்தொலைவை *abscissa* எனவும், Y ஆயத்தொலைவை '*ordinate*' எனவும் ஆங்கிலத்தில் அழைக்கிறோம்.** (4,3) என்பது ஒரு வரிசைச் சோடி ஆகும்.



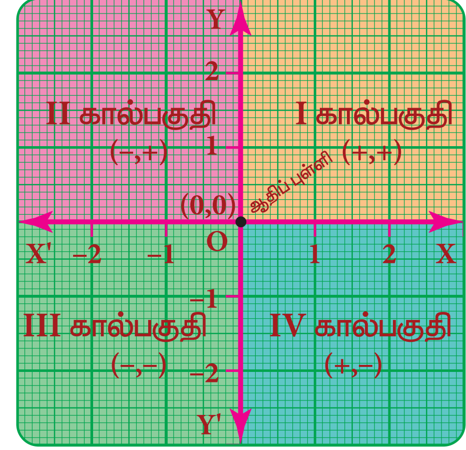
சிந்திக்க

(4, 3) என்ற புள்ளிக்குப் பதிலாக (3,4) என எழுதி வரைபடத்தாளில் குறிக்க முயற்சி செய்தால், அது மீண்டும் புள்ளி 'M' ஐக் குறிக்குமா?

3.9.5 கால்பகுதிகள்

தளத்தில் அமைந்த வரைபடத்தை ஆயஅச்சுகள் நான்கு 'கால்பகுதிகளாக' பிரிக்கின்றன. வழக்கமாக இந்த கால்பகுதிகளைக் கடிகார இயக்கதிசைக்கு எதிர்த் திசையில் X அச்சின் நேர்குறி திசையில் இருந்து தொடங்கிப் பெயரிடுவோம்.

கால்பகுதி	குறிகள்
I பகுதி XOY	$x>0$, $y>0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (+,+) எடுத்துக்காட்டுகள்: (5,7) (2,9) (10,15)
II பகுதி X'OY	$x<0$, $y>0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (–,+) எடுத்துக்காட்டுகள்: (–2,8) (–1,10) (–5,3)
III பகுதி X'OY'	$x<0$, $y<0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (–,–) எடுத்துக்காட்டுகள்: (–2,–3) (–7,–1) (–5,–7)
IV பகுதி XOY'	$x>0$, $y<0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (+,–) எடுத்துக்காட்டுகள் : (1,–7) (4,–2) (9,–3)



ஆய அச்சுகள் மீது ஒரு புள்ளியின் ஆயத் தொலைவுகள்:

- y = 0 எனில் $(x, 0)$ என்ற புள்ளி 'X' அச்சின் மீது அமைந்திருக்கும்.
  (எ.கா) **(2,0), (–5,0), (7,0)** ஆகிய புள்ளிகள் 'X' அச்சின் மீது உள்ளன.
- $x = 0$ எனில் (0,y) என்ற புள்ளி 'Y' அச்சின் மீது அமைந்திருக்கும்.
  (எ.கா) (0,3), (0,–4), (0,9) ஆகிய புள்ளிகள் 'Y' அச்சின் மீது உள்ளன.

3.9.6 கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்தல்

கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளை எடுத்துக்கொள்வோம். (4,3), (–4,5), (–3,–6), (5,–2), (6,0), (0,–5)

(i) (4,3) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

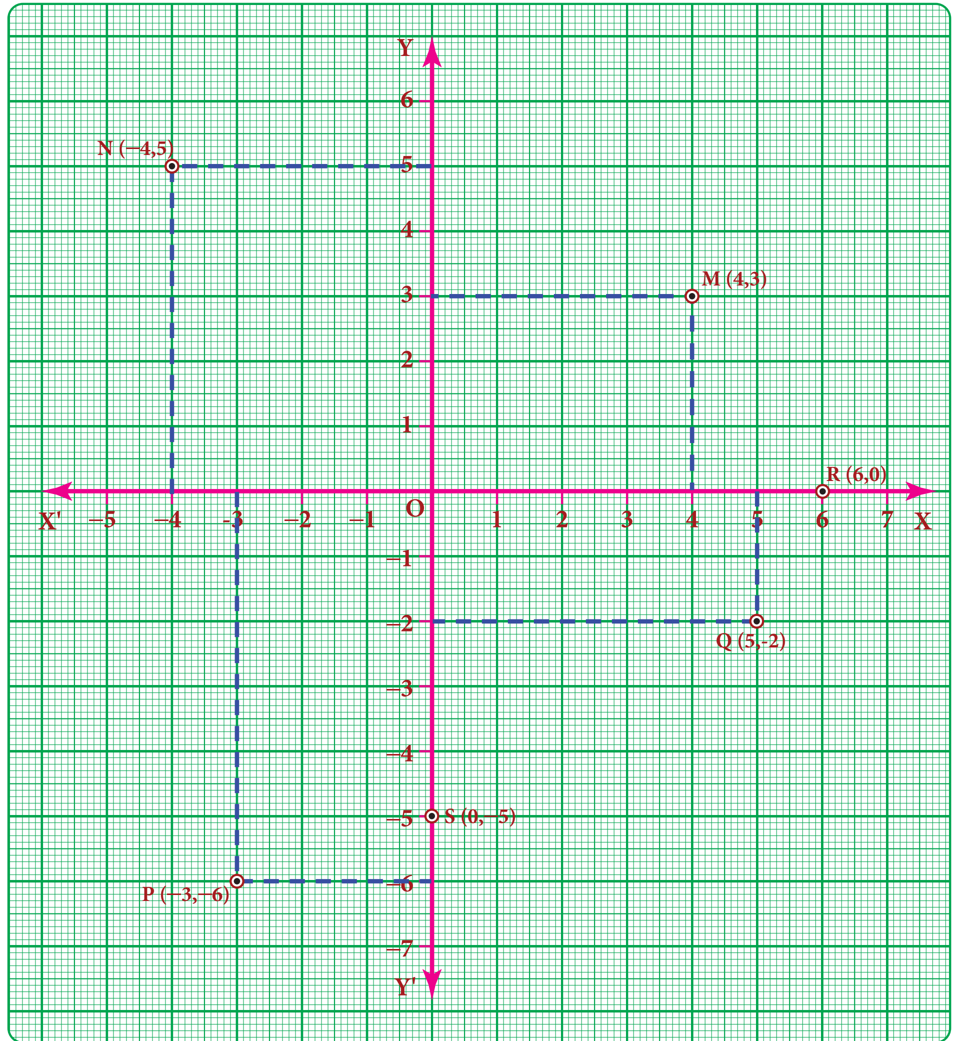
ஆதிப்புள்ளி 'O' இலிருந்து OX வழியாக 4 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு 4இலிருந்து OYஇக்கு இணையாக 3 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி M(4,3) ஐக் குறிக்கலாம்.

(ii) (–4,5) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ஆதிப்புள்ளி 'O'இலிருந்து OX' வழியாக 4 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு –4 இலிருந்து OY இக்கு இணையாக 5 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி N(–4,5) ஐக் குறிக்கலாம்.

(iii) (– 3, – 6) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ஆதிப்புள்ளி 'O' இலிருந்து OX′ வழியாக 3 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு –3இலிருந்து OY'இக்கு இணையாக 6 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி P(–3, –6) ஐக் குறிக்கலாம்.



(iv) (5,−2) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ஆதிப்புள்ளி 'O'இலிருந்து OX வழியாக 5 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு 5இலிருந்து OY′ இக்கு இணையாக 2 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி Q(5,−2) ஐக் குறிக்கலாம்.

(v) (6,0) மற்றும் (0, − 5) புள்ளிகளைக் குறிக்க.

(6,0) என்று கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் X ஆயத்தொலைவு 6 மற்றும் Y ஆயத்தொலைவு '0' ஆகும். எனவே, இந்த புள்ளி OX அச்சின் மீது அமைந்துள்ளது. ஆதிப்புள்ளி 'O'இலிருந்து OX வழியாக 6 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி R(6,0) ஐக் குறிக்கலாம்.

(0,−5) என்று கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் X ஆயத்தொலைவு '0' மற்றும் Y ஆயத்தொலைவு −5 ஆகும். எனவே, இந்த புள்ளி Y அச்சின் மீது அமைந்துள்ளது. ஆதிப்புள்ளி 'O' இலிருந்து OY' வழியாக 5 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி S (0,−5) ஐக் குறிக்கலாம்.

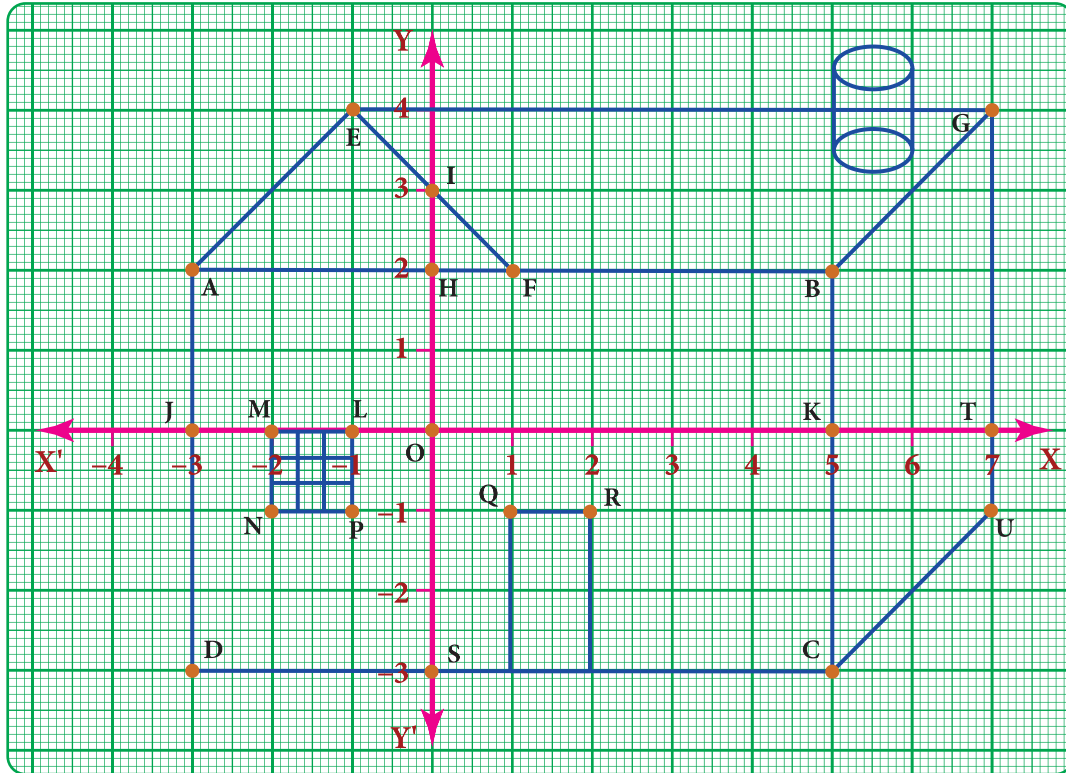


இவற்றை முயல்க

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

எண்	புள்ளி	X-ஆயத்தொலைவின் குறி	Y-ஆயத்தொலைவின் குறி	கால்பகுதி
1	(−7,2)			
2	(10,−2)			
3	(−3,−7)			
4.	(3,1)			
5.	(7,0)			
6.	(0,−4)			

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளின் ஆயத்தொலைவுகளை எழுதுக.



பயிற்சி 3.8



1 **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.**

(i) X- அச்சும் Y- அச்சும் சந்திக்கும் புள்ளி ____________ ஆகும்.

(ii) மூன்றாவது கால்பகுதியில் அமைந்துள்ள புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகள் எப்போதும் ____________ ஆக இருக்கும்.

(iii) $(-5,0)$ புள்ளி ____________ அச்சின் மீது அமைந்திருக்கும்.

(iv) X-அச்சின் மீது, Y- இன் ஆயத் தொலைவானது எப்போதும் ____________ ஆகும்.

(v) Y- அச்சுக்கு இணையாகச் செல்லும் நேர்க் கோட்டில் ___________ ஆயத்தொலைவு சமம் ஆகும்.

2. **சரியா, தவறா எனக் கூறுக.**

(i) $(-10, 20)$ என்ற புள்ளி இரண்டாவது கால் பகுதியில் அமைந்துள்ளது.

(ii) $(-9, 0)$ என்ற புள்ளி X அச்சின் மீது அமைந்துள்ளது.

(iii) ஆதிப்புள்ளியின் ஆய அச்சுத் தொலைவுகள் $(1,1)$ ஆகும்.

3 வரைபடத்தாளில் குறிக்காமல் கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் அமையும் கால்பகுதிகளைக் காண்க.

$(3, -4), (5,7), (2,0), (-3, -5), (4, -3), (-7,2), (-8,0), (0,10), (-9,50)$.

4 கீழ்க்காணும் புள்ளிகளை ஒரு வரைபடத்தாளில் குறிக்கவும்.

$A(5,2), B(-7, -3), C(-2,4), D(-1,-1), E(0, -5), F(2,0), G(7, -4), H(-4,0), I(2,3), J(8,-4), K(0,7)$.

5 வரைபடத்தைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருவமும் எந்தப் புள்ளியில் அமைந்துள்ளது என எழுதுக.

அ) நட்சத்திரம் _______________

ஆ) பறவை _______________

இ) சிவப்பு வட்டம் _______________

ஈ) வைரம் _______________

உ) முக்கோணம் _______________

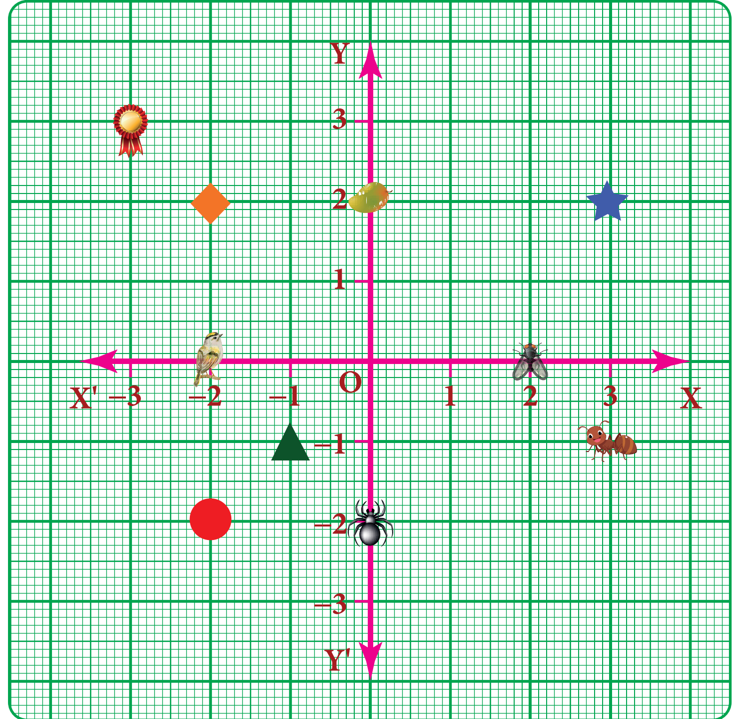
ஊ) எறும்பு _______________

எ) மாம்பழம் _______________

ஏ) ஈ _______________

ஐ) பதக்கம் _______________

ஒ) சிலந்தி _______________



3.9.7 நேர்க்கோடு வரைதல்

இப்போது நாம் வரைபடத்தாளில் புள்ளிகளை எவ்வாறு குறிப்பது என்பதைத் தெரிந்துகொண்டோம். வரைபடத்தாளில் புள்ளிகள் வெவ்வேறு வரிசைகளில் அமைந்திருக்கும். ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை இணைத்தால் நமக்கு ஒரு நேர்க்கோடு கிடைக்கும்.

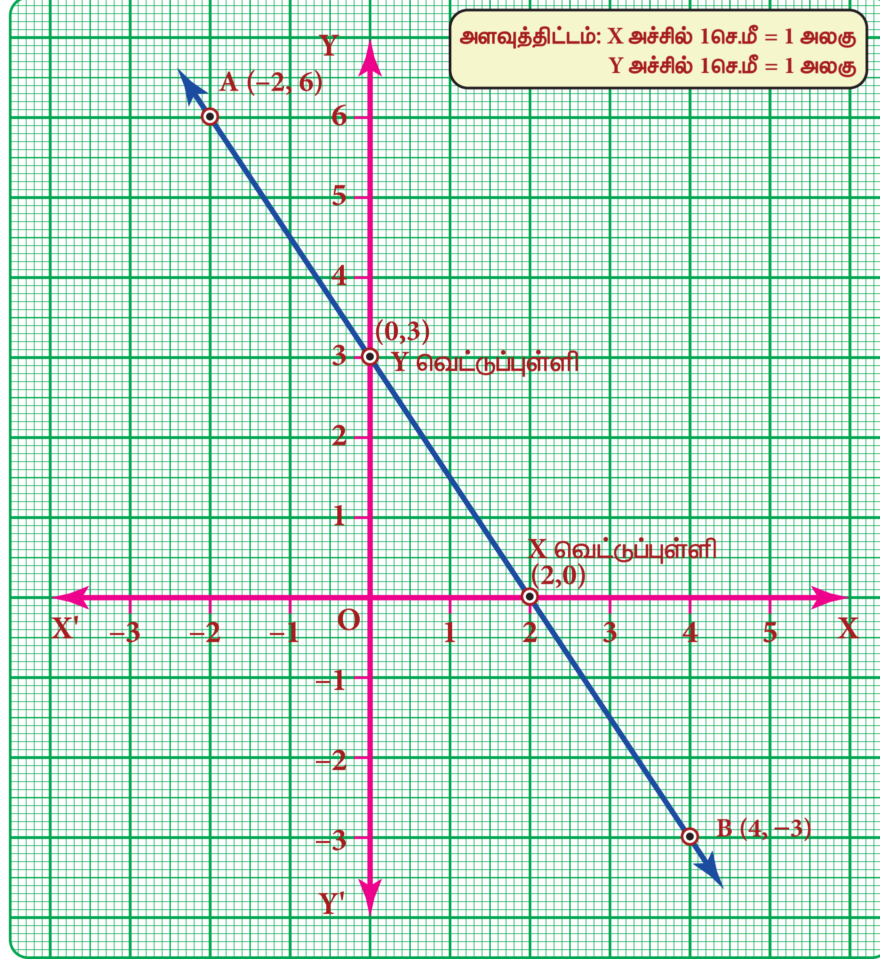
எடுத்துக்காட்டு 3.41

A(−2, 6) மற்றும் B(4,−3) ஆகிய புள்ளிகளை இணைத்து ஒரு நேர்க்கோடு வரைக.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட முதல் புள்ளி A(−2, 6) ஆனது இரண்டாம் கால்பகுதியில் அமைந்துள்ளது. அதனைக் குறிக்கவும். இரண்டாவது புள்ளி B(4,−3) ஆனது நான்காம் கால்பகுதியில் அமைந்துள்ளது, அதனையும் குறிக்கவும்.

இப்போது புள்ளி A மற்றும் புள்ளி B ஐ அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி இணைத்து, நீட்டித்தால் நமக்கு ஒரு நேர்க்கோடு கிடைக்கும்.



குறிப்பு: இந்த நேர்க்கோடானது X அச்சை (2, 0)என்ற புள்ளியிலும், Y அச்சை (0,3) என்ற புள்ளியிலும் வெட்டிச் செல்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 3.42

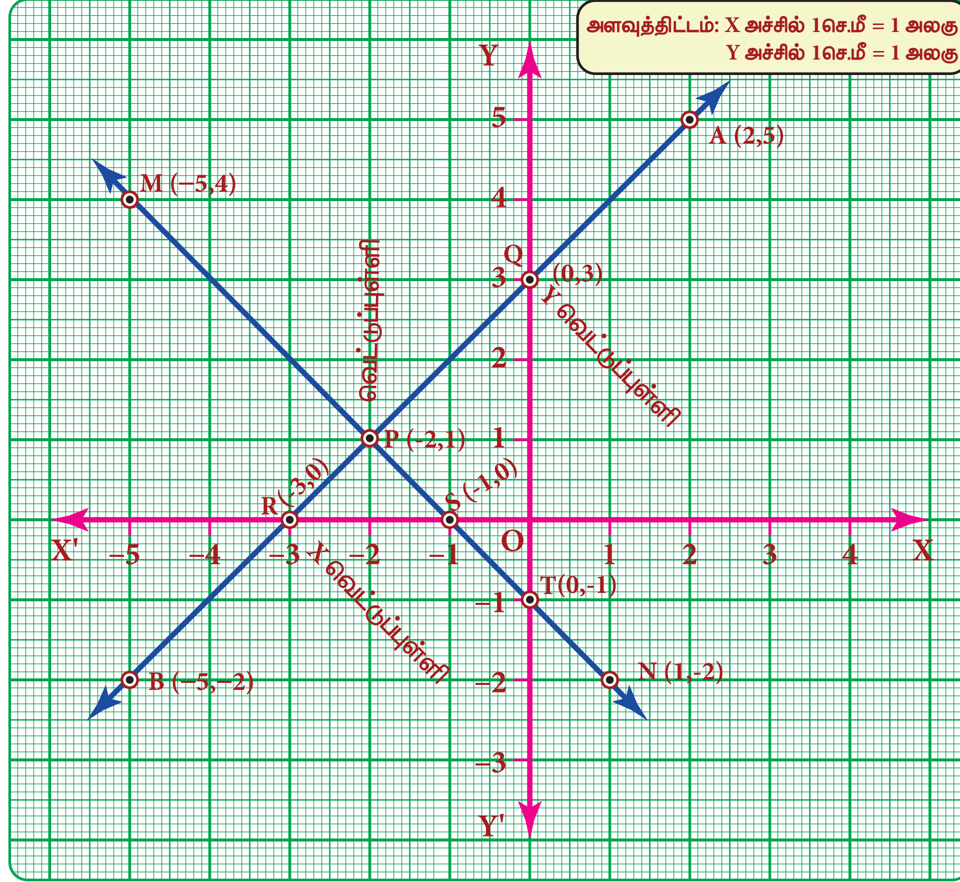
A (2,5) B(−5, −2) மற்றும் M(−5,4) N(1,−2) என்ற புள்ளிகளை இணைத்து நேர்க்கோடுகள் வரைக. மேலும் அவ்விரு நேர்க்கோடுகளும் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியைக் காண்க.

தீர்வு:

முதல் சோடிப் புள்ளிகளான A மற்றும் B ஐ I மற்றும் III ஆம் கால்பகுதியில் குறிக்கவும். அந்தப் புள்ளிகளை இணைத்து AB என்ற நேர்க்கோட்டைப் பெறவும். இரண்டாவது சோடிப் புள்ளிகளான M மற்றும் Nஐ II மற்றும் IV ஆம் கால்பகுதியில் குறிக்கவும். அந்தப் புள்ளிகளை இணைத்து MN என்ற நேர்கோட்டைப் பெறவும்.

இப்போது இரண்டு நேர்க்கோடுகளும் $P(-2, 1)$ என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கிறது.

1. AB என்ற நேர்க்கோடு X அச்சை $R(-3,0)$ என்ற புள்ளியிலும், Y அச்சை $Q(0,3)$ என்ற புள்ளியிலும் வெட்டிச் செல்கிறது.
2. MN என்ற நேர்க்கோடு X அச்சை $S(-1,0)$ என்ற புள்ளியிலும், Y அச்சை $T(0,-1)$ என்ற புள்ளியிலும் வெட்டிச் செல்கிறது.



3.9.8 ஆய அச்சுகளுக்கு இணையான நேர்க்கோடுகள்

- ஒரு நேர்க்கோடானது X அச்சுக்கு இணையாக உள்ளது எனில், அக்கோடு X அச்சில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலிருந்தும் சம தொலைவில் இருக்கும். இதனை $y = c$ எனக் குறிக்கின்றோம்.
- ஒரு நேர்க்கோடானது Y அச்சுக்கு இணையாக உள்ளது எனில், அக்கோடு Y அச்சில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியில் இருந்தும் சம தொலைவில் இருக்கும். இதனை $x = k$ எனக் குறிக்கின்றோம். (இங்கு c மற்றும் k ஆகியவை மாறிலிகள் ஆகும்)

எடுத்துக்காட்டு 3.43

$X = 5$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு வரைபடம் வரைக.

தீர்வு:

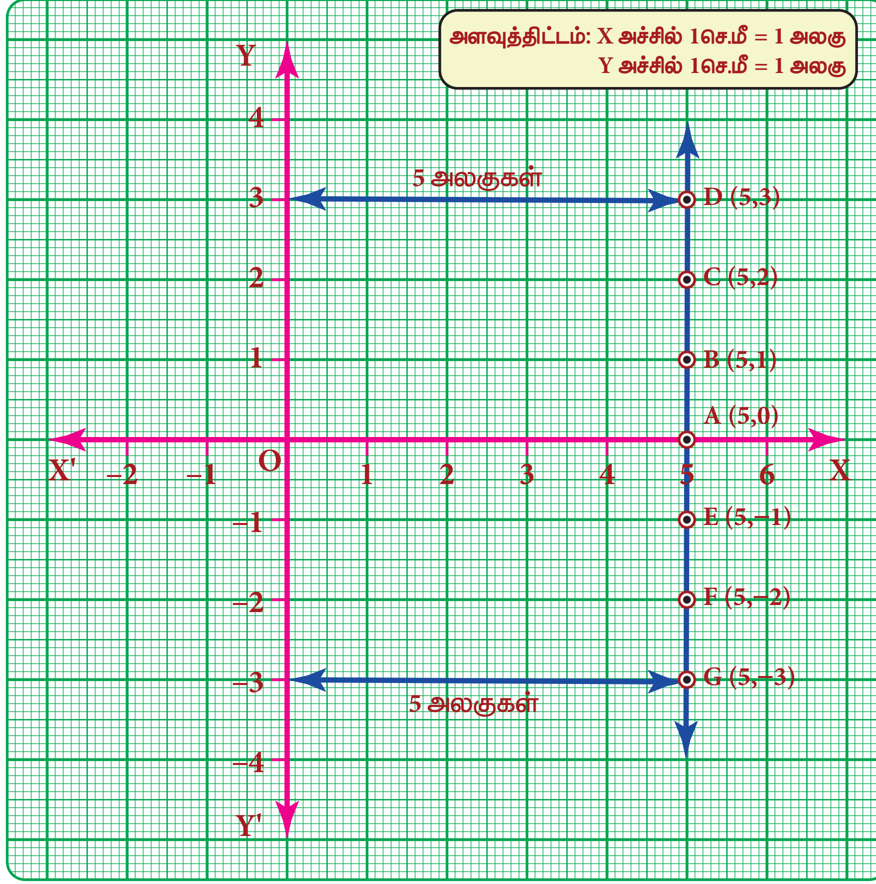
$X = 5$ என்பது y இன் எந்தவொரு மதிப்புக்கும் Xஇன் ஆயத்தொலைவு எப்போதும் 5 ஆகவே இருக்கும். எனவே, நாம் y இன் ஆயத்தொலைவிற்கு மதிப்பு கொடுத்து கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

X	5	5	5	5	5
Y	−2	−1	0	2	3

$x = 5$ என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ளது (நிலையானது)

y இக்கு ஏதேனும் சில மதிப்புகளை எடுத்துக்கொள்ளவும்.

$(5,-2)$ $(5,-1)$ $(5,0)$ $(5,2)$ $(5,3)$ ஆகியப் புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவற்றை இணைக்கவும். Y அச்சிலிருந்து 5 அலகுகள் தூரத்தில், Y அச்சுக்கு இணையாக ஒரு நேர்க்கோடு நமக்குக் கிடைக்கும்.





குறிப்பு

i) x=0 என்பது Y அச்சைக் குறிக்கிறது.

ii) y=0 என்பது X அச்சைக் குறிக்கிறது.

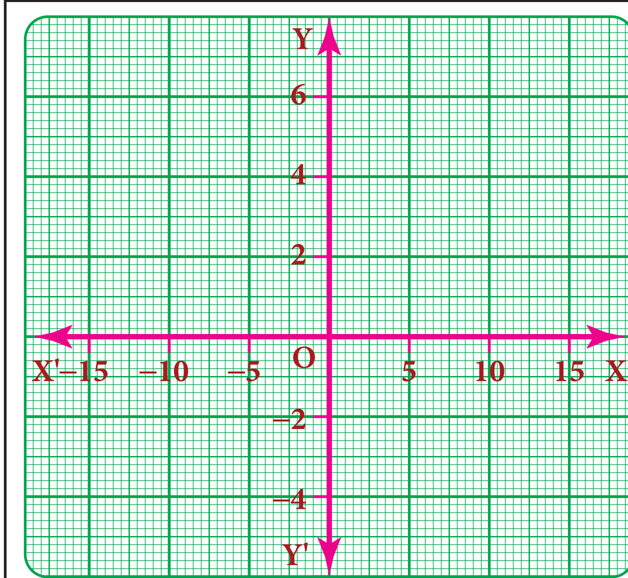
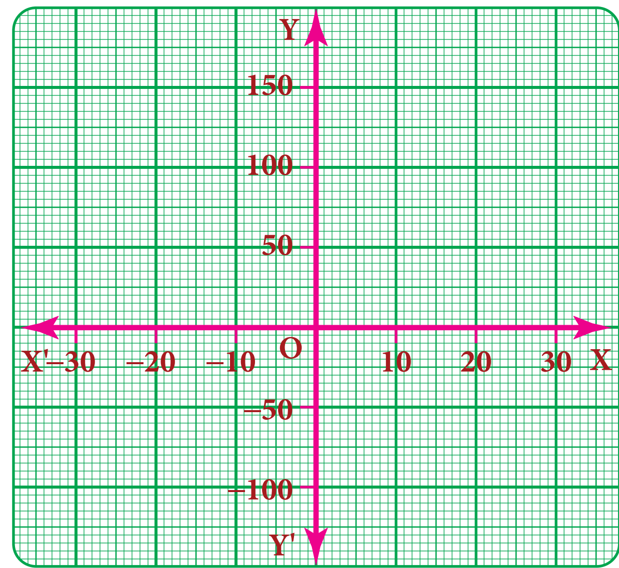


சிந்திக்க

(5,–10), (0,5), (5,20) ஆகிய புள்ளிகளில் எந்தெந்தப் புள்ளிகள் X=5 என்ற நேர்க்கோட்டின் மீது அமைந்துள்ளன?

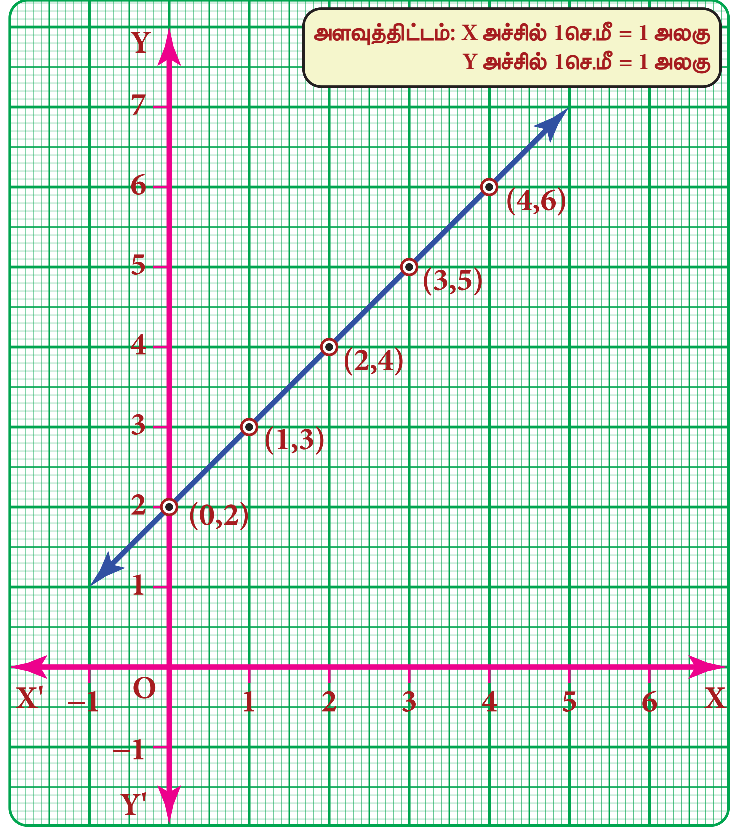
3.9.9 வரைபடத்தாளில் அளவுத்திட்டம்

வரைபடத்தாளில் Y ஆனது X இன் பெரிய மடங்குகளாக அமையும் சூழ்நிலையில் வரைபடத்தாளில் வழக்கமாக ஓரலகுகளில் குறிக்கும் அளவு Y ஆயத் தொலைவுக்குப் போதுமானதாக இருக்காது, இது மறுதலைக்கும் பொருந்தும். இவ்வாறான சூழ்நிலைகளில் இரண்டு அச்சுகளுக்கும் தேவைக்கு ஏற்ப அளவுத்திட்டத்தை மாற்றியமைத்துப் பயன்படுத்துகின்றோம். பொருத்தமான அளவுத்திட்டத்தை வரைபடத்தாளில் வலதுபுற மூலையில் குறிப்பிடுவோம். சில எடுத்துக்காட்டுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன

	
எ.கா. 1 x அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 5 அலகுகள். y அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 2 அலகுகள்	எ.கா. 2 x அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 10 அலகுகள். y அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 50 அலகுகள்

3.10 நேர்க்கோட்டு வரைபடங்கள்

3.10.1 நேர்க்கோட்டு அமைப்பு



(0,2) (1,3) (2,4) (3,5) (4,6). ஆகிய புள்ளிகளை ஆயஅச்சுகள் தளத்தில் குறிக்கவும். நீங்கள் காண்பது என்ன? இவை அனைத்தும் ஒரு நேர்க்கோட்டில் அமைகிறது அல்லவா? அவற்றுள் ஓர் அமைப்பு முறை உள்ளது. ஒவ்வொரு சோடியிலும் உள்ள y ஆயத்தொலைவைக் கவனிக்கவும். 2 = 0+2; 3 = 1+2; 4 = 2+2; 5 = 3+2; 6 = 4+2 ஒவ்வொரு சோடியிலும், y ஆயத்தொலைவு என்பது x ஆயத்தொலைவைக் காட்டிலும் இரண்டு அதிகம். ஒவ்வொரு புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகளும் இதே தொடர்பைக் கொண்டுள்ளன. அனைத்துப் புள்ளிகளையும் குறிக்க, அவை ஒரு நேர்க்கோட்டில் அமைவதைப் பார்க்கிறோம்.

இதுபோன்ற சூழ்நிலைகளில், அனைத்துப் புள்ளிகளையும் வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவை ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்தால் 'நேர்க்கோட்டு அமைப்பு' எனக் கூறுகின்றோம்.

இந்த எடுத்துக்காட்டில் ஒவ்வொரு வரிசைச்சோடியிலும் y இன் மதிப்பானது x இன் மதிப்பு +2 ஆக இருப்பதை நாம் கண்டோம். எனவே, மேற்காணும் நேர்க்கோட்டு அமைப்பை இயற்கணிதச் சமன்பாடாக $y = x + 2$ எனக் குறிப்பிடலாம். இவ்வாறான சமன்பாடு நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடு (ஒருபடிச்சமன்பாடு) எனப்படும். மேலும், இந்த நேர்க்கோட்டுக்கான வரைபடமானது 'நேர்க்கோட்டு வரைபடம்' எனப்படும். நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடுகளில் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். அவற்றுள் ஒரு மாறியானது மற்றொன்றைச் சார்ந்து உள்ளது.

வாடகைமகிழுந்தில்அதிகதூரம்பயணம்செய்தால்,அதிகக்கட்டணத்தைநாம்செலுத்தவேண்டும். இங்கு பயண தூரமானது சாராத மாறிக்கு எடுத்துக்காட்டு ஆகும். வாடகைக் கட்டணம் பயணம் செய்த தூரத்தைச் சார்ந்து இருப்பதால், வாடகைக் கட்டணமானது சார்ந்த மாறி எனப்படும்.

ஒருவர் மின்சாரத்தை எவ்வளவு அதிகம் பயன்படுத்துகிறாரோ, அந்த அளவிற்கு அதிக மின்சாரக் கட்டணத்தைச் செலுத்த வேண்டி வரும். நாம் பயன்படுத்தும் மின்சாரமானது சாராத மாறி ஆகும். ஆகவே, இயல்பாகவே மின்சாரக் கட்டணத் தொகை ஆனது சார்ந்த மாறி ஆகும்.

3.10.2 இரண்டு மாறிகளில் அமைந்த நேர்க்கோட்டுச் சார்பு வரைபடம்

வடிவியலில் நாம் இணைகோடுகள், வெட்டும் கோடுகள் போன்றவற்றைப் பற்றி படித்துள்ளோம். ஆனால், உண்மையில் அவை எவ்வளவு தூரத்தில் அமைந்துள்ளன அல்லது எங்கு அமைந்துள்ளன என நாம் பார்த்தது இல்லை. வரைபடத்தாளில் வரைவதால் அவற்றின் இடங்களைக் காண முடிகிறது. ஒரு நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடு இரண்டு மாறிகளில் அமைந்த சமன்பாடு எனில், அந்த வரைபடம் ஒரு நேர்க்கோட்டைக் குறிக்கும். நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாட்டை வரைபடத்தில் வரைய குறைந்தபட்சம் இரண்டு புள்ளிகள் நமக்குத் தேவை. ஆனால் இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி வரைவது பாதுகாப்பானது (ஏன்?) புள்ளிகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் போது மிகை, குறை மற்றும் பூச்சிய

மதிப்புகளைப் (முழுக்கள்) பயன்படுத்துவது நமக்கு நன்மை பயக்கும். ஒரு சோடிப் புள்ளிகளின் வழியாக தனித்துவமான ஒரே ஒரு நேர்க்கோடு மட்டுமே செல்லும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.44

$y = 5x$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு வரைபடம் வரைக.

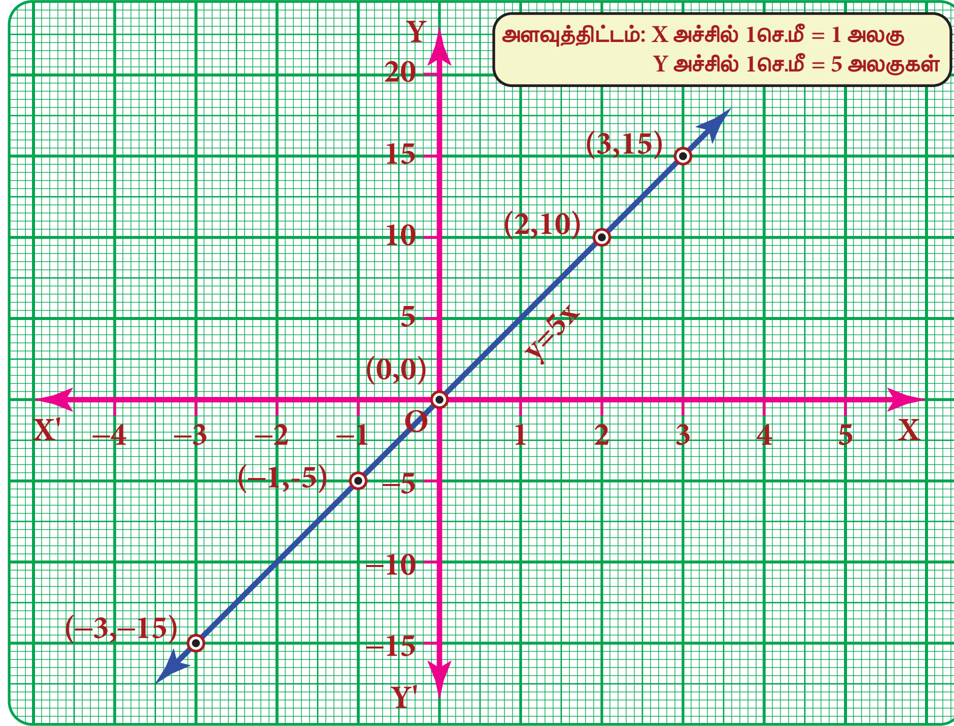
தீர்வு:

x	$y = 5x$
-3	$y = 5 \times (-3) = -15$
-1	$y = 5 \times (-1) = -5$
0	$y = 5 \times (0) = 0$
2	$y = 5 \times (2) = 10$
3	$y = 5 \times (3) = 15$

கொடுக்கப்பட்ட $y = 5x$ என்ற சமன்பாட்டில் y என்பது x இன் மதிப்பைப் போல் 5 மடங்கு ஆகும்.

x	-3	-1	0	2	3
y	-15	-5	0	10	15

$(-3,-15)$ $(-1,-5)$ $(0,0)$ $(2,10)$ $(3,15)$ ஆகிய புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவற்றை இணைக்க, நமக்கு $y = 5x$ என்ற நேர்க்கோடு கிடைக்கிறது.



எடுத்துக்காட்டு 3.45

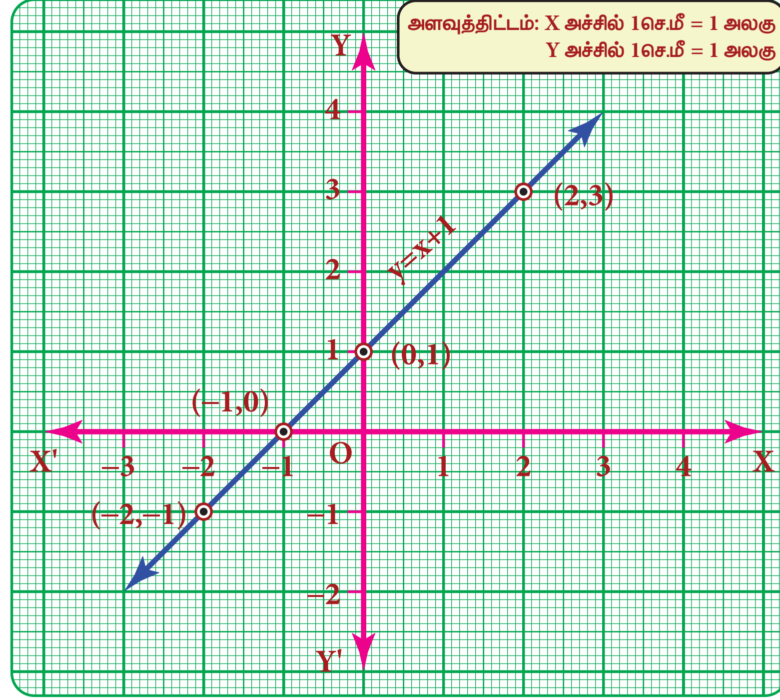
$y = x + 1$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு வரைபடம் வரைக.

x மற்றும் y ஆகியவற்றிற்கு இரண்டு மதிப்புகளைத் தேர்ந்தெடுத்து தொடங்குவோம். முதலில்

(i) x மதிப்பு 0 ஆக இருக்கும்போது y மதிப்பு என்னவாக இருக்கும். மேலும்

(ii) y மதிப்பு 0 ஆக இருக்கும்போது x மதிப்பு என்னவாக இருக்கும் என அறியலாம். மேலும் ஒன்று அல்லது இரண்டுக்கும் அதிகமான மதிப்புகளைப் பிரதியிட்டுக் காண்போம்.

குறைந்தபட்சம் இன்னும் இரண்டு வரிசைச் சோடிகளையாவது கண்டுபிடிக்க வேண்டும். எளிமையாக வரைய பின்னவடிவ மதிப்புகளைத் தவிர்க்க வேண்டும். சரியான சோடிப் புள்ளிகளை ஊகிக்க வேண்டும்.



x	−2	−1	0	1	2
y	−1	0	1	2	3

x	$y = x+1$
−2	$y = -2+1 = -1$
−1	$y = -1+1 = 0$
0	$y = 0+1 = 1$
1	$y = 1+1 = 2$
2	$y = 2+1 = 3$

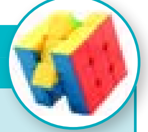


குறிப்பு

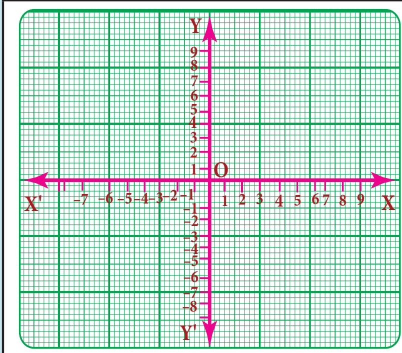
தேர்ந்தெடுக்கும் அளவுத்திட்டத்தைப் பொறுத்து வரைபடத்தின் நிலை மாறுபடும்

இப்போது நாம் **(−2,−1) (−1,0) (0,1) (1,2) (2,3)** ஆகிய ஐந்து புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவற்றை இணைக்க நமக்கு $y = x+1$ என்ற நேர்க்கோட்டு கிடைக்கிறது.

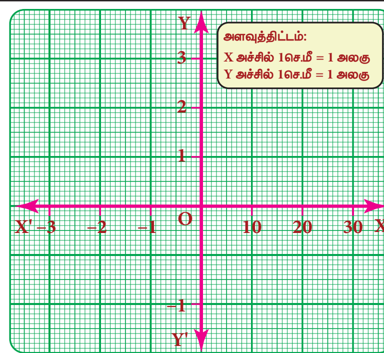
இவற்றை முயல்க



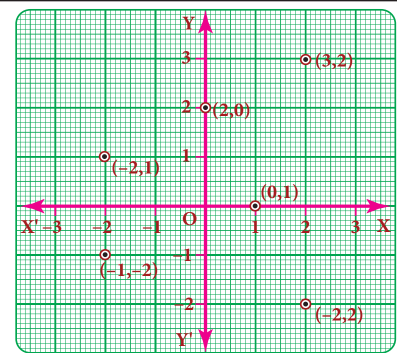
கீழ்க்காணும் வரைபடத்தில் தவறுகளை கண்டறிந்து சரி செய்க.



(i)



(ii)



(iii)

பயிற்சி 3.9

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

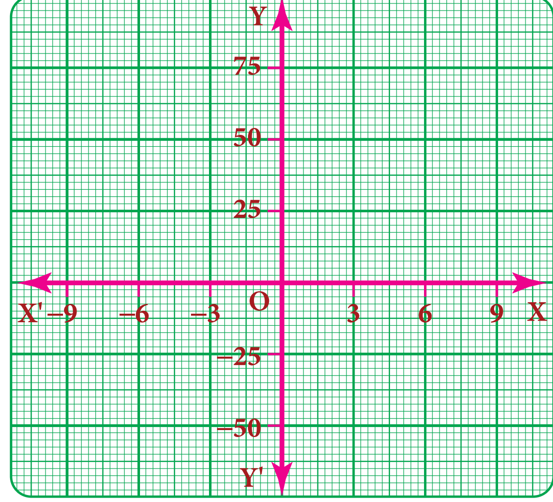
(i) $y = px$, இங்கு $p \in z$ என்ற நேர்க்கோடானது எப்போதும் ____________ வழியாகச் செல்லும்.

(ii) X = 4 மற்றும் Y = – 4 என்ற கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி____________.

(iii) கொடுக்கப்பட்ட வரைபடத்தின் அளவுத்திட்டம்,

x அச்சின் மீது 1 செ.மீ = ______ அலகுகள்

y அச்சின் மீது 1 செ.மீ = ______ அலகுகள்



2. சரியா தவறா எனக் கூறுக.
   (i) (1,1) (2,2) (3,3) ஆகிய புள்ளிகள் அனைத்தும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்திருக்கும்.
   (ii) $y = -9x$ ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் செல்லாது.
3. ஆய அச்சுகளை (2,0) மற்றும் (0,2) ஆகிய புள்ளிகளில் சந்திக்கும் கோடானது, (2,2) என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்லுமா?
4. (4,−2) என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்லும் கோடு Y அச்சை (0,2) என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது. இந்த கோட்டின் மீது இரண்டாம் கால்பகுதியில் அமையும் புள்ளி ஏதேனும் ஒன்றைக் கூறுக.
5. P (5,3) Q(−3,3) R(−3,−4) மற்றும் S ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு செவ்வகத்தை உருவாக்கும் எனில் புள்ளி S இன் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.
6. ஒரு கோடானது (6,0) மற்றும் (0,6) ஆகிய புள்ளிகள் வழியே செல்கிறது. மற்றொரு கோடானது (−3,0) மற்றும் (0,−3) வழியாக செல்கிறது எனில், இவற்றுள் எந்தெந்தப் புள்ளிகளை இணைத்தால் ஒரு சரிவகம் கிடைக்கும்?
7. (−3,7) (2,−4) மற்றும் (4,6) (−5,−7) என்ற சோடிப் புள்ளிகளை இணைத்து உருவாகும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியைக் காண்க. மேலும் நேர்க்கோடுகள் ஆய அச்சுகளைச் சந்திக்கும் புள்ளிகளையும் காண்க.
8. கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளுக்கு வரைபடம் வரைக. (i) $x = -7$ (ii) $y = 6$
9. கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகளுக்கு வரைபடம் வரைக. (i) $y = -3x$ (ii) $y = x-4$ (iii) $y = 2x+5$
10. விடுபட்ட மதிப்புகளைக் காண்க.

அ) $y = x + 3$

x	0		−2	
y		0		−3

ஆ) $2x + y - 6 = 0$

x	0		−1	
y		0		−2

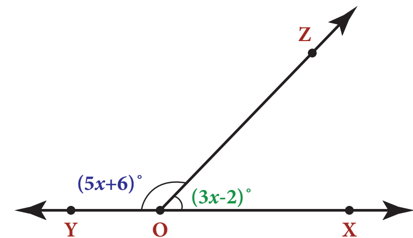
இ) $y = 3x+1$

x	−1	0	1	2
y				

பயிற்சி 3.10

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. மூன்று எண்களின் கூடுதல் 58. இதில் இரண்டாவது எண்ணானது முதல் எண்ணின் ஐந்தில் இரண்டு பங்கின் மூன்று மடங்கு ஆகும். மூன்றாவது எண்ணானது முதல் எண்ணை விட 6 குறைவு எனில், அந்த மூன்று எண்களையும் காண்க.



2. ABC என்ற முக்கோணத்தில் ∠B என்பது ∠A இன் மூன்றில் இரண்டு பங்கு ஆகும். ∠C என்பது, ∠Aஐ விட 20 அதிகம் எனில், அந்த மூன்று கோணங்களின் அளவுகளைக் காண்க.

3. ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் சம பக்கங்கள் முறையே $5y-2$ மற்றும் $4y+9$ அலகுகள் ஆகும். அதன் மூன்றாவது பக்கம் $2y+5$ அலகுகள் எனில் y இன் மதிப்பையும், முக்கோணத்தின் சுற்றளவையும் காண்க.
4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் கோணம் XOZ மற்றும் கோணம் ZOY ஆகியவை நேர்க்கோட்டில் அமையும் அடுத்துள்ள கோணங்கள் எனில் x இன் மதிப்பைக் காண்க.
5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு வரைபடம் வரைக.

சதுரத்தின் பக்கங்கள் (செ.மீ)	2	3	4	5	6
பரப்பளவு (செ.மீ^{2})	4	9	16	25	36

வரைபடமானது ஒரு நேர்க்கோட்டு அமைப்பைக் குறிக்கின்றதா?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. ஏறு வரிசையில் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட மூன்று அடுத்தடுத்த முழுக்கள் முறையே 2,3 மற்றும் 4 ஆல் பெருக்கிக் கூட்டினால் 74 கிடைக்கும் எனில், அந்த மூன்று எண்களையும் காண்க.
7. ஒரு களப் பயணத்திற்கு 331 மாணவர்கள் சென்றனர். ஆறு பேருந்துகள் முழுமையாக நிரம்பின. 7 மாணவர்கள் மட்டும் ஒரு வேனில் பயணிக்க வேண்டியதாயிற்று எனில், ஒவ்வொரு பேருந்திலும் எத்தனை மாணவர்கள் இருந்தனர்?
8. ஒரு தள்ளு வண்டி வியாபாரி, சில கரிக்கோல்கள் (Pencils) மற்றும் பந்துமுனை எழுதுகோல்கள் (Ball point pens) என மொத்தம் 22 பொருள்களை வைத்திருக்கிறார். ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில், அவரால் அனைத்துக் கரிக்கோல்களையும் பந்துமுனை பேனாக்களையும் விற்க முடிந்தது. கரிக்கோல்கள் ஒவ்வொன்றும் ₹15 இக்கும், பந்துமுனை பேனாக்கள் ஒவ்வொன்றும் ₹20 இக்கும் விற்பனை செய்த பிறகு அந்த வியாபாரியிடம் ₹380 இருந்தது எனில், அவர் விற்ற கரிக்கோல்களின் எண்ணிக்கை யாது?
9. $y=x, y=2x, y=3x$ மற்றும் $y=5x$ ஆகிய சமன்பாடுகளின் வரைபடங்களை ஒரே வரைபடத்தாளில் வரைக. இந்த வரைபடங்களில் ஏதேனும் சிறப்பை உங்களால் காண முடிகிறதா?
10. ஒரு குவிவு பல கோணத்தின் கோணங்களின் எண்ணிக்கையையும், பக்கங்களின் எண்ணிக்கையையும் கவனத்தில் கொள்க. கீழேக்கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போல் அட்டவணைப்படுத்துக.

பலகோணத்தின் பெயர்	கோணங்களின் எண்ணிக்கை	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை

பலகோணத்தின் கோணங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை வரைபடம் மூலம் விளக்குக.

பாடச்சுருக்கம்

- இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் செய்யும் போது கீழ்காணும் வழிமுறைகளை நாம் பின்பற்ற வேண்டும்.

  உறுப்புகளின் குறிகளை பெருக்க வேண்டும்.

  உறுப்புகளின் கெழுக்களை பெருக்க வேண்டும்.

  அடுக்கு குறி விதிகளை பயன்படுத்தி மாறிகளை பெருக்க வேண்டும்.

- ஒரு பல்லுறுப்பு கோவையை ஒருறுப்பு கோவையால் வகுக்க, பல்லுறுப்பு கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஒருறுப்பு கோவையால் வகுக்க வேண்டும்.

- **இயற்கணித முற்றொமை** என்பது ஒரு சமன்பாடு அதில் உள்ள மாறிகள் எந்த ஒரு மதிப்புக்கும் அச்சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும்.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\qquad (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\qquad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $\qquad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$$(x+b)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

- கொடுக்கப்பட்ட கோவையை இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோவைகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுத முடிந்தால் அதனை அக் கோவைகளின் காரணிபடுத்துதல் என்கிறோம்.
- ஒரு சமன்பாடு ஒரே ஒரு மாறியில் அமைந்து அந்த மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்றாக (1) இருந்தால், அது ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு எனப்படும்.
- கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் உள்ள மாறிகளுக்குப் பதிலாக பிரதியிடும் எண்ணானது, சமன்பாட்டின் இருபுறமும் ஒரே மதிப்புகளைக் கொடுத்தால், அவ்வெண்ணை அச்சமன்பாட்டின் தீர்வு அல்லது மூலம் என அழைக்கின்றோம்.
- வரைபடம் என்பது எண்களுக்கு இடையில் உள்ள தொடர்புகளைக் காட்டும் ஒரு பட விளக்க முறை ஆகும்.
- கிடைமட்டக் கோட்டை XOX' எனக் குறித்து அதை X அச்சு என அழைக்கிறோம். செங்குத்துக்கோட்டை YOY' எனக் குறித்து அதை Y அச்சு என அழைக்கிறோம். இந்த இரண்டு அச்சுகளும் ஆய அச்சுகள் எனப்படும். X அச்சு, Y அச்சு பெற்றிருக்கும் தளத்தினை ஆய அச்சுத் தளம் அல்லது கார்டீசியன் தளம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- ஒரு புள்ளியை (a,b) என்ற சோடியால் குறிக்கிறோம். a மற்றும் b ஆகிய இரண்டு எண்களும் ஒரு குறிப்பிட்ட வரிசையில் அதாவது a என்பது X அச்சுத் தூரத்தையும் 'b' என்பது Y அச்சுத் தூரத்தையும் குறிக்கும். இதுவே வரிசை சோடி (a,b) எனப்படும்.
- தளத்தில் அமைந்த வரைபடத்தை ஆய அச்சுகள் நான்கு 'கால்பகுதிகளாக' பிரிக்கின்றன.
- ஒரு நேர்க்கோட்டுக்கான வரைபடமானது 'நேர்க்கோட்டு வரைபடம்' எனப்படும்.

இணையச் செயல்பாடு



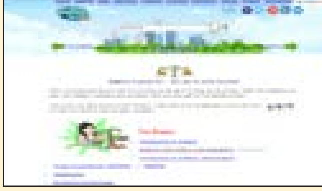
படி 1 கூகுள் தேடுபொறியில் தட்டச்சு செய்யவும் (அ) விரைவுக் குறியீட்டினை (QR CODE) பயன்படுத்தவும்

படி 2 கொடுக்கப்பட்டதலைப்புகளுள்ஏதேனும்ஒன்றைதேர்வுசெய்யவும்

படி 3 உதாரணமாக "Balance While adding and subtracting", என்பதின்மீதுசொடுக்கவும்.

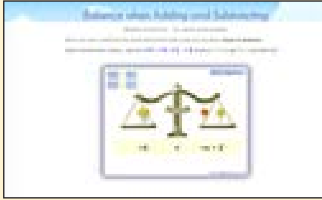
படி 4 இதே போன்று பல்வேறு செயல்பாடுகளை செய்து பார்க்கவும்

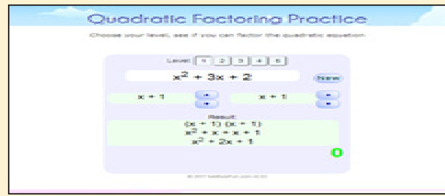
இந்த செயல்பாடு மூலம் அடிப்படை இயற்கணிதம், பல்லுறுப்புக் கோவைகள், அடுக்குக்குறி விதிகள் போன்றவற்றை அறிய இயலும்.


படி 1


படி 2




படி 3



படி 4



இணையஉரலி:

இயற்கணிதம்

https://www.mathsisfun.com/algebra/index.html

படங்கள் அடையாளங்களை மட்டுமே குறிக்கும்

இந்த பக்கத்தை பார்க்க தேடுபொறி தேவையென்றால் Flash Player அல்லது Java Script அனுமதிக்கவும்

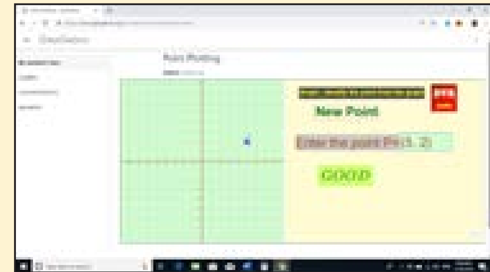
இணையச் செயல்பாடு

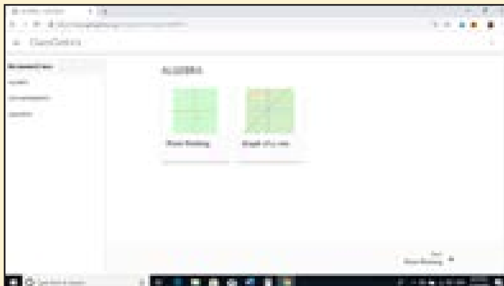


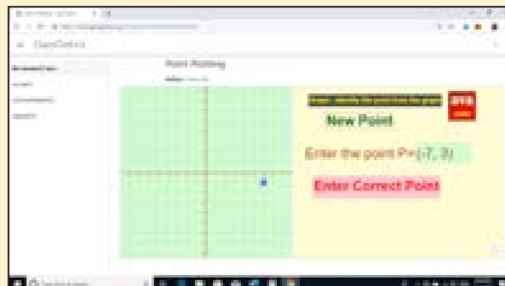
படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலி தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்க. 'இயற்கணிதம்' என்ற பயிற்சி ஏடு ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'புள்ளிகளை குறித்தல்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் 'புதிய புள்ளி' இயின் மீது சொடுக்க, புதிய புள்ளியை நீங்கள் பெறுவீர்கள். சரியான புள்ளியை உள்ளீடு பகுதியில் கொடுத்து சொடுக்கவும்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்




படி 1



படி 2



இந்த அலகிற்கான மீதமுள்ள பணித்தாள்களை முயற்சி செய்யவும்.

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்.

இயற்கணிதம்:

https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409574 or விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

4 வாழ்வியல் கணிதம்





கற்றல் நோக்கங்கள்



- சதவீதம், இலாபம், நட்டம் மற்றும் தனி வட்டி ஆகிய கருத்துக்களை நினைவு கூர்ந்து, சதவீதக் கணக்குகள், இலாபம்–நட்டம், இதரச் செலவுகள், தள்ளுபடி, சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST) உள்ளிட்ட சதவீதப் பயன்பாடுகள் கொண்ட கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணுதல்.
- கூட்டுவட்டியைப் பற்றி அறிதல், அமைப்புகள் மற்றும் சூத்திரங்களைக் கொண்டு எளிய கணக்குகளில் அவற்றைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுவட்டியைக் காணுதல்.
- 2 ஆண்டுகள் மற்றும் 3 ஆண்டுகளுக்குத் தனிவட்டி மற்றும் கூட்டுவட்டிகளுக்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசத்தைக் காணுதல்.
- நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்களை நினைவு கூர்தல்.
- கலப்பு மாறல் பற்றி அறிதல் மற்றும் அதனைச் சார்ந்த கணக்குகளைச் செய்தல்.
- நேரம் மற்றும் வேலை கணக்குகளுக்குத் தீர்வுக் காணுதல்.

4.1 அறிமுகம்

VIII வகுப்பு கணக்குப் பாடவேளையில் பின்வரும் உரையாடலானது நிகழ்கிறது.

ஆசிரியர் : அன்பான மாணவர்களே, கொடி நாளுக்காக பணம் பெறப்படுகிறது. இதுவரை VII வகுப்பில் 40 மாணவர்களில் 32 பேரும், நம் வகுப்பில் 50 மாணவர்களில் 42 பேரும் பங்களிப்பு செய்துள்ளனர். எந்த வகுப்பின் பங்களிப்பு சிறப்பானது என்பது குறித்து உங்களில் யாரேனும் கூற முடியுமா?

சங்கர் : ஆசிரியரே, 40 இக்கு 32 என்பதை $\frac{32}{40}$ எனவும், 50 இக்கு 42 என்பதை $\frac{42}{50}$ எனவும் எழுதலாம். இவற்றின் ஒத்த பின்னங்கள் முறையே $\frac{160}{200}$ மற்றும் $\frac{168}{200}$ ஆகும். எனவே, நமது வகுப்பு மாணவர்களின் பங்களிப்பே சிறந்ததாகும்.

ஆசிரியர் : மிக நன்று சங்கர். ஒப்பீடு செய்ய வேறேதும் வழி உள்ளதா?

பும்ரா : ஆம் ஆசிரியரே, ஒப்பீடு செய்ய சதவீதங்கள் நமக்குப் பயன்படும். இங்கு $\frac{32}{40}=\frac{32}{40}\times 100\ \% = 80\ \%$ மற்றும் $\frac{42}{50}=\frac{42}{50}\times 100\% = 84\%$ ஆகும். எனவே, நமது வகுப்பு மாணவர்களின் பங்களிப்பானது VII வகுப்பு மாணவர்களை விட 4% அதிகமாகும்.

ஆசிரியர் : அருமையாக விளக்கமளித்தாய் பும்ரா. நீ கூறியது மிகவும் சரியாகும். சதவீதங்களின் பயன்பாடு எந்த இடத்தில் அதிகம் காணப்படுகிறது என்பதை உங்களில் யாரேனும் ஒருவர் கூற முடியுமா?

புவி : ஆம் ஆசிரியரே, இலாபம், நட்டம், தள்ளுபடி, சரக்கு மற்றும் சேவை வரி, முதலீட்டின் மீதான வட்டி, மக்கள் தொகை வளர்ச்சி மற்றும் இயந்திரங்களின் தேய்மான மதிப்பு ஆகியவற்றைக் கணக்கிடவும் மற்றும் ஒப்பீடு செய்யப்படும் பெரும்பாலான இடங்களிலும் சதவீதங்கள் பயன்படும் என என் தந்தை என்னிடம் கூறியுள்ளார் . மேலும், மதிப்புகளை ஒப்பிடும்போது சதவீதங்களைப் பயன்படுத்துவது ஓர் எளிய வழியாகும் எனவும் அவர் கூறினார்.

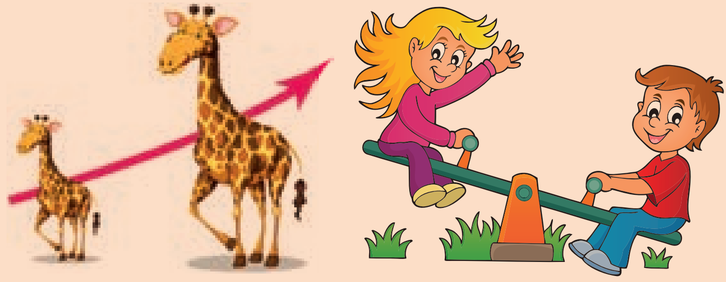
ஆசிரியர் : நன்றாகக் கூறினாய் புவி. இந்த இயலில் மேற்கூறியத் தலைப்புகளில் சதவீதங்களின் பயன்பாடுகள் குறித்துக் கற்க இருக்கிறோம்.

மேற்காணும் உரையாடலானது, நம் அன்றாட வாழ்வில் பல்வேறு சூழல்களில் பார்க்கும் கணக்குகளில் எவ்வாறு சதவீதங்களைப் பயன்படுத்தலாம் என்பதைக் குறித்து அறிய ஏதுவாக அமைகிறது. மேலும், நாம் நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்கள், கலப்பு மாறல் மற்றும் நேரம் மற்றும் வேலை தலைப்புகளையும் பிறகு பார்க்க இருக்கிறோம்.

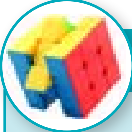
எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் வாழ்வியல் கணிதம்



கூட்டுவட்டியின் மூலம் பணம் வேகமாக அதிகரிக்கிறது.



காலத்தைப் பொறுத்து, ஓர் ஒட்டகச் சிவிங்கியின் வளர்ச்சியானது, நேர்மாறலில் இருப்பதற்கான எடுத்துக்காட்டாகும். ஏற்ற – இறக்க விளையாட்டானது எதிர்மாறலுக்கான எடுத்துக்காட்டாகும்.



இவற்றை முயல்க

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களுக்குக் குறிப்பிடப்பட்ட சதவீத மதிப்பைக் காண்க.

% \ எண்	60	240	660	852	1200
10%					
20%					
25%					
$33\frac{1}{3}\%$					

4.2 கணக்குகளில் சதவீதத்தின் பயன்பாடுகள்

சதவீதம் என்பது ஒரு நூற்றுக்கு அல்லது ஒரு நூறில் எனப் பொருள்படும் என்பதை நாம் அறிவோம். அது % என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படும். $x\%$ என்பது $\frac{x}{100}$ என்ற பின்னத்தைக் குறிக்கும். அது

அளவுகளை எளிதாக ஒப்பிடுவதற்குப் பயன்படுகிறது. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வார்த்தைக் கணக்குகளில் நாம் அதன் பயன்களைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4.1

600 இன் x % என்பது 450 எனில், x இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$600 \text{ இன் } x\% = 450$$

$$600 \times \frac{x}{100} = 450$$

$$x = \frac{450}{6}$$

$$x = 75$$

எடுத்துக்காட்டு 4.2

ஓர் எண்ணின் மதிப்பை 25% குறைத்தால் 120 கிடைக்கிறது எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

அந்த எண்ணை x என்க.

$$x - \frac{25x}{100} = 120 \text{ (தரவு)}$$

$$\frac{100x - 25x}{100} = 120$$

$$\frac{75x}{100} = 120$$

$$\Rightarrow x = \frac{120 \times 100}{75}$$

$$x = 160$$



நாம் A என்ற அளவைக் கொண்டுத் தொடங்கி, அந்த அளவை x% குறைத்தால், நாம் பெறும் குறைந்த அளவானது,

$$D = \left(1 - \frac{x}{100}\right) A \text{ ஆகும்.}$$

மாற்று முறை:

மேலேயுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி,

$$D = \left(1 - \frac{25}{100}\right) A \Rightarrow 120 = \frac{75}{100} \times A$$

$$A = 120 \times \frac{100}{75} = 160$$

எடுத்துக்காட்டு 4.3

அகிலா ஒரு தேர்வில் 80% மதிப்பெண்களைப் பெற்றாள். அவள் பெற்றது 576 மதிப்பெண்கள் எனில், அந்த தேர்வின் மொத்த மதிப்பெண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

தேர்வின் மொத்த மதிப்பெண்களை x என்க.

இங்கு, x இன் 80 % = 576

$$x \times \frac{80}{100} = 576$$

$$\Rightarrow x = 576 \times \frac{100}{80} \Rightarrow x = 720$$

ஆகவே, தேர்வின் மொத்த மதிப்பெண்கள் = 720.

எடுத்துக்காட்டு 4.4

20% விலை உயர்விற்குப் பின் ஒரு கிலோ உளுந்தம் பருப்பின் விலை ₹96 எனில், ஒரு கிலோ உளுந்தம் பருப்பின் அசல் விலையைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு கிலோ உளுந்தம் பருப்பின் அசல் விலை ₹ x என்க.

20% உயர்வுக்கு பின், புதிய விலை $= x + \frac{20}{100}x = \frac{120x}{100}$

$$\frac{120x}{100} = 96 \text{ (தரவு)}$$

$$\therefore x = \frac{96 \times 100}{120}$$

∴ ஒரு கிலோ உளுந்தம் பருப்பின் அசல் விலை, x = ₹80.



நாம் A என்ற அளவைக் கொண்டுத் தொடங்கி, அந்த அளவை x% அதிகரித்தால், நாம் பெறும் அதிகரித்த அளவானது,

$$I = \left(1 + \frac{x}{100}\right) A \quad \text{ஆகும்.}$$

மாற்று முறை:

மேலேயுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி,

$$I = \left(1 + \frac{20}{100}\right) A \Rightarrow 96 = \frac{120}{100} \times A$$

$$A = 96 \times \frac{100}{120} \Rightarrow A = ₹80$$



இவற்றை முயல்க

1. ஒரு நாளில் 10 மணி நேரம் என்பது எத்தனை சதவீதம்?
2. R என்ற நபர் பெறுவதில் 50% ஐ Q என்ற நபரும், Q பெறுவதில் 50% ஐ P என்ற நபரும் பெறுமாறு P, Q மற்றும் R என்ற மூன்று நபர்களுக்கு ₹350 ஐ பிரிக்கவும்.



சிந்திக்க

ஒரு மாநகரத்தின் போக்குவரத்துக் காவல் ஆணையாளர் பெருமிதத்தோடு, இந்த ஆண்டில் 200% விபத்துகள் குறைந்துள்ளன என அறிவித்துள்ளார். இதனை அவர், சென்ற ஆண்டு 200 இலிருந்து 600 ஆக உயர்ந்த விபத்துகளின் சதவீதம் தெளிவாக 200% ஆகும் எனவும், அது இந்த ஆண்டு 600 இலிருந்து 200 ஆக குறைந்துள்ளது என்பதும் அதே 200% குறைவு ஆகும் என ஒப்பிட்டுக் கூறியுள்ளார். இங்கு 600 இலிருந்து 200 ஆகக் குறைந்துள்ளது என்பது, அவர் அறிவித்துள்ளவாறு அதே 200% ஆகுமா? நியாயப்படுத்துக.



எடுத்துக்காட்டு 4.5

ஒரு நபரின் வருமானம் 10% அதிகரிக்கப்பட்டு பிறகு 10% குறைக்கப்படுகிறது எனில், அவருடைய வருமானத்தில் ஏற்படும் மாற்றத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு நபரின் வருமானம் ₹ x என்க.

10% உயர்வுக்குப் பின் வருமானம் $= ₹\, x + \left(\frac{10}{100} \times x\right) = ₹\, \frac{110x}{100}$ அல்லது $₹\, \frac{11x}{10}$

இப்போது, 10% குறைக்கப்பட்டப் பின் வருமானம் $= ₹\, \frac{11x}{10} - \frac{10}{100}\left(\frac{11x}{10}\right)$

அதாவது, $\frac{11x}{10}-\frac{11x}{100}=\frac{110x-11x}{100}=₹\frac{99x}{100}$

$\therefore$ வருமானத்தில் ஏற்படும் நிகர மாற்றம் $=x-\frac{99x}{100}=\frac{x}{100}$

$\therefore$ நிகர மாற்றத்தின் சதவீதம் $=\frac{\frac{x}{100}}{x}\times100\%=1\%$

ஆகவே, அந்த நபரின் வருமானம் 1% குறைந்துள்ளது.

(அல்லது)

மாற்று முறை

ஒரு நபரின் வருமானம் ₹100 என்க.

10% உயர்வுக்குப் பின் வருமானம் $=100+100\times\frac{10}{100}=₹110$

இப்போது, 10% குறைக்கப்பட்டப் பின் வருமானம் $=110-\left(110\times\frac{10}{100}\right)=110-11=₹99$

$\therefore$ வருமானத்தில் ஏற்படும் நிகர மாற்றம் $=100-99=1$

$\therefore$ நிகர மாற்றத்தின் சதவீதம் $=\frac{1}{100}\times100\%=1\%$.

ஆகவே, அந்த நபரின் வருமானம் 1% குறைந்துள்ளது.



குறிப்பு

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணானது முதலில் $x\%$ அதிகரிக்கப்பட்டு அல்லது குறைக்கப்பட்டு, பிறகு $y\%$ அதிகரிக்க அல்லது குறைக்கப்பட்டால், அந்த எண்ணானது $\left(x+y+\frac{xy}{100}\right)\%$ அதிகரிக்கும் அல்லது குறையும். குறைவிற்கு '–' குறியீட்டைப் பயன்படுத்தவும். அதேபோல், '–' குறியீடானது விடையில் இருந்தால், அதனைக் குறைவு எனக் கொள்ளவும். இந்தக் குறிப்பைப் பயன்படுத்தி எடுத்துக்காட்டு 4.5 இன் விடையைச் சரிபார்க்கவும்.

பயிற்சி 4.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) x இன் 30% என்பது 150 எனில், x இன் மதிப்பு__________ஆகும்.
   (ii) ஒரு மணி நேரத்தில் 2 நிமிடங்கள் என்பது __________% ஆகும்.
   (iii) x இன் $x\%$ என்பது 25 எனில், x என்பது__________ ஆகும்.
   (iv) ஒரு பள்ளியில் உள்ள 1400 மாணவர்களில், 420 பேர் மாணவிகள். பள்ளியிலுள்ள மாணவர்களின் சதவீதம் __________ஆகும்.
   (v) 0.5252 என்பது __________% ஆகும்.
2. **பின்வரும் ஒவ்வோர் அடிக்கோடிட்ட பகுதியையும் சதவீதத்தில் குறிப்பிடவும்.**
   (i) இனிப்பு ரொட்டியின் (Cake) ஒரு பாதியானது குழந்தைகளுக்கு வழங்கப்பட்டது.
   (ii) ஒரு போட்டியில் அபர்ணா 10 இக்கு 7.5 புள்ளிகள் பெற்றாள்.
   (iii) சிலையானது தூய வெள்ளியினால் செய்யப்பட்டுள்ளது.

(iv) 50 மாணவர்களில் 48 பேர் விளையாட்டுகளில் கலந்துகொண்டனர்.

(v) 3 நபர்களில் 2 நபர்கள் மட்டும் நேர்முகத் தேர்வில் தேர்வு செய்யப்படுவர்.

3. 48 என்பது எந்த எண்ணின் 32% ஆகும்?
4. 400 இன் 30% மதிப்பின் 25% என்ன?
5. ₹300000 மதிப்புள்ள ஒரு மகிழுந்தை ₹200000 இக்கு விற்றால், அந்த மகிழுந்தின் விலைக்குறைப்புச் சதவீதத்தைக் காண்க.



6. ஓர் எண்ணின் 75% இக்கும் அதே எண்ணின் 60% இக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் 82.5 எனில், அந்த எண்ணின் 20% ஐக் காண்க.
7. ஓர் எண்ணை 18% அதிகரித்தால் 236 கிடைக்கிறது எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.
8. ஓர் எண்ணை 20% குறைத்தால் 80 கிடைக்கிறது எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.
9. ஓர் எண்ணானது 25% அதிகரிக்கப்பட்டுப் பிறகு 20% குறைக்கப்படுகிறது எனில், அந்த எண்ணில் ஏற்பட்ட சதவீத மாற்றத்தைக் காண்க.
10. ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள் மற்றும் மாணவிகளின் விகிதம் 5:3 ஆகும். ஒரு தேர்வில் 16% மாணவர்களும் 8% மாணவிகளும் தேர்ச்சி பெறவில்லை எனில், தேர்ச்சி பெற்ற மாணவ–மாணவிகளின் சதவீதத்தைக் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. 250 லிட்டரின் 12% என்பது 150 லிட்டரின் ________ இக்குச் சமமாகும்.

(அ) 10% (ஆ) 15% (இ) 20% (ஈ) 30%

12. ஒரு பள்ளித் தேர்தலில் A, B மற்றும் C ஆகிய மூன்று வேட்பாளர்கள் முறையே 153, 245 மற்றும் 102 வாக்குகளைப் பெற்றனர் எனில், வெற்றியாளர் பெற்ற வாக்குச் சதவீதம்__________ஆகும்.

(அ) 48% (ஆ) 49% (இ) 50% (ஈ) 45%

13. 10000 இன் 25% மதிப்பின் 15% என்பது __________ஆகும்.

(அ) 375 (ஆ) 400 (இ) 425 (ஈ) 475

14. ஓர் எண்ணின் 60% இலிருந்து 60 ஐக் கழித்தால் 60 கிடைக்கும் எனில், அந்த எண்________ஆகும்.

(அ) 60 (ஆ) 100 (இ) 150 (ஈ) 200

15. 48 இன் 48% = x இன் 64% எனில், x இன் மதிப்பு __________ ஆகும்.

(அ) 64 (ஆ) 56 (இ) 42 (ஈ) 36

4.3 இலாபம், நட்டம், தள்ளுபடி, இதரச் செலவுகள் மற்றும் சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST)

4.3.1 இலாபம் மற்றும் நட்டம்

அடக்க விலை (அ.வி)

ஒரு பொருளை வாங்கிய விலையே அப்பொருளின் **அடக்க விலை** (அ.வி) எனப்படும்.

விற்ற விலை (அ) விற்பனை விலை (வி.வி)

ஒரு பொருளை விற்ற விலையே அப்பொருளின் **விற்ற விலை (அல்லது) விற்பனை விலை** (வி.வி) எனப்படும்.

இலாபம்

விற்ற விலையானது அடக்க விலையை விட அதிகமாக இருந்தால் **இலாபம்** கிடைக்கிறது.
ஆகவே, **இலாபம் = விற்ற விலை – அடக்க விலை.**

நட்டம்

விற்ற விலையானது அடக்க விலையை விடக் குறைவாக இருந்தால் **நட்டம்** ஏற்படுகிறது. ஆகவே, **நட்டம் = அடக்க விலை – விற்ற விலை.**

இலாபம் மற்றும் நட்டச் சதவீதம், இரண்டுமே அடக்க விலையைப் பொறுத்துத்தான் கணக்கிடப்படும் என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

சூத்திரங்கள்:

(i) இலாபம் % $= \left(\frac{\text{இலாபம்}}{\text{அ. வி}} \times 100\right)\%$

(ii) நட்டம் % $= \left(\frac{\text{நட்டம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right)\%$

(iii) விற்ற விலை $= \frac{(100+\text{இலாபம்}\%)}{100} \times$ அ.வி (**அல்லது**) அடக்க விலை $= \frac{100}{(100+\text{இலாபம்}\%)} \times$ வி.வி

(iv) விற்ற விலை $= \frac{(100-\text{நட்டம்}\%)}{100} \times$ அ.வி (**அல்லது**) அடக்க விலை $= \frac{100}{(100-\text{நட்டம்}\%)} \times$ வி.வி



இவற்றை முயல்க

1. ஒரு பொருளின் விற்பனை விலையானது அதன் அடக்க விலையை விடக் குறைவு எனில், __________ ஏற்படுகிறது.
2. ₹5000 ஐ அடக்க விலையாகக் கொண்ட ஒரு பொருளானது ₹4850 இக்கு விற்கப்பட்டால், அங்கு இலாபமா? நட்டமா? அதன் சதவீதம் என்ன?
3. ஒரு பொருளின் அடக்க விலை மற்றும் விற்ற விலையின் விகிதம் 5:7 எனில், இலாபம் ______% ஆகும்.

4.3.2 தள்ளுபடி

ஆடி மாதத்திலும் விழாக்காலங்களிலும் கடைக்காரர்கள் விற்பனையை அதிகரிக்கவும், பழைய இருப்புகளை விற்கவும், பொருள்களின் மீதான குறித்த விலையில் ஒரு குறிப்பிட்ட சதவீதத்தைக் குறைத்து விற்பனை செய்வார்கள். இந்த விலைக் குறைப்பானது **தள்ளுபடி** எனப்படும்.

குறித்த விலை

பெரிய கடைகள் மற்றும் பல்பொருள் அங்காடிகளில் ஒவ்வொரு பொருளின் மீதும் ஒரு விலை அட்டையைத் தொங்கவிட்டிருப்பதை நாம் பார்க்கிறோம். அட்டையின் மீது குறிக்கப்பட்டிருக்கும் இந்த விலையானது **குறித்த விலை** எனப்படும்.

இந்தப் பொருள்களின் குறித்த விலையிலிருந்து தான், கடைக்காரர் குறிப்பிட்ட சதவீதத்தைத் தள்ளுபடியாக வழங்குகிறார். தள்ளுபடிக்குப் பிறகு வாடிக்கையாளர் செலுத்தும் விலையானது அப்பொருளின் **விற்பனை விலை** எனப்படும்.

அதாவது, **விற்பனை விலை = குறித்த விலை – தள்ளுபடி** $\Rightarrow$ **தள்ளுபடி %** $= \frac{\text{தள்ளுபடி}}{\text{குறித்த விலை}}$

4.3.3 இதரச் செலவுகள்

வணிகர்கள், விற்பனையாளர்கள் மற்றும் கடைக்காரர்கள் ஆகியோர் பொருள்களை வாங்கி விற்பதில் ஈடுபடுபவர்கள் ஆவர். சில நேரங்களில், இயந்திரங்கள், மரச்சாமான்கள், மின்னணுச் சாதனங்கள் போன்றவற்றை வாங்கும்போது, அவற்றின் மீது பழுதுப் பார்த்தல், போக்குவரத்துச் செலவுகள் மற்றும் தொழிலாளர்களின் ஊதியம் போன்ற செலவுகள் கூடுதலாக ஏற்படக்கூடும். இந்தச் செலவுகள் அடக்க விலையோடு சேர்த்துக் கொள்ளப்பட்டு, அது **இதரச் செலவுகள்** எனப்படும். ஆகவே,

மொத்த அடக்க விலை = அடக்க விலை + இதரச் செலவுகள்

4.3.4 சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST)

இந்தியாவில், உள்நாட்டு நுகர்வுக்காக பயன்படும் அனைத்து பொருள்களின் மீதான ஒரே பொதுவான வரியே **சரக்கு மற்றும் சேவை வரி** (GST-Goods and Services Tax) ஆகும்.சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST) ஆனது வணிகர்கள் மற்றும் நுகர்வோர்களால் ஒருங்கே செலுத்தப்படுவதாகும். மேலும், இது மத்திய மற்றும் மாநில அரசாங்கங்களுக்கு கிடைக்கும் வருவாய்களில் முக்கியமான ஒன்றாக அமைகிறது. சரக்கு மற்றும் சேவை வரி ஆனது மத்திய சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (CGST), மாநில சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (SGST) மற்றும் ஒருங்கிணைந்த சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (IGST) என மூன்று வகைப்படும். யூனியன் பிரதேசங்களில் UTGST என்ற வரி இருக்கிறது.

சரக்கு மற்றும் சேவை வரி ஆனது மத்திய மற்றும் மாநில அரசுகளால் சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்ளப்படுகிறது. முட்டை, தேன், பால் , உப்பு போன்ற பல பொருள்களுக்கு சரக்கு மற்றும் சேவை வரியிலிருந்து விலக்கு அளிக்கப்பட்டுள்ளது. பெட்ரோல், டீசல் போன்ற பொருள்கள் சரக்கு மற்றும் சேவை வரி வரம்புக்குள் வராது. மேலும், அவற்றிக்குத் தனியே வரி விதிக்கப்படுகிறது. சரக்கு மற்றும் சேவை வரிக்கான சபையானது (GST Council), 1300 இக்கும் அதிகமான பொருள்களையும் 500 இக்கும் அதிகமான சேவைகளையும் 4 வரி அடுக்குகளான 5%, 12%, 18% மற்றும் 28% ஆகியவற்றின் கீழ் கொண்டு வந்துள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 4.6

இரஞ்சித் ஒரு துணி துவைக்கும் இயந்திரத்தை ₹16150 இக்கு வாங்கினார். மேலும், அதன் போக்குவரத்துச் செலவுக்காக ₹1350 ஐ செலுத்தினார். பிறகு, அதனை அவர் ₹19250 இக்கு விற்றார் எனில், அவரின் இலாபம் அல்லது நட்டச் சதவீதத்தைக் காண்க.



தீர்வு:

துணி துவைக்கும் இயந்திரத்தின் மொத்த அடக்க விலை

= அடக்க விலை + இதரச் செலவுகள்

$= 16150 + 1350 = ₹17500$

விற்பனை விலை $= ₹19250$

இங்கு, விற்பனை விலை > அடக்க விலை ஆகும். ஆகவே, இங்கு இலாபம் ஏற்படுகிறது.

$$\text{இலாபம் } \% = \left(\frac{\text{இலாபம்}}{\text{அ. வி}}\times 100\right)\% = \left(\frac{19250-17500}{17500}\times 100\right)\% = \left(\frac{1750}{17500}\times 100\right)\% = 10\%$$

எடுத்துக்காட்டு 4.7

ஓர் எல்.இ.டி (LED) தொலைக்காட்சியின் விற்பனை விலையானது அதன் அடக்க விலையைப் போன்று $\frac{5}{4}$ மடங்கு எனில், இலாபச் சதவீதம் காண்க.



தீர்வு:

ஓர் எல்.இ.டி (LED) தொலைக்காட்சியின் அடக்க விலையை ₹ x என்க.

$$\therefore \text{ விற்ற விலை } = \frac{5}{4}x$$

$$\text{இலாபம் = வி.வி – அ.வி } = \frac{5}{4}x - x = \frac{x}{4}$$

$$\therefore \text{ இலாபம் \% } = \left(\frac{\text{இலாபம்}}{\text{அ.வி}}\times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{x/4}{x} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{1}{4} \times 100\right)\% = 25\%$$

எடுத்துக்காட்டு 4.8

16 ஸ்ட்ராபெரி (Strawberry) பெட்டிகளின் அடக்க விலையானது 20 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் விற்பனை விலைக்குச் சமம் எனில், இலாபம் (அ) நட்டம் சதவீதம் காண்க.

தீர்வு:

ஒவ்வொரு ஸ்ட்ராபெரி பெட்டியின் அடக்க விலையையும் ₹ x என்க.

20 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் அடக்க விலை = $20x$

மேலும்,

20 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் விற்பனை விலை = 16 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் அடக்க விலை $=16x$ (தரவு)

இங்கு, வி.வி < அ.வி ஆகும். ஆகவே, நட்டம் ஏற்படுகிறது.



நட்டம் = அ.வி – வி.வி $= 20x - 16x = 4x$

$$\therefore \text{ நட்டம் } \% = \left(\frac{\text{நட்டம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{4x}{20x} \times 100\right)\% = 20\%$$



x பொருள்களின் அடக்க விலையானது y பொருள்களின் விற்பனை விலைக்குச் சமம் எனில், இலாபம் % $= \left(\frac{x-y}{y} \times 100\right)\%$. விடையானது '–' குறியுடன் இருந்தால், நட்டம் எனக் கொள்ள வேண்டும். இந்தச் சூத்திரத்தை எடுத்துக்காட்டு 4.8 இக்கு பயன்படுத்தி விடையைச் சரிபார்க்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.9

மிதிவண்டி ஒன்றை ஒரு கடைக்காரர் ₹4275 இக்கு விற்பதால் அவருக்கு 5% நட்டம் ஏற்படுகிறது. 5% இலாபம் பெற வேண்டுமெனில், அவர் மிதிவண்டியை என்ன விலைக்கு விற்க வேண்டும்?

தீர்வு:



மிதிவண்டியை விற்ற விலை = ₹4275

நட்டம் = 5%

$$\therefore \text{ அடக்க விலை } = \frac{100}{(100-\text{நட்டம்}\%)} \times \text{ வி.வி}$$

$$= \frac{100}{95} \times 4275 = ₹4500$$

இப்போது,

அடக்க விலை ₹4500 மற்றும் விரும்பிய இலாபம் = 5%

$$\therefore \text{ விரும்பிய விற்பனை விலை } = \frac{(100+\text{இலாபம்}\%)}{100} \times \% \text{ அ.வி}$$

$$= \frac{(100+5)}{100} \times 4500 = 105 \times 45 = ₹4725$$

ஆகவே, 5% இலாபம் பெற வேண்டுமெனில், அவர் அந்த மிதிவண்டியை ₹4725 இக்கு விற்க வேண்டும்.



எடுத்துக்காட்டு 4.10

மழைக்காலத்தின்போது விற்பனையை அதிகரிக்க கடைக்காரர் ஒருவர் ஒரு மழைச் சட்டையின் விலையை ₹1060 இலிருந்து ₹901 ஆகக் குறைத்தார் எனில், அவர் வழங்கிய தள்ளுபடி சதவீதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

தள்ளுபடி = குறித்த விலை – விற்ற விலை

$= 1060 - 901 = ₹159$

∴ தள்ளுபடி % = $\frac{\text{தள்ளுபடி}}{\text{குறித்த விலை}} = \left(\frac{159}{1060} \times 100\right)\% = 15\%$



சிந்திக்க

ஒரு கடைக்காரர் தகவல் பலகை ஒன்றை அதன் அடக்க விலையைவிட 15% அதிகமாகக் குறித்து, பிறகு 15% தள்ளுபடி வழங்குகிறார். இந்த பரிவர்த்தனையில், அவர் இலாபம் அடைவாரா அல்லது நட்டம் அடைவாரா?

எடுத்துக்காட்டு 4.11

ஒரு பொருளின் மீது வழங்கப்படும் இரு தொடர் தள்ளுபடிகள் முறையே 25% மற்றும் 20% எனில், இதற்கு நிகரான ஒரே சமானத் தள்ளுபடிச் சதவீதத்தினைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு பொருளின் குறித்த விலையை ₹100 என்க.

முதல் தள்ளுபடியான 25% என்பது $100 \times \frac{25}{100} = ₹25$

முதல் தள்ளுபடிக்குப் பிறகு பொருளின் விலை = $100 - 25 = ₹75$

இரண்டாம் தள்ளுபடியான 20% என்பது $75 \times \frac{20}{100} = ₹15$

இரண்டாம் தள்ளுபடிக்குப் பிறகு பொருளின் விலை = $75 - 15 = ₹60$

∴ நிகர விற்பனை விலை = ₹60

கொடுக்கப்பட்ட இரு தொடர் தள்ளுபடிகளுக்கு நிகரான ஒரே சமானத் தள்ளுபடிச் சதவீதம் $= (100 - 60)\% = 40\%$



குறிப்பு

- ஒரு பொருளுக்கு இரண்டு தொடர் தள்ளுபடிகளாக முறையே $a\%$ மற்றும் $b\%$ வழங்கப்பட்டால், விற்பனை விலை $= \left(1-\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right) \times$ குறித்த விலை ஆகும்.
- $a\%$, $b\%$ மற்றும் $c\%$ ஆகிய மூன்று தொடர் தள்ளுபடிகளுக்கு நிகரான ஒரே தள்ளுபடிச் சதவீதமானது $= \left\{1-\left(1-\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)\left(1-\frac{c}{100}\right)\right\} \times 100\%$ ஆகும்.

இந்த சூத்திரத்தை எடுத்துக்காட்டு 4.11 இக்குப் பயன்படுத்தி விடையைச் சரிபார்க்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.12

வர்த்தகர் ஒருவர், ஒரு தண்ணீர் கொதிகலனை 11% இலாபம் மற்றும் 18% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் சேர்த்து ₹10502 இக்கு விற்றார். தண்ணீர் கொதிகலனின் குறித்த விலை மற்றும் சரக்கு மற்றும் சேவை வரியைக் காண்க.

தீர்வு:

குறித்த விலையை ₹ x என்க.

$$\text{இங்கு, } x + \frac{18x}{100} = 10502$$

$$\frac{118x}{100} = 10502$$

$$\therefore \text{ குறித்த விலை, } x = ₹8900$$

18 % சரக்கு மற்றும் சேவை வரி = ₹10502 – ₹8900 = ₹1602

(அல்லது)

$$= 8900 \times \frac{18}{100} = ₹1602$$

எடுத்துக்காட்டு 4.13

ஒரு குடும்பம் உணவகம் ஒன்றுக்குச் சென்று, உணவுக்காக ₹350 ஐச் செலவிட்டு கூடுதலாகச் சரக்கு மற்றும் சேவை வரியாக 5% செலுத்தியது எனில், மத்திய மற்றும் மாநில சரக்கு மற்றும் சேவை வரியைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

உணவின் விலை = ₹350

5% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியானது, மத்திய மற்றும் மாநில அரசுகளால் 2.5% எனச் வீதம் சமமாக பிரித்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

∴ மத்திய சரக்கு மற்றும் சேவை வரி = மாநில சரக்கு மற்றும் சேவை வரி = $350 \times \frac{2.5}{100} = ₹8.75$

பயிற்சி 4.2

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) நட்டம் அல்லது இலாபம் சதவீதம் எப்போதும் ___________ மீதே கணக்கிடப்படும்.
   (ii) ஓர் அலைபேசியானது 20% இலாபத்தில் ₹8400 இக்கு விற்கப்படுகிறது. அந்த அலைபேசியின் அடக்க விலை _______ ஆகும்.
   (iii) ஒரு பொருளானது $7\frac{1}{2}$% நட்டத்தில் ₹555 இக்கு விற்கப்படுகிறது. அந்த பொருளின் அடக்க விலை _________ ஆகும்.
   (iv) ₹4500 ஐ குறித்த விலையாகக் கொண்ட ஒரு அரவை இயந்திரமானது தள்ளுபடிக்குப் பின் ₹4140 இக்கு விற்கப்பட்டது. தள்ளுபடிச் சதவீதம்___________ ஆகும்.
   (v) ₹575 மதிப்புடைய ஒரு சட்டைக்கும், ₹325 மதிப்புடைய ஒரு T சட்டைக்கும் 5% சரக்கு மற்றும் சேவை வரி விதிக்கப்படுகிறது எனில், மொத்த இரசீது தொகை _______ ஆகும்.
2. ஒரு பொருளை ₹820 இக்கு விற்பதனால், விற்கும் விலையில் 10% அளவு நட்டம் ஏற்படுகிறது எனில், அந்தப் பொருளின் அடக்க விலையைக் காண்க.
3. ஒரு பொருளை ₹810 இக்கு விற்றதால் கிடைத்த இலாபமும் அதே பொருளை ₹530 இக்கு விற்றதால் ஏற்பட்ட நட்டமும் சமம் எனில், அந்தப் பொருளின் அடக்க விலையைக் காண்க.
4. 10 அளவுகோல்களின் விற்ற விலையானது 15 அளவுகோல்களின் அடக்க விலைக்குச் சமம் எனில், இலாபம் சதவீதத்தைக் காண்க.
5. 2 பொருள்கள் ₹15 வீதம் என சில பொருள்கள் வாங்கப்பட்டு அவை 3 பொருள்கள் ₹25 வீதம் என விற்கப்பட்டால் இலாபம் சதவீதத்தைக் காண்க.



6. ஓர் ஒலிப்பெருக்கியை ₹768 இக்கு விற்பதால், ஒரு நபருக்கு 20% நட்டம் ஏற்படுகிறது. 20% இலாபம் கிடைக்க ஒலிப்பெருக்கியை அவர் என்ன விலைக்கு விற்க வேண்டும்?

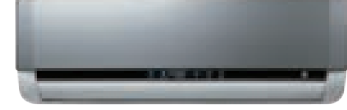
7. x, y மற்றும் z மதிப்புகளைக் காண்க.

வ.எண்	பொருளின் பெயர்	குறித்த விலை	விற்பனை விலை	தள்ளுபடி சதவீதம்
(i)	புத்தகம்	₹225	x	8%
(ii)	எல்.இ.டி தொலைக்காட்சி	y	₹11970	5%
(iii)	மின்னணுக் கடிகாரம்	₹750	₹615	z

8. கீழ்க்காணும் விவரங்களுக்கான மொத்த இரசீது தொகையைக் காண்க.

வ.எண்	பொருளின் பெயர்	குறித்த விலை	தள்ளுபடி	சரக்கு மற்றும் சேவை வரி
(i)	புத்தகப் பை	₹500	5%	12%
(ii)	முடி உலர்த்தி	₹2000	10%	28%

9. தரஅடையாளத்தைப் பெற்ற ஒரு காற்றுப் பதனாக்கியின் (AC) குறித்த விலை ₹38000 ஆகும். வாடிக்கையாளருக்கு இரண்டு வாய்ப்புகள் வழங்கப்படுகின்றன.



   (i) விற்பனை விலையானது அதே ₹38000. ஆனால் கூடுதலாக ₹3000 மதிப்புள்ள கவர்ச்சிகரமானப் பரிசுகள் (அல்லது)
   (ii) குறித்த விலையின் மீது 8% தள்ளுபடி கிடைக்கும், ஆனால் இலவசப் பரிசுகள் ஏதுமில்லை. எந்தச் சலுகை சிறந்ததாகும்?

10. ஒரு மெத்தையின் குறித்த விலை ₹7500. இதற்கு இரண்டு தொடர் தள்ளுபடிகள் முறையே 10% மற்றும் 20% என வழங்கப்பட்டால், வாடிக்கையாளர் செலுத்த வேண்டியத் தொகையைக் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. ஒரு பழ வியாபாரி ₹200 இக்கு பழங்களை விற்று ₹40 ஐ இலாபமாகப் பெறுகிறார். அவரின் இலாபச் சதவீதம் ______ ஆகும்.
   (அ) 20% (ஆ) 22% (இ) 25% (ஈ) $16\frac{2}{3}\%$

12. பூச்சட்டி ஒன்றை ₹528 இக்கு விற்று ஒரு பெண் 20% இலாபம் பெறுகிறார். 25% இலாபம் பெற அவர் அதை என்ன விலைக்கு விற்க வேண்டும்?
   (அ) ₹500 (ஆ) ₹550 (இ) ₹553 (ஈ) ₹573

13. ஒரு நபர் ஒரு பொருளை ₹150 இக்கு வாங்கி, அதன் அடக்க விலையின் 12% ஐ இதரச் செலவுகளாக செலவிடுகிறார். 5% இலாபம் பெற அவர் அதை என்ன விலைக்கு விற்க வேண்டும்?
   (அ) ₹180 (ஆ) ₹168 (இ) ₹176.40 (ஈ) ₹88.20

14. 16% தள்ளுபடியில், ₹210 இக்கு வாங்கப்பட்ட ஒரு தொப்பியின் குறித்த விலை என்ன?
   (அ) ₹243 (ஆ) ₹176 (இ) ₹230 (ஈ) ₹250

15. இரண்டு தொடர் தள்ளுபடிகளான 20% மற்றும் 25% ஆகியவற்றிக்கு நிகரான ஒரே தள்ளுபடி சதவீதம் ______ ஆகும்.
   (அ) 40% (ஆ) 45% (இ) 5% (ஈ) 22.5%

4.4 கூட்டுவட்டி

இந்த பிரபஞ்சத்தில் மிக வலிமையான சக்தி ________ ஆகும். இந்தக் கூற்றை நீங்கள் எவ்வாறு நிறைவு செய்வீர்கள்? உலக புகழ்ப் பெற்ற இயற்பியலாளர் ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டைன் இந்தக் கூற்றை **கூட்டுவட்டி** என்ற வார்த்தையைக் கொண்டு நிறைவு செய்தார்.

பணத்தைத் தனிவட்டிக்குக் ($I = \frac{PNR}{100}$)கடனாகப் பெற்றாலோ, முதலீடு செய்தாலோ, வட்டியானது கடன் அல்லது முதலீட்டுக் காலம் முழுவதும் ஒரே மாதிரியாகக் கணக்கிடப்படும்.

ஆனால், தபால் நிலையங்கள், வங்கிகள், காப்பீடு நிறுவனங்கள் மற்றும் பிற நிதி நிறுவனங்கள் வட்டி கணக்கிடுதலை மற்றொரு முறையிலும் அளிக்கின்றன. இங்கு, முதல் கால கட்டத்தில் (6 மாதங்கள் எனக் கொள்வோம்) சேர்ந்த வட்டியை அசலுடன் சேர்த்து, அந்த தொகையை இரண்டாம் கால கட்டத்திற்கான (அதாவது, அடுத்த 6 மாதங்களுக்கு) அசலாக எடுத்துக் கொள்வர். இத்தகைய செயல்பாடு ஆனது வங்கிக்கும் பணம் பெற்றவரிடையேயும் ஏற்கனவே செய்துக் கொள்ளப்பட்ட நிலையான கால உடன்பாடு வரை தொடரும்.

குறிப்பிட்டக் கால கட்டத்திற்குப் பிறகு கிடைக்கும் தொகைக்கும், முதலீடு செய்யப்பட்ட பணத்திற்கும் இடையே உள்ள வித்தியாசமே **கூட்டுவட்டி** எனப்படும். இதனை நாம் ஆங்கிலத்தில் C.I (Compound Interest) எனக் குறிப்பிடுவோம். இங்கு, ஒவ்வொரு கால கட்டத்திற்கும் அசல் மாறுவதால் தெளிவாகக் கூட்டுவட்டியானது தனி வட்டியை விட அதிகமாக இருக்கும்.

வட்டியை அசலுடன் சேர்க்கும் இந்தக் கால கட்டத்தை நாம் **மாற்றுக் காலம்** எனக் கூறுவோம். அதாவது, வட்டியானது காலாண்டுக்கு ஒரு முறை கணக்கிடப்படுவதாக எடுத்துக்கொண்டால், அங்கு 3 மாதத்திற்கு ஒரு முறை என ஓர் ஆண்டில் நான்கு **மாற்றுக் காலங்கள்** இருக்கும். அவ்வாறான நிகழ்வுகளில், வட்டி வீதமானது ஆண்டு வட்டி வீதத்தின் நான்கில் ஒரு பங்காக இருக்கும். மேலும், கூட்டுவட்டியானது ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையைப் போன்று நான்கு முறை கணக்கிடப்படும்.

தனி வட்டியைப் பொறுத்தவரை, அசலானது முழுக்காலமும் மாறாமலும் கூட்டுவட்டியில் அசலானது மாற்றுக் காலத்தைப் பொறுத்து மாறிக்கொண்டே இருக்கும். முதல் மாற்றுக் காலத்தில் தனி வட்டியும் கூட்டுவட்டியும் சமமாக இருக்கும்.

விளக்கம் 1

ஆண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடும் முறையில் ₹20000 இக்கு, ஆண்டுக்கு 10% வட்டி வீதத்தில் 4 ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் கூட்டுவட்டியைக் காணுதல் மற்றும் அதனை அதே தொகைக்குக் கிடைக்கும் தனிவட்டியுடன் ஒப்பிடுதல்.

கூட்டுவட்டியைக் கணக்கிடுதல்

முதலாம் ஆண்டு அசல் = ₹ 20000

முதலாம் ஆண்டு வட்டி $\left(\frac{20000 \times 10 \times 1}{100}\right)$ = ₹ 2000

முதலாம் ஆண்டு முடிவில், தொகை (P+I) = ₹ 22000

அதாவது, இரண்டாம் ஆண்டு அசல் = ₹ 22000

இரண்டாம் ஆண்டு வட்டி $\left(\frac{22000 \times 10 \times 1}{100}\right)$ = ₹ 2200

இரண்டாம் ஆண்டு முடிவில், தொகை = ₹ 24200

அதாவது, மூன்றாம் ஆண்டு அசல் = ₹ 24200

மூன்றாம் ஆண்டு வட்டி $\left(\frac{24200 \times 10 \times 1}{100}\right)$ = ₹ 2420

மூன்றாம் ஆண்டு முடிவில், தொகை = ₹ 26620

அதாவது, நான்காம் ஆண்டு அசல் = ₹ 26620

நான்காம் ஆண்டு வட்டி $\left(\frac{26620 \times 10 \times 1}{100}\right)$ = ₹ 2662

$\therefore$ நான்காம் ஆண்டு முடிவில், தொகை = ₹ 29282

$\therefore$ 4 ஆண்டுகளுக்கான கூட்டுவட்டி = தொகை – அசல் = 29282 – 20000 = ₹ 9282

தனிவட்டியைக் கணக்கிடுதல்

தனிவட்டி, $I = \frac{PNR}{100}$ என்பதை நினைவு கூர்க

இங்கு, P = ₹20000

N = 4 ஆண்டுகள்

மற்றும் R = 10%

$\therefore I = \frac{20000 \times 4 \times 10}{100}$

அதாவது, I = ₹ 8000



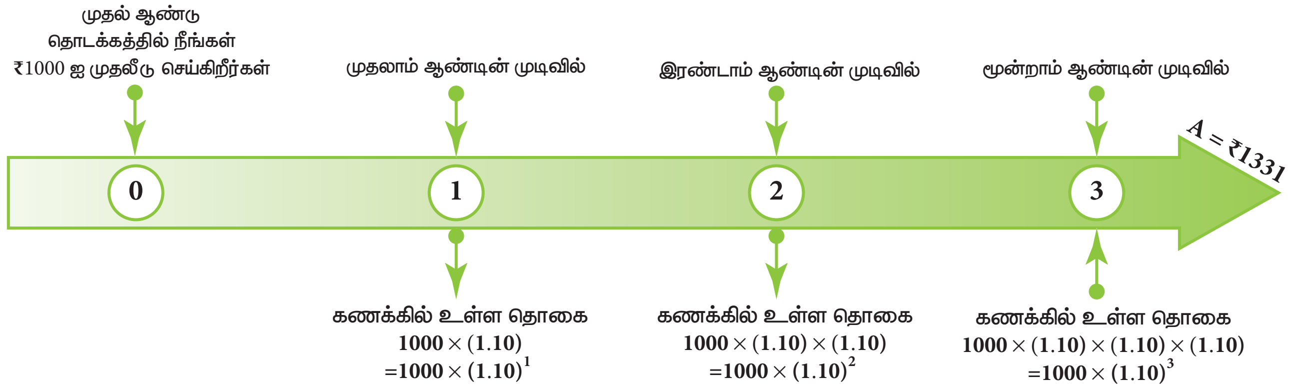
இவற்றை முயல்க

1. கொடுக்கப்பட்ட அசலுக்கான தனிவட்டியைக் காணப் பயன்படும் சூத்திரம் ________ ஆகும்.
2. ஆண்டுக்கு 8% வட்டி வீதத்தில் ₹900 இக்கு 73 நாள்களுக்கு கிடைக்கும் தனிவட்டியைக் காண்க.
3. எத்தனை ஆண்டுகளில் ₹2000 ஆனது ஆண்டுக்கு 10% தனி வட்டியில் ₹3600 ஆக மாறும்?

இதிலிருந்து நாம் கவனிப்பது என்னவென்றால், நான்கு ஆண்டுகளுக்கான கூட்டுவட்டி கணக்கிடுதலில், 1.1 என்ற காரணியைக் கொண்டு 20000, (×1.1) 22000, (×1.1) 24200, (×1.1) 26620, (×1.1)29282 எனத் தொடர்ச்சியாகப் பெருக்குவதைப் பார்கிறோம். மேலும், கூட்டுவட்டியானது (₹9282) வேகமாக அதிகரிப்பதையும், தனிவட்டியை (₹8000) விட கூடுதலாக இருப்பதையும் காண்கிறோம். காலக் கட்டம் நீண்டு இருந்தால், இம்முறையில் கூட்டுவட்டியைக் காண்பது சற்று அதிகமான நேரத்தை எடுத்துக்கொள்ளும். ஆகவே, நேரத்தை சேமிக்கவும் தொகை மற்றும் கூட்டுவட்டியை எளிமையாகக் காணவும் பின்வரும் விளக்கத்தில் விளக்கியவாறு ஒரு சூத்திரம் உள்ளது.

விளக்கம் 2

ஆண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடப்படும் முறையில் அசல் ₹1000 இக்கு ஆண்டுக்கு 10% வட்டி வீதத்தில் 3 ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் தொகை மற்றும் கூட்டுவட்டியைக் காணுதல்.



10% வட்டியானது ஆண்டுக்கொரு முறை கூட்டுவட்டியாகக் கணக்கிடப்படுவதைக் காட்டும் ஓட்ட விளக்கப்படம்

இது, தொகைக்கான அமைப்பை, முதல் ஆண்டுக்கு $P\left(1+\frac{r}{100}\right)$ எனவும், இரண்டாம் ஆண்டுக்கு $P\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)$ எனவும், மூன்றாம் ஆண்டுக்கு $P\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)$ எனவும் உருவாக்கி தொடர்ந்து கொண்டே செல்கிறது. பொதுவாக, n ஆவது ஆண்டுக்கு $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ ஆகும். இங்கு 3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு தொகையானது, $A = 1000\left(1+\frac{10}{100}\right)^3$ = ₹1331 ஆகும். ஆகவே, கூட்டுவட்டி C.I = A – P = ₹331 ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட காலக் கட்டங்களுக்கு, பின்வரும் சூத்திரங்கள் கூட்டுவட்டியை எளிதாகக் கணக்கிட உதவிடும்.

(i) ஆண்டுக்கு ஒரு முறை கூட்டுவட்டி கணக்கிடப்படும்போது நாம் பெறும் தொகை,

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n \text{ ஆகும்.}$$

இங்கு, A ஆனது தொகையையும், P ஆனது அசலையும், r ஆனது ஆண்டு வட்டிவீதத்தையும் n ஆனது ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையையும் குறிக்கும்.

மேலும், கூட்டுவட்டி (C.I) = தொகை (A) – அசல் (P) எனப் பெறலாம்.

(ii) அரையாண்டுக்கு ஒரு முறை கூட்டி வட்டியானது கணக்கிடப்படும்போது நாம் பெறும் தொகை

$$A = P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2n}$$

(iii) கூட்டுவட்டியானது காலாண்டுக்கு ஒரு முறை கணக்கிடப்படும்போது நாம் பெறும் தொகை

$$A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$$

(iv) ஒவ்வோர் ஆண்டும் வட்டி வீதம் மாறுகிறது எனில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டி கணக்கிடப்படும் போது நாம் பெறும் தொகை

$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)\ldots$$

இங்கு a, b மற்றும் c ஆனது முறையே I, II மற்றும் III ஆண்டுகளுக்கான வட்டி வீதங்கள் ஆகும்.

(v) ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டியானது கணக்கிடப்படும்போது, காலக்கட்டமானது $a\frac{b}{c}$ ஆண்டுகள் என பின்னத்தில் இருக்குமானால் நாம் பெறும் தொகை

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{a}\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right)$$

(நீண்ட கணக்கீடு இருக்குமானால், கணிப்பானைப் பயன்படுத்தி விடைகளைச் சரிபார்க்கலாம்).





1626 ஆம் ஆண்டில்,பீட்டர் மின்யூட் என்பவர் கிழக்கத்திய இந்தியர்களைச் நம்பவைத்து, அவர்களிடம் மன்ஹாட்டன் தீவை 24 டாலர்களுக்கு விற்குமாறுக் கேட்டுப் பெற்றார். இந்த 24 டாலர்கள் தொகையை உள்ளூர் அமெரிக்கர்கள், ஒரு வங்கிக் கணக்கில் அப்போது செலுத்தியிருந்தால், 5% கூட்டுவட்டி வீதத்தில், வட்டியானது மாதமொரு முறை கணக்கிடப்படும் முறையில், 2020 ஆம் ஆண்டில், அந்த வங்கிக் கணக்கில் 5.5 பில்லியன் (550 கோடி) டாலர்களுக்கு மேல் சேர்ந்திருக்கும் ! இதுதான் கூட்டுவட்டியின் வலிமையாகும்!

எடுத்துக்காட்டு 4.14

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்குக் கூட்டுவட்டியைக் காண்க.

(i) அசல் = ₹4000, ஆண்டு வட்டி வீதம் $r = 5\%$, n=2 ஆண்டுகள், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது.

(ii) அசல் = ₹5000, ஆண்டு வட்டி வீதம் $r = 4\%$, $n = 1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள், அரையாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது..

(iii) அசல் = ₹30000 முதலாம் ஆண்டு வட்டி வீதம், $r = 7\%$ இரண்டாம் ஆண்டு வட்டி வீதம் $r = 8\%$ ஆண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படுகிறது.

(iv) அசல் = ₹10000, ஆண்டு வட்டி வீதம் $r = 8\%$, $n = 2\frac{3}{4}$ ஆண்டுகள், காலாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது.

தீர்வு:

(i) தொகை, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n}$

$= 4000\left(1+\frac{5}{100}\right)^{2}$

$= 4000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$

$A = ₹4410$

$\therefore$ கூட்டுவட்டி, C.I = A − P = 4410 − 4000 = ₹410

(ii) தொகை, $A = P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2n} = 5000\left(1+\frac{4}{200}\right)^{2\times\frac{3}{2}} = 5000 \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50}$

$= 51 \times 10.2 \times 10.2$

$= ₹5306.04$

$\therefore$ கூட்டுவட்டி, C.I = A − P = 5306.04 − 5000

$= ₹306.04$

(iii) $A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)$

$= 30000\left(1+\frac{7}{100}\right)\left(1+\frac{8}{100}\right)$

$= 30000 \times \frac{107}{100} \times \frac{108}{100}$

$= ₹34668$

$\therefore$ கூட்டுவட்டி, C.I = 34668 − 30000 = ₹4668

(iv) $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{a}\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right) = 10000\left(1+\frac{8}{100}\right)^{2}\left(1+\frac{\frac{3}{4}\times 8}{100}\right)$

$= 10000\left(\frac{27}{25}\right)^{2}\left(\frac{53}{50}\right)$

$= 10000 \times \frac{27}{25} \times \frac{27}{25} \times \frac{53}{50}$

$A = ₹12363.84$

$\therefore$ கூட்டுவட்டி, C.I = 12363.84 − 10000

$= ₹2363.84$

4.4.1 கூட்டுவட்டிச் சூத்திரத்தின் பயன்பாடுகள்

கூட்டுவட்டிச் சூத்திரமானது பின்வரும் சூழல்களில் பயன்படுகிறது.

(i) மக்கள் தொகை அதிகரிப்பை $\left[P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n}\right]$ அல்லது குறைவைக் $\left[P\left(1-\frac{r}{100}\right)^{n}\right]$ காணப் பயன்படுகிறது.

(ii) வளர்ச்சி வீதம் கொடுக்கப்பட்டால், செல்களின் வளர்ச்சியைக் காணப் பயன்படுகிறது.

(iii) இயந்திரங்கள், வாகனங்கள், பயன்பாட்டு உபகரணங்கள் போன்றவைகளின் தேய்மான மதிப்புகளைக் காணப் பயன்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 4.15

இரு சக்கர வாகனம் ஒன்றின் விலை 2 ஆண்டுகளுக்கு முன் ₹70000 ஆக இருந்தது. அதன் மதிப்பு ஆண்டுதோறும் 4% வீதம் குறைகிறது. அதன் தற்போதைய மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{தேய்மான மதிப்பு} = P\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$$

$$= 70000\left(1-\frac{4}{100}\right)^2$$

$$= 70000 \times \frac{96}{100} \times \frac{96}{100}$$

$$= ₹64512$$



எடுத்துக்காட்டு 4.16

ஒரு வகையான பாக்டீரியா, முதலாவது ஒரு மணி நேரத்தில் 5% வளர்ச்சியும், இரண்டாவது மணி நேரத்தில் 8% வளர்ச்சிக் குன்றியும், மூன்றாவது மணி நேரத்தில் 10% வளர்ச்சியும் அடைகிறது. தொடக்கத்தில் அதன் எண்ணிக்கை 10000 ஆக இருந்தது எனில், மூன்று மணி நேரத்திற்குப் பிறகு அதன் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

மூன்று மணி நேரத்திற்குப் பிறகு பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கை

$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)$$

$$= 10000\left(1+\frac{5}{100}\right)\left(1-\frac{8}{100}\right)\left(1+\frac{10}{100}\right)$$ ('–' என்பது வளர்ச்சிக் குன்றுதலைக் குறிக்கும்)

$$= 10000 \times \frac{105}{100} \times \frac{92}{100} \times \frac{110}{100}$$

$$A = ₹10626$$

எடுத்துக்காட்டு 4.17

ஒரு நகரத்தின் மக்கள்தொகை ஆண்டுக்கு 6% வீதம் அதிகரிக்கிறது. 2018 ஆம் ஆண்டு மக்கள்தொகை 238765 ஆக இருந்தது. 2016 மற்றும் 2020 ஆம் ஆண்டுகளில் மக்கள்தொகையைக் காண்க.

தீர்வு:

2016 இல் இருந்த மக்கள்தொகையை 'P' என்க.

ஆகவே, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

$$\Rightarrow 238765 = P\left(1+\frac{6}{100}\right)^2 = P\left(\frac{53}{50}\right)^2 \Rightarrow P = 238765 \times \frac{50}{53} \times \frac{50}{53}$$

$$\therefore P = 212500$$

2020 இல் இருக்கும் மக்கள்தொகையை A என்க.

ஆகவே, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

$\therefore\ A = 238765\left(1+\frac{6}{100}\right)^2$

$= 238765 \times \frac{53}{50} \times \frac{53}{50} = 95.506 \times 53 \times 53 \Rightarrow A = 268276$

$\therefore$ 2016 இல் இருந்த மக்கள்தொகை 212500 மற்றும் 2020 இல் இருக்கும் மக்கள்தொகை 268276 ஆகும்.

4.4.2 கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்

- முதல் மாற்றுக் காலத்தில் அல்லது முதல் ஆண்டில் கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையே வித்தியாசம் இல்லை.
- 2 ஆண்டுகளுக்கு, கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்

$$C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2$$

- 3 ஆண்டுகளுக்கு, கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்.

$$C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(3+\frac{r}{100}\right)$$

எடுத்துக்காட்டு 4.18

கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசத்தைக் காண்க.

(i) P = ₹5000, ஆண்டு வட்டி வீதம் $r = 4\%$, $n = 2$ ஆண்டுகள்.

(ii) P = ₹8000, ஆண்டு வட்டி வீதம் $r = 5\%$, $n = 3$ ஆண்டுகள்.

தீர்வு:

(i) 2 ஆண்டுகளுக்கு, $C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2 = 5000 \times \frac{4}{100} \times \frac{4}{100} = ₹8$

(ii) 3 ஆண்டுகளுக்கு, $C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(3+\frac{r}{100}\right)$

$$= 8000 \times \frac{5}{100} \times \frac{5}{100} \times \left(3+\frac{5}{100}\right) = 20 \times \frac{61}{20} = ₹61$$

பயிற்சி 4.3

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

(i) ₹5000 இக்கு 12% ஆண்டு வட்டியில், 2 ஆண்டுகளுக்கு, ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால் கிடைக்கும் கூட்டுவட்டியானது __________ ஆகும்.

(ii) ₹8000 இக்கு 10% ஆண்டு வட்டியில், ஓர் ஆண்டுக்கு, அரையாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால் கிடைக்கும் கூட்டுவட்டியானது __________ஆகும்.



(iii) ஒரு நகரத்தின் மக்கள்தொகை ஆண்டுதோறும் 10% வீதம் அதிகரிக்கிறது. அதன் தற்போதைய மக்கள்தொகை 26620 எனில், 3 ஆண்டுகளுக்கு முன் மக்கள்தொகை ________ ஆகும்.

(iv) கூட்டுவட்டியானது காலாண்டுக்கொரு முறை கணக்கிடப்பட்டால், தொகையை ___________ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

(v) ₹5000 இக்கு, 8% ஆண்டு வட்டியில், 2 ஆண்டுகளுக்கு கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் ___________ ஆகும்.

2. **சரியா, தவறா எனக் கூறுக.**

(i) தேய்மான மதிப்பு $P=\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$ என்ற சூத்திரம் மூலம் கணக்கிடப்படுகிறது.

(ii) ஒரு மாநகரத்தின் தற்போதைய மக்கள்தொகை P என்க. இது ஆண்டுதோறும் r % அதிகரிக்கிறது எனில், n ஆண்டுகளுக்கு முன்பு மக்கள்தொகையானது $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ ஆகும்.

(iii) ஓர் இயந்திரத்தின் தற்போதைய மதிப்பு ₹16800. அது ஆண்டுக்கு 25% வீதம் தேய்மானம் அடைகிறது. 2 ஆண்டுகளுக்குப் பின் அதன் மதிப்பு ₹9450 ஆகும்.

(iv) 20% ஆண்டு வட்டியில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில், ₹1000 ஆனது 3 ஆண்டுகளில் ₹1331 ஆக ஆகும்.

(v) 20% ஆண்டு வட்டியில், காலாண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில், ₹16000 இக்கு 9 மாதங்களுக்கு கிடைக்கும் கூட்டுவட்டியானது ₹2522 ஆகும்.

3. ₹3200 இக்கு 2.5% ஆண்டு வட்டியில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில், 2 ஆண்டுகளுக்கு, கிடைக்கும் கூட்டுவட்டியைக் காண்க.

4. ₹4000 இக்கு 10% ஆண்டு வட்டியில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில் $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளுக்கு, கிடைக்கும் கூட்டுவட்டியைக் காண்க.

5. ஓர் அசலானது 2 ஆண்டுகளில், ஆண்டுக்கு 4% கூட்டுவட்டியில் ₹2028 ஆக ஆகிறது எனில், அசலைக் காண்க.

6. $13\frac{1}{3}$ % ஆண்டு வட்டியில், அரையாண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால் எத்தனை ஆண்டுகளில், ₹3375 ஆனது ₹4096 ஆக மாறும்?

7. I, II மற்றும் III ஆண்டுகளுக்கான வட்டி வீதங்கள் முறையே 15%, 20% மற்றும் 25% எனில், ₹15000 இக்கு 3 ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் கூட்டுவட்டியைக் காண்க.

8. ₹5000 இக்கு 2% ஆண்டு வட்டியில், அரையாண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், ஓர் ஆண்டுக்குக் கிடைக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசத்தைக் காண்க.

9. ₹8000 இக்கு, 2 ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் ₹20 எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

10. 15% ஆண்டு வட்டியில், 3 ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் ₹1134 எனில், அசலைக் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. ஓர் அசலின் மீதான வட்டி, இரண்டு மாதங்களுக்கு ஒரு முறை கணக்கிடப்பட்டால், ஓராண்டிற்கு ___________ மாற்றுக் காலங்கள் இருக்கும்.

(அ) 2 (ஆ) 4 (இ) 6 (ஈ) 12

12. 10% ஆண்டு வட்டியில், அரையாண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், ₹4400 ஆனது ₹4851 ஆக எடுத்து கொள்ளும் நேரம் ________ ஆகும்.

(அ) 6 மாதங்கள் (ஆ) 1 ஆண்டு (இ) $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள் (ஈ) 2 ஆண்டுகள்

13. ஓர் இயந்திரத்தின் விலை ₹18000. அது ஆண்டுக்கு $16\frac{2}{3}\%$ வீதம் தேய்மானம் அடைகிறது. 2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு, அதன் மதிப்பு _______ ஆக இருக்கும்.

(அ) ₹12000 (ஆ) ₹12500 (இ) ₹15000 (ஈ) ₹16500

14. 10% ஆண்டு வட்டியில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், 3 ஆண்டுகளில் _______ என்ற அசலானது ₹2662 தொகையாக ஆகும்.

(அ) ₹2000 (ஆ) ₹1800 (இ) ₹1500 (ஈ) ₹2500

15. 2% ஆண்டு வட்டியில், 2 ஆண்டுகளுக்கு ஓர் அசலுக்குக் கிடைக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் ₹1 எனில், அசல் ஆனது _______ ஆகும்.

(அ) ₹2000 (ஆ) ₹1500 (இ) ₹3000 (ஈ) ₹2500

4.5 கலப்பு மாறல்

நாம் கலப்பு மாறலைக் குறித்து கற்கும்முன் நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்கள் கருத்துக்களை நினைவு கூர்வோம்.

ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது முறையே மற்றொரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையுமாறு (அதே விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை நேர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படுகிறது அல்லது நேர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படுகிறது. மாறாக, y ஆனது x ஐப் பொருத்து இருக்கும் எனக் கொண்டு, எப்போதும் $y = kx$ ஆக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது நேர்மாறலில் இருக்கும். இங்கு $k > 0$ ஆனது விகிதசம மாறிலி எனப்படும். மேலும் $k = \frac{y}{x}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, உங்களில் ஒருவர், பிறந்த நாள் விழாவில் உனது நண்பர்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் தலா 2 எழுதுகோள்களை வழங்க நினைக்கிறீர்கள் என வைத்துக் கொண்டால், வாங்கவேண்டிய எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கையானது விழாவிற்கு வரும் நண்பர்களின் எண்ணிக்கைக்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும். சரிதானே? பின்வரும் அட்டவணையானது இதனை தெளிவாகப் புரிந்துக்கொள்ள உங்களுக்கு உதவும்.

நண்பர்களின் எண்ணிக்கை (x)	1	2	5	12	15
எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கை (y)	2	4	10	24	30

இங்கு விகிதசம மாறிலியான k ஆனது $k = \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{10}{5} = \frac{24}{12} = \frac{30}{15} = 2$ என நாம் காண்கிறோம்.

நேர் விகிதத்திற்கு மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

1. **தூரமும் – நேரமும் (சீரான வேகத்தில்):** தூரம் அதிகரித்தால், அந்த தூரத்தை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரமும் அதிகரிக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
2. **வாங்குதலும் – செலவிடுதலும்:** வீட்டிற்குத் தேவையான பொருள்களை, குறிப்பாக விழாக் காலங்களில் வாங்குவது அதிகரிக்கும் போது, செலவிடும் வரம்பும் அதிகரிக்கிறது. நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
3. **வேலைநேரமும் – சம்பாத்தியமும்:** குறைவான நேரம் வேலைச் செய்தால், சம்பாத்தியமும் குறைவாகவே இருக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.

இதுபோன்றே, ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது முறையே மற்றொரு அளவானது குறைய அல்லது அதிகரிக்குமாறு (எதிர் விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை எதிர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படுகிறது அல்லது எதிர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படுகிறது. மாறாக, எப்போதும் $xy = k$ ஆக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது எதிர் மாறலில் இருக்கும். இங்கு k ஆனது விகிதசம மாறிலி எனப்படும். மேலும் $k > 0$ ஆகும்.

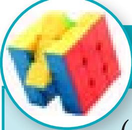
எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பள்ளியிலுள்ள ஒரு வகுப்பின் 30 மாணவர்கள், ஒரு கிராமத்தில் சுகாதார விழிப்புணர்வு குறித்தப் பேரணிக்கு ஒழுங்கு முறையில் செல்கிறார்கள் என வைத்துக் கொண்டால், நாம் அதிலுள்ள நிரை – நிரல்களில் எதிர் மாறலைக் காண முடியும். பின்வரும் அட்டவணையானது இதனை தெளிவாகப் புரிந்துக்கொள்ள உங்களுக்கு உதவும்.

நிரல்களில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (x)	1	2	3	5	6
நிரைகளில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (y)	30	15	10	6	5

நிரல் – நிறைகளின் சில அமைப்புகளான ⠿⠿⠿ (5 நிரைகள் / 6 நிரல்கள்) மற்றும் ⠿⠿ (6 நிரைகள் / 5 நிரல்கள்) ஆகியவற்றை நாம் வரைந்து, அவற்றுள் எதிர்மாறல் இருப்பதைக் காணலாம். இங்கு விகிதசம மாறிலியான k ஆனது 30 என நாம் காண்கிறோம்.

எதிர் விகிதத்திற்கு மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

1. விலையும் – நுகர்வும்: ஒரு நுகர்வுப் பொருள்களின் விலை உயர்ந்தால், இயற்கையாகவே அவற்றின் நுகர்வும் குறையும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
2. வேலையாள்களும் – காலமும்: ஒரு வேலையை முடிக்க, கூடுதலாக வேலையாள்களை பணியமர்த்தினால், அந்த வேலையை முடிக்க ஆகும் காலமும் குறைவாகும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
3. வேகமும் – காலமும்: நாம் குறைந்த வேகத்தில் பயணித்தால், கொடுக்கப்பட்ட ஒரு தூரத்தை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் காலமும் அதிகமாகும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.



இவற்றை முயல்க

(1) பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளை நேர் அல்லது எதிர் விகிதம் என வகைப்படுத்துக.

(i) பருப்பு வகைகளின் எடையும் விலையும்.

(ii) பேருந்தில் பயணம் செய்த தூரமும் அதற்கான கட்டணமும்.

(iii) ஒரு குறிப்பிட்டத் தூரத்தைக் கடக்கத் தடகளை வீரரின் வேகம்.

(iv) ஒரு குறிப்பிட்டக் காலத்தில் ஒரு கட்டுமானப் பணியை முடிக்க பணியமர்த்தப்பட்ட வேலையாள்களின் எண்ணிக்கை.

(v) வட்டத்தின் பரப்பளவும் அதன் .ஆரமும்

(2) ஒரு மாணவனால் 15 நிமிடங்களில் 21 பக்கங்களைத் தட்டச்சுச் செய்யமுடியும். இதே வேகத்தில், அந்த மாணவனுக்கு 84 பக்கங்கள் தட்டச்சுச் செய்ய எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

(3) 35 பெண்கள் ஒரு வேலையை 16 நாள்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், 28 பெண்கள் அதே வேலையை எத்தனை நாள்களில் செய்து முடிப்பர்?

இப்போது நாம் கலப்பு மாறல் என்றால் என்ன? என்பதைக் காண்போம். சில கணக்குகளில் சங்கிலித் தொடர்களாக இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறல்கள் இடம் பெற்றிருக்கும். இது கலப்பு மாறல் எனப்படும். அந்த இரு மாறல்களின் வெவ்வேறு சாத்தியக்கூறுகள் பின்வருமாறு **நேர் – நேர், நேர்–எதிர், எதிர்–நேர் மற்றும் எதிர்–எதிர் மாறல்கள்** என அமையலாம்.



குறிப்பு

சில சூழல்களில், நேர் விகிதத்தையோ எதிர் விகிதத்தையோப் பயன்படுத்த இயலாது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒருவர் தனது ஒரு கண்ணால் தூரத்திலுள்ள ஒரு கிளியை பார்க்கிறார் எனில், அவரால் அதே தூரத்தில் தனது இரு கண்களால் இரு கிளிகளைப் பார்க்க இயலும் என்பது அர்த்தமுள்ளதாக இருக்காது. மேலும், ஒரு வடையைப் பொரிக்க 5 நிமிடங்கள் எடுத்துக்கொள்கிறது எனில், 20 வடைகளைப் பொரிக்க 100 நிமிடங்கள் எடுத்துக்கொள்ளும் என்பதும் அர்த்தமுள்ளதாக இருக்காது!

இப்போது நாம் கலப்பு மாறலில் சில கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காண்போம். இங்கு, நாம், தெரிந்த அளவினைத் தெரியாத (x) அளவுடன் ஒப்பிடுகிறோம். நடைமுறையிலுள்ள சில முறைகளைக் கொண்டு, கலப்பு மாறல் கணக்குகளைத் தீர்க்கலாம். அவையாவன:

4.5.1 விகிதசம முறை

இந்த முறையில், நாம் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை ஒப்பிட்டு, அவை நேர் அல்லது எதிர் விகித சமத்தில் உள்ளனவா என காண வேண்டும். விகிதசமத்தைக் கண்ட பின்,

முனை மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் = சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன்

என்ற மெய்மையைப் பயன்படுத்தி, தெரியாத (x) மதிப்பினைப் பெறலாம்.

4.5.2 பெருக்கல் காரணி முறை

விளக்கம்:

ஆண்கள்	மணிகள்	நாள்கள்
நேர் (D) a, x எதிர் (I)	நேர் (D) c, d	e, f எதிர் (I)

இங்கு, ஆண்கள் கலத்தில் தெரியாதது (x) உள்ளது. ஆகவே, அதை தெரிந்த மணிகள் மற்றும் நாள்கள் கலத்துடன் ஒப்பிட வேண்டும். இங்கு, ஆண்கள் மற்றும் மணிகள் நேர் விகிதத்தில் (D) இருந்தால், பெருக்கல் காரணியாக $\frac{d}{c}$ ஐ எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும் (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்). மேலும், ஆண்கள் மற்றும் நாள்கள் எதிர் விகிதத்தில் (I) இருந்தால், பெருக்கல் காரணியாக $\frac{e}{f}$ ஐ எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும் (மாற்றமில்லை). இவ்வாறாக, நாம் தெரியாத (x) ஆண்களை $x = a \times \frac{d}{c} \times \frac{e}{f}$. எனக் கொண்டுக் கண்டறியலாம்.

4.5.3 சூத்திர முறை

கொடுக்கப்பட்டக் கணக்கிலிருந்து தரவுகளை, நபர்கள் (P), நாள்கள் (D), மணிகள் (H) மற்றும் வேலை (W) என கண்டறிந்து,

$$\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$$

என்றச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தித் தெரியாததைக் (x) காணலாம். இங்கு, 1 ஐ பின்னொட்டாகக் கொண்டவை, கணக்கில் முதல் வாக்கியத்தில் உள்ள முழுத் தரவுகளைக் கொண்டதாகும். 2 ஐ பின்னொட்டாகக் கொண்டவை, கணக்கில் இரண்டாவது வாக்கியத்தில் தெரியாத (x) தரவினை

உள்ளடக்கியதாகும். அதாவது, இந்த சூத்திரமானது, P_1 நபர்கள் W_1 வேலையை நாளொன்றுக்கு H_1 மணிகள் வேலை செய்து D_1 நாள்களில் முடிப்பார்கள் என்பது P_2 நபர்கள் வேலையை நாளொன்றுக்கு H_2 மணிகள் வேலை செய்து D_2 நாள்களில் முடிப்பார்கள் என்பதற்கு சமம் என்கிறது. இவ்வகையானக் கணக்குகளில், வேலையான W_1 மற்றும் W_2 ஆகியவற்றைச் சரியாகக் கண்டறிவது மிகவும் முக்கியமானதாகும். தெரியாததை (x) விரைவில் காண இந்த முறையானது எளிதாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.19 **(நேர்–நேர் மாறல்)**

ஒரு நிறுவனமானது 20 நாள்களுக்கு 15 வேலையாள்களுக்கு ₹6 இலட்சம் தொகையை ஊதியமாக வழங்குகிறது எனில், அந்நிறுவனத்திற்கு 5 வேலையாள்களுக்கு 12 நாள்களுக்கு ஊதியமாக வழங்க எவ்வளவுத் தொகை தேவை?

தீர்வு:

விகிதசம முறை

வேலையாள்கள்	தொகை (வேலை)	நாள்கள்
நேர் 15	நேர் 6 நேர்	20 நேர்
(D) 5	(D) x (D)	12 (D)

இங்கு, தொகையானது (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை, வேலையாள்கள் மற்றும் நாள்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ விகித சமம் $20 : 12 :: 6 : x$ ஆகும். $\longrightarrow$ (1)

படி 2:

மேலும், வேலையாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் நேர் மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ விகித சமம் $15 : 5 :: 6 : x$ ஆகும். $\longrightarrow$ (2)

படி 3:

(1) மற்றும் (2) ஐ சேர்க்கக் கிடைப்பது,

$$\left.\begin{array}{c}20 : 12 \\ 15 : 5\end{array}\right\} :: 6 : x$$

இங்கு, நமக்கு முனை மதிப்புகளின் பெருக்கல் பலன் = சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் என்பது தெரியுமாதலால்,

முனைக்கோடி மதிப்புகள்		சராசரிகள்		முனைக்கோடி மதிப்புகள்
20	:	12 : 6	:	x
15	:	5		

ஆகவே, $20\times15\times x = 12\times6\times5 \Rightarrow x = \dfrac{12\times6\times5}{20\times15} =$ ₹ 1.2 இலட்சம்.

பெருக்கல் காரணி முறை

வேலையாள்கள்	தொகை (வேலை)	நாள்கள்
நேர் 15	நேர் 6 நேர்	20 நேர்
(D) 5	(D) x (D)	12 (D)

இங்கு, தொகையானது (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை, வேலையாள்கள் மற்றும் நாள்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{12}{20}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 2:

மேலும், வேலையாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் நேர் மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{5}{15}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 3:

$$\therefore x = 6 \times \frac{12}{20} \times \frac{5}{15}$$

x = ₹ 1.2 இலட்சம்

சூத்திர முறை:

இங்கு, $P_1 = 15, D_1 = 20$ மற்றும் $W_1 = 6$ மற்றும்

$P_2 = 5, D_2 = 12$ மற்றும் $W_2 = x$

$\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

$$\Rightarrow \frac{15 \times 20}{6} = \frac{5 \times 12}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \times 12 \times 6}{15 \times 20} = ₹\ 1.2 \text{ இலட்சம்.}$$

எடுத்துக்காட்டு 4.20 (நேர்–எதிர் மாறல்)

180 மீ நீளமுள்ள ஒரு பாயினை 15 பெண்கள் 12 நாள்களில் செய்தனர். 512 மீ நீளமுள்ள ஒரு பாயினை 32 பெண்கள் செய்ய எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?

தீர்வு:

விகிதசம முறை

நீளம் (வேலை)	பெண்கள்	நாள்கள்
நேர் 180 (D) 512	15 எதிர் 32 (I)	நேர் 12 எதிர் (D) x (I)

இங்கு, நாள்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை நீளம் மற்றும் பெண்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நீளம் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது நேர்மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ விகித சமம் $180 : 512 :: 12 : x$ ஆகும். ⟶ (1)

படி 2:

மேலும், பெண்கள் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது எதிர்மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ விகித சமம் $32 : 15 :: 12 : x$ ஆகும். ⟶ (2)

படி 3:

(1) மற்றும் (2) ஐ சேர்க்கக் கிடைப்பது,

$$\left.\begin{matrix} 180 : 512 \\ 32 : 15 \end{matrix}\right\} :: 12 : x$$

இங்கு, நமக்கு முனை மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் = சராசரிகளின் பெருக்கல்பலன் என்பது தெரியுமாதலால்,

முனைக்கோடி மதிப்புகள்		சராசரிகள்		முனைக்கோடி மதிப்புகள்
180	:	512 : 12	:	x
32	:	15		

ஆகவே, $180\times32\times x=512\times12\times15 \Rightarrow x=\frac{512\times12\times15}{180\times32}=16$ நாள்கள்.

பெருக்கல் காரணி முறை:

நீளம் (வேலை)	பெண்கள்	நாள்கள்
நேர் 180	15 எதிர்	நேர் 12 எதிர்
(D) 512	32 (I)	(D) x (I)

இங்கு நாள்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை நீளம் மற்றும் பெண்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நீளம் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது நேர்மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{512}{180}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 2:

மேலும், பெண்கள் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது எதிர்மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{15}{32}$ ஆகும். (மாற்றமில்லை)

படி 3:

$\therefore x=12\times\frac{512}{180}\times\frac{15}{32}=16$ நாள்கள்.

சூத்திர முறை:

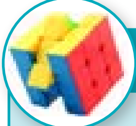
இங்கு, $P_1=15,\ D_1=12$ மற்றும் $W_1=180$ மற்றும்

$P_2=32,\ D_2=x$ மற்றும் $W_2=512$

$\frac{P_1\times D_1}{W_1}=\frac{P_2\times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

$\Rightarrow \frac{15\times12}{180}=\frac{32\times x}{512} \Rightarrow 1=\frac{32\times x}{512} \Rightarrow x=\frac{512}{32}=16$ நாள்கள்.

குறிப்புரை: இங்கு விவரிக்கப்பட்ட மூன்று முறைகளில் ஏதேனும் ஒரு வழியில் மாணவர்கள் விடையளிக்கலாம்.



இவற்றை முயல்க

1. x மற்றும் y ஆகியவை நேர் மாறலில் உள்ளன எனில், $x=y=5$ எனும்போது, k இன் மதிப்பைக் காண்க.
2. x மற்றும் y ஆகியவை எதிர் மாறலில் உள்ளன எனில், $x=64$ மற்றும் $y=0.75$ எனும்போது, விகிதசம மாறலின் மாறிலியைக் காண்க.



செயல்பாடு

கொடுக்கப்பட்ட ஆரத்திற்கு ஒரு வட்டத்தை வரைக. எந்த ஒரு அடுத்தடுத்த சோடி ஆரங்களுக்கிடையேயுள்ள கோணங்கள் சமமாக இருக்குமாறு, அதன் ஆரங்களை வரைக. முதலில் 3 ஆரங்கள் வரைவதில் தொடங்கி 12 ஆரங்கள் வரை வரையவும். ஆரங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் அடுத்தடுத்த சோடி ஆரங்களுக்கிடையே உள்ள கோணத்திற்குமான தொடர்பினை பட்டியலிட்டு அட்டவணையில் குறித்து, அவை எதிர் மாறலில் உள்ளனவா என ஆராய்க. விகிதசம மாறிலி என்ன?

எடுத்துக்காட்டு 4.21 (எதிர்–நேர் மாறல்)

81 மாணவர்கள் 448 மீ நீளமுள்ள ஒரு சுவரில் ஓர் ஓவியத்தை 56 நாள்களில் வண்ணமிடுவர் எனில், 160 மீ நீளமுள்ள அது போன்ற ஒரு சுவரில் 27 நாள்களில் அந்த ஓவியத்தை எத்தனை மாணவர்கள் வண்ணமிடுவர்?

தீர்வு:

பெருக்கல் காரணி முறை:

மாணவர்கள்	நாள்கள்	சுவரின் நீளம் (வேலை)
எதிர் (I) 81, x நேர் (D)	எதிர் (I) 56, 27	448, 160 நேர் (D)

இங்கு, மாணவர்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை நாள்கள் மற்றும் சுவரின் நீளத்துடன் ஒப்பிட வேண்டும்

படி 1:

இங்கு, நாள்கள் குறைவு என்பதால் மாணவர்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது எதிர் மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{56}{27}$ ஆகும்.

படி 2:

மேலும், நீளம் குறைவு என்பதால் மாணவர்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{160}{448}$ ஆகும்.

படி 3:

$\therefore x = 81 \times \frac{56}{27} \times \frac{160}{448} \Rightarrow x = 60$ மாணவர்கள்.

சூத்திர முறை:

இங்கு, $P_1 = 81, D_1 = 56$ மற்றும் $W_1 = 448$

$P_2 = x, D_2 = 27$ மற்றும் $W_2 = 160$

$\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

நாம் பெறுவது, $\frac{81 \times 56}{448} = \frac{x \times 27}{160} \Rightarrow x = \frac{81 \times 56}{448} \times \frac{160}{27} \Rightarrow x = 60$ மாணவர்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 4.22 (எதிர் – எதிர் மாறல்)

48 ஆண்கள் ஒரு வேலையை நாளொன்றுக்கு 7 மணி நேரம் வேலை செய்து 24 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், 28 ஆண்கள் அதே வேலையை நாளொன்றுக்கு 8 மணி நேரம் வேலை செய்து எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?

தீர்வு:

பெருக்கல் காரணி முறை:

ஆண்கள்	மணிகள்	நாள்கள்
எதிர் 48	7 எதிர்	எதிர் 24 எதிர்
(I) 28	8 (I)	(I) x (I)

இங்கு, நாள்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை ஆண்கள் மற்றும் மணிகளுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, ஆண்கள் குறைவு என்பதால் நாள்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது எதிர் மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{48}{28}$ ஆகும்.

படி 2:

மேலும், மணிகள் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் எதிர் மாறலில் உள்ளது.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணியானது $\frac{7}{8}$ ஆகும்.

படி 3:

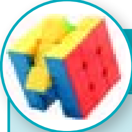
$\therefore x = 24\times\frac{48}{28}\times\frac{7}{8} = 36$ நாள்கள்.

சூத்திர முறை:

இங்கு, $P_1 = 48, D_1 = 24, H_1 = 7$ மற்றும் $W_1 = 1$ (ஏன்?) $P_2 = 28, D_2 = x, H_2 = 8$ மற்றும் $W_2 = 1$ (ஏன்?)

$\frac{P_1\times D_1\times H_1}{W_1} = \frac{P_2\times D_2\times H_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

$$\Rightarrow \frac{48\times24\times7}{1} = \frac{28\times x\times8}{1} \Rightarrow x = \frac{48\times24\times7}{28\times8} = 36 \text{ நாள்கள்.}$$



இவற்றை முயல்க

பின்வரும் வினாக்களில் இடம் பெற்றுள்ள வெவ்வேறு மாறல்களைக் கண்டறிக.

1. 24 ஆண்கள் 12 நாள்களில் 48 பொருள்களை செய்வர் எனில், 6 ஆண்கள் ______ பொருள்களை 6 நாள்களில் செய்வர்.
2. 15 வேலையாள்கள் 4 கி.மீ நீளமுள்ள சாலையை 4 மணி நேரத்தில் அமைப்பர் எனில், ______ வேலையாள்கள் 8 கி.மீ நீளமுள்ள சாலையை 8 மணி நேரத்தில் அமைப்பர்.
3. நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 25 பெண்கள் 36 நாட்களில் முடிப்பர் எனில், 20 பெண்கள் நாளொன்றுக்கு ______ மணி நேரம் வேலை செய்து அதே வேலையை 30 நாள்களில் முடிப்பர்.
4. ஒரு முகாமில் 98 நபர்களுக்கு 45 நாள்களுக்கு போதுமான 420 கி.கி அரிசி உள்ளது எனில், 42 நபர்களுக்கு 60 கி.கி அரிசியானது ______ நாள்களுக்கு மட்டுமே போதுமானதாகும்.

4.6 நேரம் மற்றும் வேலை

பின்வரும் வினாவிற்கு நீங்கள் எவ்வாறு விடையை காண்பீர்கள்?

கனி என்பவர், கொடுக்கப்பட்ட ஒரு வேளையை 2 மணி நேரத்திலும், விஜி என்பவர் 3 மணி நேரத்திலும் முடிப்பார்கள் எனில், இருவரும் அந்த வேலையை ஒன்றாகச் சேர்ந்துச் செய்தால், எவ்வளவு நேரத்தில் முடிப்பார்கள்? இந்த வினாவிற்கான விடையை இங்கு இந்தப் பகுதியில் தெரிந்துக்கொள்ளலாம்.

பொதுவாக, செய்ய வேண்டிய வேலை ஒன்றை எப்போதும் ஓர் அலகாக எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். வேலையானது, ஒரு சுவரைக் கட்டுதல், ஒரு சாலையை அமைத்தல், ஒரு தொட்டியை நிரப்புதல் அல்லது காலி செய்தல் அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு உணவை சாப்பிடுதல் போன்ற எந்த வகையிலும் இருக்கலாம்.

நேரமானது, மணிகள், நாள்கள் என்பனக் கொண்டு அளக்கப்படுகிறது. செய்யப்பட்ட வேலையானது சீராக செய்யப்பட்டுள்ளது எனவும்,குழு வேலையில் வேலையை முடிக்க ஒவ்வொரு நபரும் சமமான வேலை நேரத்தைப் பகிர்ந்து கொள்கிறார்கள் எனவும் உறுதியாக எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது .

ஓரலகு முறை

இரண்டு நபர்கள் X மற்றும் Y ஆகியோர் ஒரு வேலையைத் தனித்தனியே a மற்றும் b நாள்களில் முடிப்பர் எனில், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை முறையே $\frac{1}{a}$ மற்றும் $\frac{1}{b}$ ஆகும்.

அவர்கள் ஒன்றாக இணைந்து வேலை செய்தால், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை $= \frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$ ஆகும்.

ஆகவே, X மற்றும் Y அந்த வேலையை $\frac{ab}{a+b}$ நாள்களில் முடிப்பர்.

எடுத்துக்காட்டு 4.23

A மற்றும் B ஆகிய இருவரும் இணைந்து ஒரு வேலையை 16 நாள்களில் முடிப்பர். A தனியே அந்த வேலையை 48 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், B தனியே அந்த வேலையை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பார்?

தீர்வு:

$(A+B)$ இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{16}$

A இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{48}$

$\therefore$ B இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{16}-\frac{1}{48}$

$= \frac{3-1}{48} = \frac{2}{48} = \frac{1}{24}$

$\therefore$ B தனியே அந்த வேலையை 24 நாள்களில் முடிப்பார்.



குறிப்பு

ஒரு வேலையை அல்லது பணியை முடிக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரமானது, நபர்களின் எண்ணிக்கை, அவர்களின் வேலை செய்யும் திறன், வேலைச்சுமை மற்றும் வேலையை முடிக்க ஒரு நாளில் செலவிட்ட நேரம் போன்ற பல்வேறு காரணிகளைப் பொருத்ததாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.24

P மற்றும் Q ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே 20 மற்றும் 30 நாள்களில் முடிப்பர் அவர்கள் இருவரும் ஒன்றாகச் சேர்ந்து வேலையைத் தொடங்கினர். சில நாள்கள் வேலை செய்த பிறகு Q ஆனவர் சென்றுவிடுகிறார். மீதமுள்ள வேலையை P ஆனவர் 5 நாள்களில் முடிக்கிறார் எனில், தொடங்கியதிலிருந்து எத்தனை நாள்களுக்கு பிறகு Q வேலையை விட்டுச் சென்றார்?

தீர்வு:

P இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{20}$ மற்றும் Q இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{30}$

P இன் 5 நாள்கள் வேலை $= \frac{1}{20}\times 5 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

ஆகவே, மீதமுள்ள வேலை $=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ (முழு வேலை என்பது எப்போதும் 1 ஆகும்) இந்த மீதமுள்ள வேலையை P மற்றும் Q ஆகிய இருவரும் செய்தனர்.

P மற்றும் Q இன் ஒரு நாள் வேலை $=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$

ஆகவே, அவர்கள் இருவரும் ஒன்றாக வேலைச் செய்த நாள்கள் $=\frac{3/4}{1/12}=\frac{3}{4}\times\frac{12}{1}=9$ நாள்கள்

ஆகவே, Q ஆனவர் வேலைத் தொடங்கி 9 நாள்களுக்கு பிறகு வேலையை விட்டுச் சென்றார்.

எடுத்துக்காட்டு 4.25

A ஆனவர் B என்பவரைக் காட்டிலும் வேலை செய்வதில் 3 மடங்கு வேகமானவர். அவரால் அந்தப் வேலையை, B எடுத்துக் கொண்ட நேரத்தை விட 24 நாள்கள் குறைவாக எடுத்து முடிக்க முடிகிறது. இருவரும் சேர்ந்து அந்த வேலையை முடிக்க ஆகும் நேரத்தை காண்க.

தீர்வு:

B வேலையை 3 நாள்களில் முடிப்பார் எனில், அதை A 1 நாளில் முடிப்பார். அதாவது, வித்தியாமானது 2 நாள்கள் ஆகும். இங்கு, வேலையை முடிப்பதில் A மற்றும் B இக்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசம் 24 நாள்கள். ஆகவே, அந்த வேலையை முடிக்க A ஆனவர் $\frac{24}{2}=12$ நாள்களையும், B ஆனவர் $3\times12=36$ நாள்களையும் தனித்தனியே எடுத்துக்கொள்வர். ஆகவே,

A மற்றும் B ஒன்றாக இணைந்து அந்த வேலையை முடிக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் $=\frac{ab}{a+b}$ நாள்கள்

$$=\frac{12\times36}{12+36}=\frac{12\times36}{48}=9 \text{ நாள்கள்.}$$



குறிப்பு

A ஆனவர் B ஐ போன்று $\frac{a}{b}$ மடங்கு திறமைக் கொண்ட வேலையாள் எனில், A ஆனவர் B வேலையை முடிக்க எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தைப் போன்று $\frac{b}{a}$ மடங்கை மட்டுமே எடுத்துக்கொள்வார். இதனைப் பயன்படுத்தி எடுத்துக்காட்டு 4.25 ஐத் தீர்க்க முயற்சிக்கவும்.

4.6.1 வேலைக்கானப் பணத்தைப் பகிர்தல்

ஒரு வேலையை நபர்கள் குழுவாகச் சேர்ந்து செய்யும் போது, அவர்கள் தனித்தனியே செய்யும் வேலையைப் பொறுத்து அவர்களுக்குள்ளேயே பணத்தின் பங்கைப் பெற்றுக் கொள்வர். பொதுவாக, சம்பாதித்த பணத்தை குழுவில் ஒன்றாக வேலைச் செய்த நபர்கள், அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் செய்த மொத்த வேலையின் விகிதத்தில் பிரித்துக் கொள்வர்.



- ஒரு வேலையை செய்ய A மற்றும் B ஆகியோர் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரமானது $x:y$ என்ற விகிதத்தில் இருந்தால், A மற்றும் B ஆகியோர் செய்த வேலையின் விகிதம் $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}=y:x$ என்ற விகிதத்தில் இருக்கும். தனித்தனியே அவர்கள் பெறும் ஊதியங்களின் விகிதமும் இதுவே ஆகும்.
- மூன்று நபர்கள்A, B மற்றும் C ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே x, y மற்றும் z நாள்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், அவர்களுக்குத் தனித்தனியேப் பிரிக்கப்படும் ஊதியங்களின் விகிதமானது $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.26



X, Y மற்றும் Z ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே 4, 6 மற்றும் 10 நாள்களில் முடிப்பர். X, Y மற்றும் Z ஆகிய மூவரும் ஒன்று சேர்ந்து அந்த வேலையை முடித்தால் அவர்களுக்கு ₹ 31000 வழங்கப்படும் எனில், அவர்கள் தனித்தனியேப் பெறும் பங்குகளைக் காண்க.

தீர்வு:

அவர்கள் அனைவரும் சமமான நாள்கள் $\left(\frac{60}{31}\right)$ வேலை செய்வதால், அவர்கள் பணத்தை பகிர்ந்துக் கொள்ளும் விகிதமானது அவர்களின் ஒரு நாள் வேலையின் விகிதத்திற்கு சமமானதாகும்.

அதாவது $\frac{1}{4}:\frac{1}{6}:\frac{1}{10}=\frac{15}{60}:\frac{10}{60}:\frac{6}{60}=15:10:6$ இக்குச் சமமாகும்.

இங்கு, மொத்த பங்குகள் = 15 + 10 + 6 = 31

ஆகவே, A இன் பங்கு = $\frac{15}{31}\times 31000=₹15000$, B இன் பங்கு = $\frac{10}{31}\times 31000=₹10000$ மற்றும்

C இன் பங்கு ₹ 31000 – (₹ 15000 + ₹ 10000)= ₹ 6000.



இவற்றை முயல்க

1. விக்ரம் ஒரு வேலையின் மூன்றில் ஒரு பகுதியை p நாள்களில் முடிப்பார் எனில், அவர் அந்த வேலையின் $\frac{3}{4}$ பகுதியை ________ நாள்களில் முடிப்பார்.
2. m நபர்கள் ஒரு வேலையை n நாள்களில் முடிப்பர் எனில், $4m$ நபர்கள் அந்த வேலையை ________ நாள்களிலும், $\frac{m}{4}$ நபர்கள் அதே வேலையை ________ நாள்களிலும் முடிப்பர்.

பயிற்சி 4.4

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**



(i) A என்பவர் ஒரு வேலையை 3 நாள்களிலும் B என்பவர் 6 நாள்களிலும் முடிப்பர் எனில், இருவரும் ஒன்றாகச் சேர்ந்து அந்த வேலையை ____________ நாள்களில் முடிப்பர்.

(ii) 5 நபர்கள் 5 வேலைகளை 5 நாள்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், 50 நபர்கள் 50 வேலைகளை __________ நாள்களில் செய்து முடிப்பர்.

(iii) A என்பவர் ஒரு வேலையை 24 நாள்களில் முடிப்பார். A மற்றும் B ஆகியோர் ஒன்றாக இணைந்து ஒரு வேலையை 6 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், B என்பவர் தனியே அந்த வேலையை __________ நாள்களில் முடிப்பார்.

(iv) A என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 35 நாள்களில் முடிப்பார். B ஆனவர், A ஐ விட 40% கூடுதல் திறன் வாய்ந்தவர் எனில், B ஆனவர் அந்த வேலையை __________ நாள்களில் முடிப்பார்.

(v) A என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 10 நாள்களிலும் B ஆனவர் தனியே 15 நாள்களிலும் முடிப்பர். அவர்கள் இந்த வேலையை ₹200000 தொகைக்கு ஒப்புக் கொண்டனர் எனில், A பெறும் தொகை __________ ஆகும்.

2. 210 ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 18 நாள்களில் முடிப்பர். அதே வேலையை நாளொன்றுக்கு 14 மணி நேரம் வேலை செய்து, 20 நாள்களில் முடிக்க எத்தனை ஆண்கள் தேவை?
3. ஒரு சிமிட்டி தொழிற்சாலையானது 36 இயந்திரங்களின் உதவியுடன் 12 நாள்களில் 7000 சிமிட்டி பைகளைத் தயாரிக்கிறது. 24 இயந்திரங்களைப் பயன்படுத்தி 18 நாள்களில் எத்தனை சிமிட்டி பைகளைத் தயாரிக்கலாம்?
4. ஒரு சோப்புத் தொழிற்சாலையானது நாளொன்றுக்கு 15 மணி நேரம் வேலை செய்து 6 நாள்களில் 9600 சோப்புகளைத் தயாரிக்கிறது. நாளொன்றுக்கு கூடுதலாக 3 மணி நேரம் வேலை செய்து 14400 சோப்புகள் தயாரிக்க அதற்கு எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?
5. 6 சரக்கு வண்டிகள் 5 நாள்களில் 135 டன்கள் சரக்குகளை இடம் பெயர்க்கின்றன எனில், 1800 டன்கள் சரக்குகளை 4 நாள்களில் இடம் பெயர்க்க எத்தனை சரக்கு வண்டிகள் கூடுதலாகத் தேவை?
6. A என்பவர் ஒரு வேலையை 12 மணி நேரத்தில் முடிப்பார். B மற்றும் C அந்த வேலையை 3 மணி நேரத்திலும் A மற்றும் C அந்த வேலையை 6 மணி நேரத்திலும் செய்து முடிப்பர். அதே வேலையை B தனியே எவ்வளவு மணி நேரத்தில் முடிப்பார்?
7. A மற்றும் B ஆகியோர் ஒரு வேலையை 12 நாள்களிலும் B மற்றும் C ஆகியோர் அதை 15 நாள்களிலும் A மற்றும் C ஆகியோர் அதை 20 நாள்களிலும் முடிப்பர். ஒவ்வொருவரும் தனித்தனியே அந்த வேலையை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?
8. தச்சர் A ஆனவர் ஒரு நாற்காலியின் பாகங்களைப் பொருத்த 15 நிமிடங்கள் எடுத்துக் கொள்கிறார். அதே வேலையைச் செய்ய தச்சர் B ஆனவர் தச்சர் A ஐ விட 3 நிமிடங்கள் கூடுதலாக எடுத்துக் கொள்கிறார். இருவரும் இணைந்து வேலைச் செய்து 22 நாற்காலிகளின் பாகங்களைப் பொருத்த எவ்வளவு நேரமாகும்?
9. A ஆனவர் ஒரு வேலையை 45 நாள்களில் முடிப்பார் அவர் 15 நாள்கள் மட்டுமே வேலையைச் செய்கிறார். மீதமுள்ள வேலையை B ஆனவர் 24 நாள்களில் முடிக்கிறார் எனில், அந்த வேலையின் 80% ஐ இருவரும் இணைந்து முடிக்க ஆகும் நேரத்தைக் காண்க.
10. A என்பவர் B என்பவரைக் காட்டிலும் வேலை செய்வதில் மூன்று மடங்கு வேகமானவர். B ஆனவர் ஒரு வேலையை 24 நாள்களில் முடிப்பார் எனில், இருவரும் இணைந்து அந்த வேலையை முடிக்க எத்தனை நாள்கள் எடுத்துக் கொள்வர் எனக் காண்க.

பயிற்சி 1.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்



1. ஒரு பழ வியாபாரி வாங்கிய மாம்பழங்களில் 10% அழுகியிருந்தன. மீதமிருந்த மாம்பழங்களில் $33\frac{1}{3}\%$ ஐ விற்றுவிட்டார். தற்போது அவரிடம் 240 மாம்பழங்கள் இருக்கின்றன எனில், தொடக்கத்தில் அவர் வாங்கிய மொத்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
2. ஒரு மாணவர் 31% மதிப்பெண்களைப் பெற்று 12 மதிப்பெண்கள் குறைவாக பெற்றதால் தேர்வில் தேர்ச்சி பெறவில்லை. தேர்ச்சி பெற 35% மதிப்பெண்கள் தேவை எனில், தேர்வின் மொத்த மதிப்பெண்களைக் காண்க.

3. சுல்தானா, ஒரு பொது அங்காடியில் பின்வரும் பொருள்களை வாங்கினார். அவர் செலுத்திய மொத்த இரசீதுத் தொகையைக் கணக்கிடுக.



(i) 5% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹800 மதிப்பிலான மருந்துகள்



(ii) 12% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹650 மதிப்பிலான அழகு சாதனப்பொருள்கள்



(iii) 0% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹900 மதிப்பிலான தானியங்கள்



(iv) 18% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹1750 மதிப்பிலான கருப்புக் கண்ணாடி



(v) 28% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹28500 மதிப்பிலான காற்றுப் பதனி (AC)

4. P இன் வருமானம் Q ஐக் காட்டிலும் 25% அதிகம் எனில், Q இன் வருமானம் P ஐக் காட்டிலும் எத்தனைச் சதவீதம் குறைவு?



5. வைதேகி இரு சேலைகளை தலா ₹2200 இக்கு விற்றாள். ஒன்றின் மீது 10% இலாபத்தையும் மற்றொன்றின் மீது 12% நட்டத்தையும் அடைந்தாள் எனில், சேலைகளை விற்றதில் அவளின் மொத்த இலாபம் அல்லது நட்டம் சதவீதத்தைக் காண்க.

6. 32 ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 15 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், அந்த வேலையின் இரு மடங்கை எத்தனை ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 10 மணி நேரம் வேலை செய்து 24 நாள்களில் முடிப்பர்?

7. அமுதா, ஒரு சேலையை 18 நாள்களில் நெய்வார். அஞ்சலி, அனிதாவை விட நெய்வதில் இரு மடங்கு திறமைசாலி. இருவரும் இணைந்து நெய்தால், அந்தச் சேலையை எத்தனை நாள்களில் நெய்து முடிப்பர்?

8. P மற்றும் Q ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையை 12 மற்றும் 15 நாள்களில் முடிப்பர். P ஆனவர் அந்த வேலையைத் தனியேத் தொடங்கிய பிறகு, 3 நாள்கள் கழித்து Q ஆனவர் அவருடன் சேர்ந்து வேலையானது முடியும் வரை அவருடன் இருந்தார் எனில், வேலையானது எத்தனை நாள்கள் நீடித்தது?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

9. ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியை 50% அதிகரித்தும் பகுதியை 20% குறைத்தால், அந்த பின்னமானது $\frac{3}{5}$ ஆக மாறுகிறது எனில், அசல் பின்னத்தைக் காண்க.



10. கோபி, ஒரு மடிக்கணினியை 12% இலாபத்திற்கு விற்றார். மேலும், அதை ₹1200 இக்கு கூடுதலாக விற்றிருந்தால், இலாபம் 20% ஆக இருந்திருக்கும். மடிக்கணினியின் அடக்க விலையைக் காண்க.

11. ₹180 ஐக் குறித்த விலையாகவும், ₹108 ஐ விற்பனை விலையாகவும் கொண்ட ஒரு பொருளுக்கு கடைக்காரர் இரண்டுத் தொடர் தள்ளுபடிகளை அளிக்கிறார். இரண்டாவது தள்ளுபடி 8% எனில், முதல் தள்ளுபடியின் சதவீதத்தைக் காண்க.
12. ஓர் அசலானது கூட்டுவட்டி முறையில் 2 ஆண்டுகளில் அதைப்போன்று 1.69 மடங்கு ஆகிறது எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.
13. ஒரு சிறு தொழில் நிறுவனம், 40 ஆண்களைப் பணியமர்த்தி 150 நாள்களில் 540 விசைப்பொறி இறைப்பிகளைத் (Motor Pumps) தயாரித்து வழங்க ஓர் ஒப்பந்தத்தை எடுத்துக்கொள்கிறது. 75 நாள்களுக்குப் பிறகு, அந்நிறுவனத்தால் 180 விசைப்பொறி இறைப்பிகளை மட்டுமே தயாரிக்க முடிந்தது. வேலையானது ஒப்பந்தத்தின்படி நேரத்திற்கு முடிய வேண்டுமெனில், கூடுதலாக எத்தனை ஆண்களை அந்நிறுவனம் பணியமர்த்த வேண்டும்?
14. P என்பவர் தனியே ஒரு வேலையின் $\frac{1}{2}$ பகுதியை 6 நாள்களிலும், Q என்பவர் தனியே அதே வேலையின் $\frac{2}{3}$ பகுதியை 4 நாள்களிலும் முடிப்பர். இருவரும் இணைந்து அந்த வேலையின் $\frac{3}{4}$ பகுதியை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?
15. X என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 6 நாள்களிலும், Y என்பவர் தனியே அதே வேலையை 8 நாள்களிலும் முடிப்பர். X மற்றும் Y ஆகியோர் இந்த வேலையை ₹48000 இக்கு ஒப்புக் கொண்டனர். Z என்பவரின் உதவியுடன் அவர்கள் அந்த வேலையை 3 நாள்களில் முடித்தனர் எனில், தொகையில் Z இன் பங்கு எவ்வளவு?

பாடச்சுருக்கம்

- வி.வி ஆனது அ.வி விட அதிகமாக இருந்தால் இலாபம் ஏற்படுகிறது. இலாபம் = வி.வி – அ.வி.
- வி.வி ஆனது அ.வி விட குறைவாக இருந்தால் நட்டம் ஏற்படுகிறது. நட்டம் = அ.வி– வி.வி.
- இலாபம் மற்றும் நட்டச் சதவீதம், இரண்டுமே அடக்க விலையைப் பொறுத்துத்தான் கணக்கிடப்படும்.
- விற்பனை விலை = குறித்த விலை – தள்ளுபடி
- **சூத்திரங்கள்**

(i) இலாபம் % $= \left(\frac{\text{இலாபம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right)\%$

(ii) நட்டம் % $= \left(\frac{\text{நட்டம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right)\%$

(iii) விற்ற விலை $= \frac{(100+\text{இலாபம்}\%)}{100} \times$ அ.வி (**அல்லது**) அடக்க விலை $= \frac{100}{(100+\text{இலாபம்}\%)} \times$ வி.வி

(iv) விற்ற விலை $= \frac{(100-\text{நட்டம்}\%)}{100} \times$ அ.வி (**அல்லது**) அடக்க விலை $= \frac{100}{(100-\text{நட்டம்}\%)} \times$ வி.வி

- ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$
- அரையாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், $A = P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2n}$

- காலாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், $A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$
- ஒவ்வோர் ஆண்டும் வட்டி வீதம் மாறுகிறது எனில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில்,

$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)...$$

இங்கு a, b மற்றும் c ஆனது முறையே I, II மற்றும் III ஆம் ஆண்டுக்களுக்கான வட்டி வீதங்கள் ஆகும்.

- ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டியானது கணக்கிடப்படும் முறையில் காலக்கட்டமானது $a\frac{b}{c}$ ஆண்டுகள் என பின்னத்தில் இருக்குமானால்,

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{a}\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right)$$

- கூட்டுவட்டி = தொகை – அசல்.அதாவது, C.I.= A – P
- முதல் மாற்று காலத்தில் அல்லது முதல் ஆண்டில் தனிவட்டியும் கூட்டுவட்டியும் சமமாக இருக்கும்.
- 2 ஆண்டுகளுக்கு, கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் $= P\left(\frac{r}{100}\right)^2$
- 3 ஆண்டுகளுக்கு, கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் $P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(3+\frac{r}{100}\right)$
- y ஆனது x ஐப் பொருத்து இருக்கும் எனக் கொண்டு, எப்போதும் $y = kx$ ஆக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது நேர்மாறலில் இருக்கும். இங்கு $k > 0$ ஆனது விகிதசம மாறிலி எனப்படும். மேலும் $k = \frac{y}{x}$ ஆகும்.
- எப்போதும் $xy = k$, k ஆனது ஒரு பூச்சியமற்ற விகிதசம மாறிலியாக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது எதிர் மாறலில் இருக்கும்.
- சில கணக்குகளில் சங்கிலித் தொடர்களாக இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறல்கள் இடம் பெற்றிருக்கும். இது கலப்பு மாறல் எனப்படும்.
- விகிதசமத்தைக் கண்டபின், முனை மதிப்புகளின் பெருக்கபலனானது சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலனுக்குச் சமம் என்ற மெய்ம்மையைப் பயன்படுத்தி, தெரியாத (x) மதிப்பினைப் பெறலாம்.
- $\frac{P_1\times D_1\times H_1}{W_1}=\frac{P_2\times D_2\times H_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தித் தெரியாததைக் (x) காணலாம்.
- பெருக்கல் காரணி முறை மூலமாகவும் நாம் தெரியாததைக் (x) காணலாம்.
- இரண்டு நபர்கள் X மற்றும் Y ஆகியோர் ஒரு வேலையைத் தனித்தனியே a மற்றும் b நாள்களில் முடிப்பர் எனில், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை முறையே $\frac{1}{a}$ மற்றும் $\frac{1}{b}$ ஆகும். X மற்றும் Y அந்த வேலையை $\frac{ab}{a+b}$ நாள்களில் முடிப்பர்.

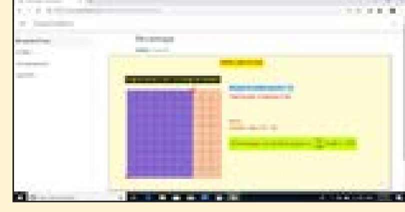


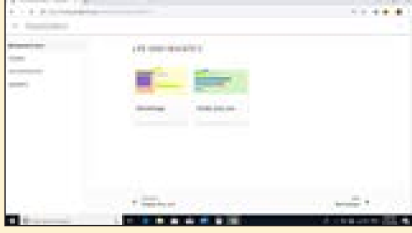
இணையச் செயல்பாடு

படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்க. 'வாழ்வியல் கணிதம்' என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'சதவீதம்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

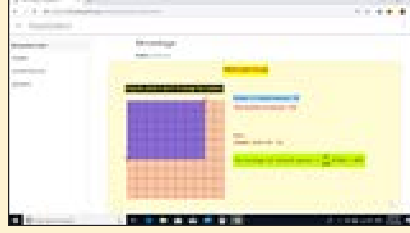
படி 2 கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் E மற்றும் F சிகப்புப் புள்ளிகளை இழுத்து நீல நிற செவ்வகத்தை உங்களால் மாற்ற இயலும். நீலத்திற்கும் மொத்தத்திற்குமான விகிதத்தை, சதுரங்களைக் கணக்கிட்டு காணலாம். மேலும், விகிதத்தையும் சதவீதத்தையும் சரிபார்க்கலாம்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு





படி 1



படி 2



இந்த அலகிற்கான மீதமுள்ள பணித்தாள்களை முயற்சி செய்யவும்.

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்.

வாழ்வியல் கணிதம்:

https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409575 அல்லது விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.



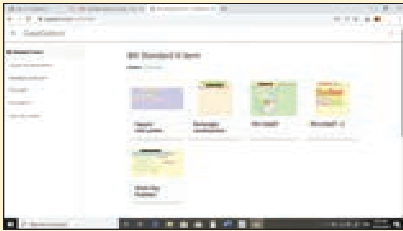
இணையச் செயல்பாடு

படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Work Day Problem' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

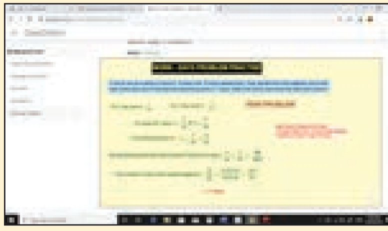
படி 2 "NEW PROBLEM" ஐக் கிளிக் செய்க. கணக்கீட்டைச் சரிபார்த்து நீங்களே வேலை செய்யுங்கள்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு





படி 1



படி 2

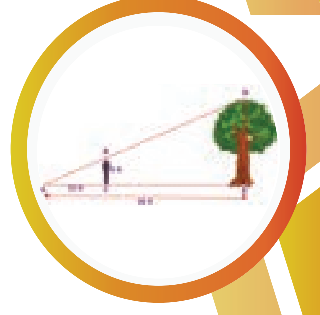


இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

வாழ்வியல் கணிதம்:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r அல்லது விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

5 வடிவியல்





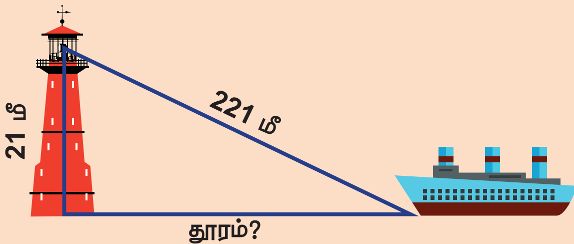
கற்றல் நோக்கங்கள்



- சர்வசம மற்றும் வடிவொத்த முக்கோணங்களின் அடிப்படைப் பண்புகளை நினைவு கூர்தல்.
- முக்கோணங்களில் சர்வசம மற்றும் வடிவொத்த முக்கோணங்களின் பண்புகளைக் கொண்ட தேற்றங்களைப் புரிந்துகொள்ளுதல் மற்றும் அவற்றைக் கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.
- பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பற்றிப் புரிந்து கொள்ளுதல் மற்றும் அதைப் பயன்படுத்திக் கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணுதல்.
- முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள், குத்துக்கோடுகள், கோண இருசம வெட்டிகள் மற்றும் மையக்குத்துக்கோடுகள் ஆகியவை ஒரே புள்ளிவழிச் செல்வதைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு பல்வகை நாற்கரங்களை வரைதல்.

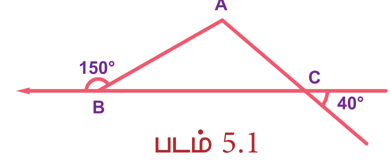
5.1 அறிமுகம்

வடிவியலானது, வடிவங்களின் பண்புகள் மட்டுமின்றி புள்ளிகள், வட்டங்கள், முக்கோணங்கள் மற்றும் திடப் பொருள்களுக்கிடையேயுள்ள உறவுகளைப் பற்றியும் அறிய உதவுவதாகும். முந்தைய வகுப்புகளில், நாம் முக்கோணங்களின் ஒரு சில அடிப்படைப் பண்புகள் குறித்துப் படித்திருக்கிறோம். இந்த வகுப்பில் நாம் அவற்றை நினைவு கூர்வதுடன் சர்வசம மற்றும் வடிவொத்த முக்கோணங்கள் குறித்து பார்க்க இருக்கிறோம். மேலும், பிதாகரஸ் தேற்றத்தையும், முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள், குத்துக்கோடுகள், கோண இருசம வெட்டிகள் மற்றும் மையக்குத்துக்கோடுகள் ஆகியவை ஒரே புள்ளிவழிச் செல்வதையும், கொடுக்கப்பட்ட பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களைக் கொண்டு பல்வகை நாற்கரங்கள் வரைதலையும் கற்போம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் வடிவியல்	
	
தூரத்தையும் உயரத்தையும் காண்பதற்குப் பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துதல்.	நீடித்த மற்றும் வலிமையான கட்டடங்களைக் கட்டமைப்பதில் சர்வசம முக்கோணங்களைப் பயன்படுத்துதல்.

முக்கோணங்களின் பண்புகளை நினைவு கூர்ந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க:

1. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் ______________ஆகும்.
2. ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிப்புறக்கோணமானது ______________ கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.
3. ஒரு முக்கோணத்தில், ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தை விட ____________ இருக்கும்.
4. ஒரு முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் ____________. அதன் மறுதலையும் உண்மையாகும்.
5. முக்கோணம் ABC இல் $\angle A$ ஐக் காண்க.

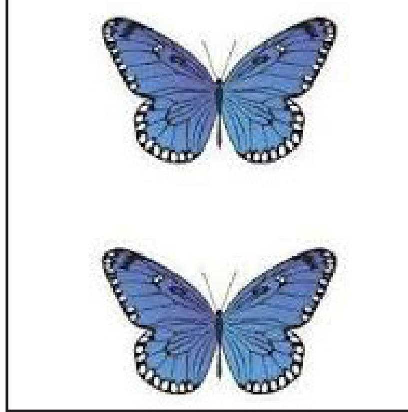
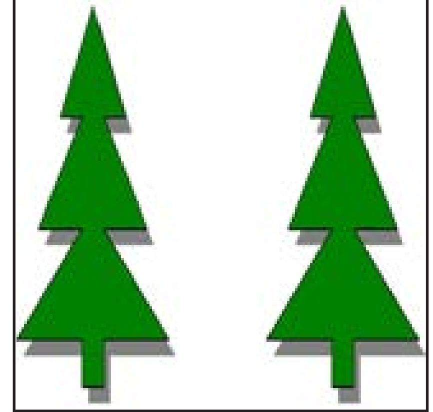


படம் 5.1

5.2 சர்வசம மற்றும் வடிவொத்த வடிவங்கள்

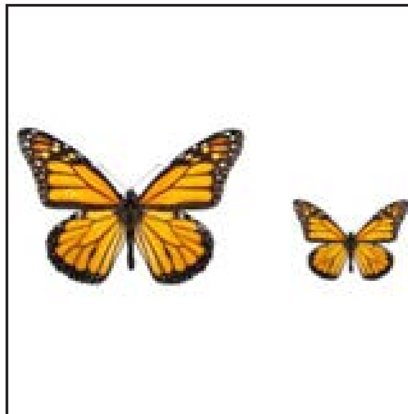
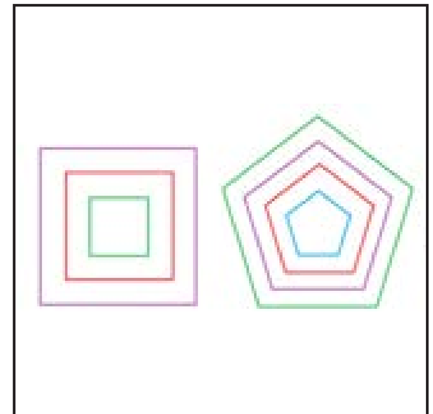
சர்வசம உருவங்கள் என்பன வடிவிலும் அளவிலும் மிகச் சரியாக அமையும் உருவங்கள் ஆகும். மாறாக, இரு வடிவங்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று மிகச் சரியாகப் பொருந்தினால், அவை சர்வசமம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

வடிவொத்த உருவங்கள் கணித ரீதியாக ஒரே வடிவங்களையும், ஆனால் மாறுபட்ட அளவுகளையும் பெற்றிருக்கும். இரு வடிவியல் உருவங்கள் வடிவொத்தவை $(\sim)$ எனில், ஒரு உருவத்தின் அளவுகள் மற்றொரு உருவத்தின் ஒத்த அளவுகளுடன் ஏற்படுத்தும் விகிதம் மாறாது. உதாரணமாக, புகைப்பட விரிவாக்கத்தின் ஒவ்வொரு பகுதியும் அசலின் ஒத்தப் பகுதிக்கு வடிவொத்தவையாக இருக்கும்.

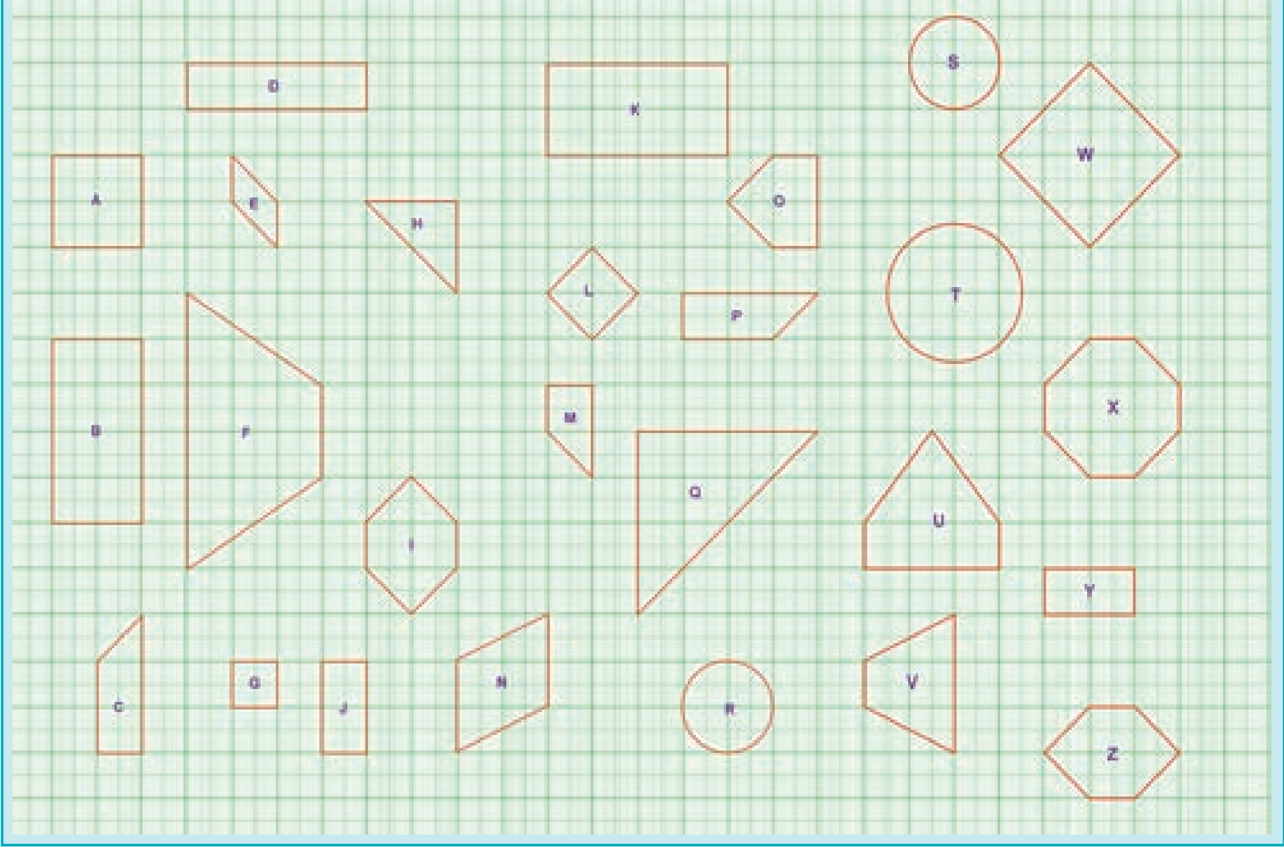
எடுத்துக்காட்டுகள்



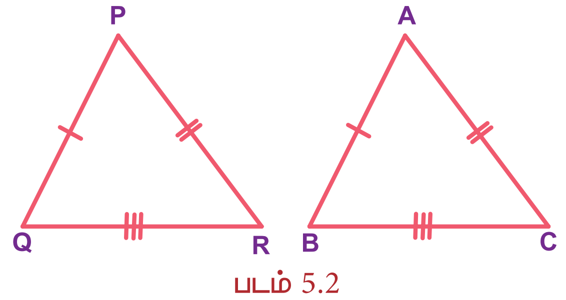
இவற்றை முயல்க

வடிவொத்த மற்றும் சர்வசம உருவங்களின் சோடிகளை அடையாளம் கண்டு, அவற்றின் எழுத்துச் சோடிகளை எழுதுக.



5.2.1 சர்வசம முக்கோணங்கள்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரு முக்கோணங்கள் PQR மற்றும் ABC ஆகியவை சர்வசமம் ($\equiv$) ஆகும். ஏனெனில், இரு முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்களும் ஒத்த கோணங்களும் சர்வசமமாக உள்ளன. அதாவது $PQ=AB$, $QR=BC$, $PR=AC$ மற்றும் $\angle P = \angle A$, $\angle Q = \angle B$, $\angle R = \angle C$ ஆகும். இதனை நாம் $\Delta PQR \equiv \Delta ABC$ எனக் குறிக்கலாம்.



படம் 5.2

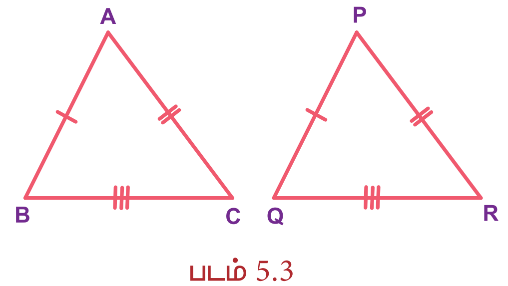
இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என நிரூபிக்க 4 வழிகள் உண்டு. அவையாவன:

(i) ப–ப–ப (பக்கம் –பக்கம் –பக்கம்) சர்வசமப்பண்பு

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம் ஆகும்.

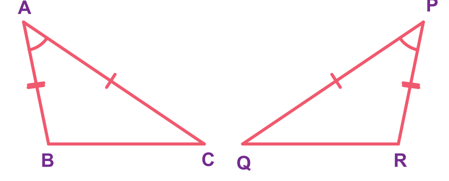
அதாவது, $AB = PQ$, $BC = QR$, மற்றும் $AC = PR$ எனில்,

$$\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta PQR.$$



படம் 5.3

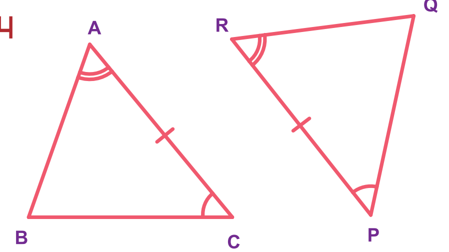
(ii) ப– கோ–ப (பக்கம் – கோணம் –பக்கம்) சர்வசமப்பண்பு



படம் 5.4

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும் அவை உள்ளடக்கிய கோணமும், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவை உள்ளடக்கிய கோணத்திற்கும் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமமாகும். இங்கு $AC = PQ$, $\angle A = \angle P$ மற்றும் $AB = PR$ ஆகவே, $\Delta ACB \equiv \Delta PQR$.

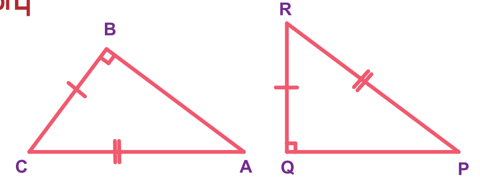
(iii) கோ–ப–கோ (கோணம் –பக்கம் –கோணம்) சர்வசமப்பண்பு



படம் 5.5

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் அவற்றை உள்ளடக்கிய பக்கமும், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் அவற்றை உள்ளடக்கிய பக்கத்திற்குச் சமமானால், அந்த இரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும். இங்கு $\angle A = \angle R$, CA=PR மற்றும் $\angle C = \angle P$. ஆகவே, $\Delta ABC \equiv \Delta RQP$

(iv) செ–க–ப (செங்கோணம் –கர்ணம் –பக்கம்) சர்வசமப்பண்பு



படம் 5.6

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்று ஆகியவை, மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்றுக்குச் சமமாக இருந்தால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் ஆகும். இங்கு $\angle B = \angle Q = 90°$, $BC = QR$ மற்றும் $AC = PR$. ஆகவே, $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$.

செங்கோணம் பக்கம் கர்ணம்



குறிப்பு

- எந்தவொரு கோட்டுத்துண்டும், கோணமும் அதற்கதுவே சர்வசமமாகும். இது, பிரதிபலிப்புப் பண்பு எனப்படும்.
- இரு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில், அவற்றின் ஒத்த பாகங்கள் சர்வசமமாகும். இது CPCTC (Corresponding parts of Congruent Triangles are Congruent) பண்பு எனப்படும்.
- "கோணங்கள் எனில் பக்கங்கள்" என்பது ஒரு முக்கோணத்தில் இரு கோணங்கள் சமம் எனில், அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமம் எனப் பொருள்படும்.
- "பக்கங்கள் எனில் கோணங்கள்" என்பது ஒரு முக்கோணத்தில் இரு பக்கங்கள் சமம் எனில், அதன் எதிர்க்கோணங்கள் சமம் எனப் பொருள்படும்.



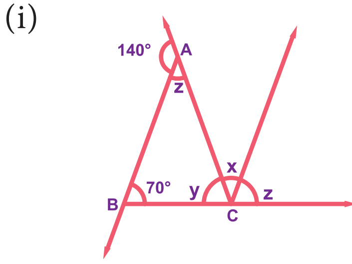
இவற்றை முயல்க

பின்வருவனவற்றை அவற்றின் சர்வசமப் பண்புகளைக் கொண்டு பொருத்துக.

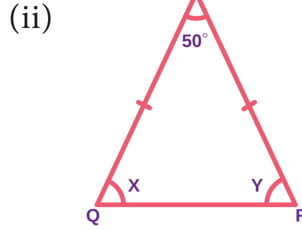
வ.எண்	(அ)	(ஆ)	வ.எண்	(அ)	(ஆ)
1		செ-க-ப	3		ப-கோ-ப
2		ப-ப-ப	4		கோ-ப-கோ

எடுத்துக்காட்டு 5.1

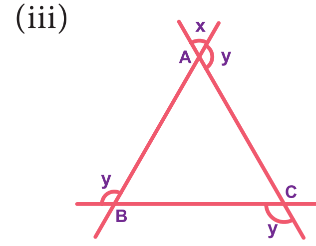
பின்வரும் படங்களில் உள்ள தெரியாத மதிப்புகளைக் காண்க.

(i)


படம் 5.7 (i)

(ii)


படம் 5.7 (ii)

(iii)


படம் 5.7 (iii)

தீர்வு:

(i) படம் 5.7 (i) இலிருந்து, $140^\circ + \angle z = 180^\circ$ (நேரியக்கோண இணைகள்)

$\Rightarrow \angle z = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

மேலும், $\angle x + \angle z = 70^\circ + \angle z$ (வெளிப்புறக்கோணப் பண்பு)

$\Rightarrow \angle x = 70^\circ$

மேலும், $\angle z + \angle y + 70^\circ = 180^\circ$ (Δ ABC இல், கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$\Rightarrow 40^\circ + \angle y + 70^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle y = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

(ii) படம் 5.7 (ii) இலிருந்து $PQ = PR$

$\Rightarrow \angle Q = \angle R$ (சம பக்கங்களின் எதிர்க்கோணங்கள் சமம்)

$\Rightarrow \angle x = \angle y$

$\Rightarrow \angle x + \angle y + 50^\circ = 180^\circ$ (ΔPQR இல், கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$\Rightarrow 2\angle x = 130^\circ$

$\Rightarrow \angle x = 65^\circ$

$\Rightarrow \angle y = 65^\circ$

(iii) படம் 5.7 (iii) இலிருந்து ΔABC இல், $\angle A = x$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம்)

இதேபோன்று, $\angle B = \angle C = x$ (ஏன்?)

$\Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (ΔABC இல் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

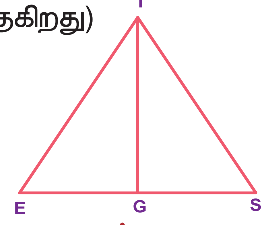
$\Rightarrow 3x = 180^\circ$

$\Rightarrow x = 60^\circ$

$\Rightarrow y = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$



எடுத்துக்காட்டு 5.2 (ப–ப–ப மற்றும் ப–கோ–ப சர்வசமப் பண்புகளை விளக்குகிறது)



படம் 5.8

படம் 5.8 இல், $\angle E = \angle S$ மற்றும் ES இன் மையப்புள்ளி G எனில்,

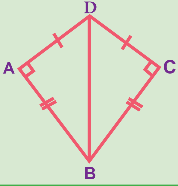
$\Delta\ GET \equiv \Delta GST$ என நிறுவுக.

நிரூபணம்:

வ.எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle E \equiv \angle S$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$ET \equiv ST$	கோணங்கள் எனில் பக்கங்கள்.
3	G ஆனது ES இன் மையப்புள்ளி	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
4	$EG \equiv SG$	3 ஐப் பின்பற்றி.
5	$TG \equiv TG$	பிரதிபலிப்புப் பண்பு.
6	$\Delta GET \equiv \Delta GST$	ப-ப-ப (2,4,5) மற்றும் ப-கோ-ப (2,1,4) பண்புகளின் படி.

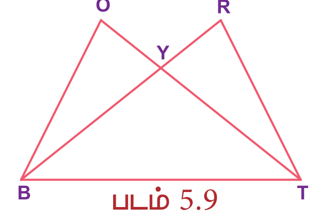
சிந்திக்க





படத்தில் $DA = DC$ மற்றும் $BA = BC$. முக்கோணங்கள் DBA மற்றும் DBC ஆகியவை சர்வ சமமா? ஏன்?

எடுத்துக்காட்டு 5.3 (கோ–ப–கோ சர்வசமப் பண்பை விளக்குகிறது)



படம் 5.9

படம் 5.9 இல், $\angle YTB \equiv \angle YBT$ மற்றும் $\angle BOY \equiv \angle TRY$ எனில், $\Delta BOY \equiv \Delta TRY$ என நிரூபி.

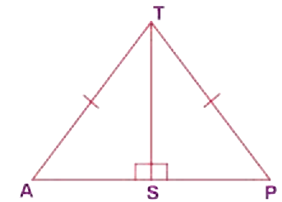
நிரூபணம்:

வ.எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle BYO \equiv \angle TYR$	குத்தெதிர் கோணங்கள் சர்வசமமாகும்
2	$\angle YTB \equiv \angle YBT$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது
3	$BY \equiv TY$	கோணங்களில் எனில் பக்கங்கள்
4	$\angle BOY \equiv \angle TRY$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது
5	$\angle OBY \equiv \angle RTY$	1 மற்றும் 4ஐப் பின்பற்றி
6	$\Delta BOY \equiv \Delta$TRY	கோ-ப-கோ (1,3,5) பண்பின் படி

எடுத்துக்காட்டு 5.4 (செ–க–ப சர்வசமப் பண்பை விளக்குகிறது)

தீர்வு:

TAP என்ற ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தில், $TA = TP$ மற்றும் $\angle TSA = 90°$ எனில்,



படம் 5.10

(i) $\Delta TAS \equiv \Delta TPS$ ஆகுமா? ஏன்?

(ii) $\angle P = \angle A$ ஆகுமா? ஏன்?

(iii) $AS = PS$ ஆகுமா? ஏன்?

நிரூபணம்:

(i) TA=TP கர்ணம் மற்றும் $\angle TSA = 90°$

TS பொதுவான பக்கம்

ஆகவே, செ-க-ப சர்வசமப் பண்பின் படி, $\Delta TAS \equiv \Delta TPS$.

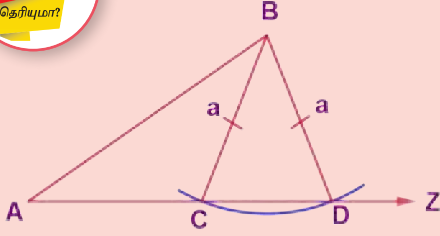
(ii) TA=TP கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

எனவே, $\angle P = \angle A$ (பக்கங்கள் எனில் கோணங்கள்)

(iii) (i) இலிருந்து $\Delta TAS \equiv \Delta TPS$,

CPCTC பண்பின் படி, $AS = PS$

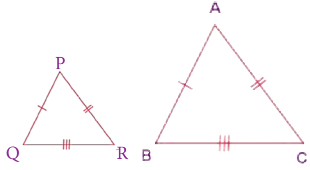




இரு முக்கோணங்கள் சர்வ சமம் என நிருபிக்க ப-ப-கோ மற்றும் கோ-ப-ப ஆகிய பண்புகள் போதுமானவையாக அமைவதில்லை. இது கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தின் மூலம் விளக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு, வரையப்பட்ட முக்கோணங்கள் ABD மற்றும் ABC இல், BC = BD = a ஆகும். மேலும், பக்கம் AB மற்றும் $\angle$BAZ ஆகியவை பொதுவானவை. ஆனால், AC≠AD. ஆகவே, ΔABD ஆனது ΔABC இக்குச் சர்வசமம் அல்ல. எனவே, ப-ப-கோ பண்பு போதுமானதாக அமைவதில்லை.

5.2.2 வடிவொத்த முக்கோணங்கள்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரு முக்கோணங்கள் PQR மற்றும் ABC ஆகியவை வடிவொத்தவை ($\sim$) ஆகும். ஏனெனில், இரு முக்கோணங்களின் ஒத்த கோணங்கள் சமமாகவும் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்திலும் உள்ளன. அதாவது $\angle P = \angle A, \angle Q = \angle B, \angle R = \angle C$ மற்றும் $\frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC} = \frac{QR}{BC}$ ஆகும். இதனை நாம் $\Delta PQR \sim \Delta ABC$ எனக் குறிக்கலாம்.

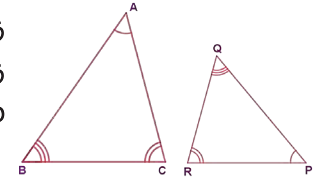


படம் 5.11

இரண்டு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை என நிரூபிக்க 4 வழிகள் உண்டு. அவையாவன:

(i) கோ–கோ–கோ (கோணம்–கோணம்–கோணம்) அல்லது கோ–கோ வடிவொத்தப் பண்பு

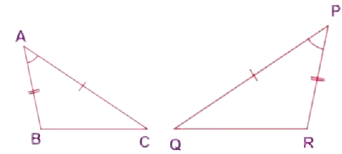
ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும். படம் 5.12 இல் $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q$ ஆகும். ஆகவே, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$.



படம் 5.12

(ii) ப–கோ–ப (பக்கம்–கோணம்–பக்கம்) வடிவொத்தப் பண்பு

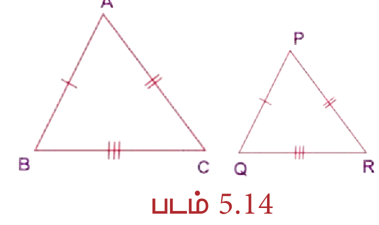
ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களுக்கு விகிதசமத்திலும் அவ்விரண்டு பக்கங்கள் உள்ளடக்கிய கோணங்கள் சமமாகவும் இருந்தால், அவ்விரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை ஆகும். படம் 5.13 இல் $\frac{AC}{PQ} = \frac{AB}{PR}$ மற்றும் $\angle A = \angle P$. ஆகவே, $\Delta ACB \sim \Delta PQR$.



படம் 5.13

(iii) ப–ப–ப (பக்கம்–பக்கம்–பக்கம்) வடிவொத்தப் பண்பு

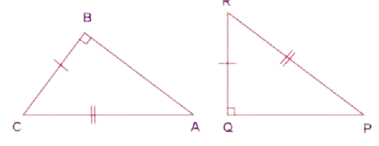
இரண்டு முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்கள் சமவிகிதத்தில் அமையும் எனில், அவை வடிவொத்தவை ஆகும். அதாவது, $\frac{AB}{PQ}=\frac{AC}{PR}=\frac{BC}{QR}$ எனில், $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ஆகும்.



படம் 5.14

(iv) செ–க–ப (செங்கோணம்–கர்ணம்–பக்கம்) வடிவொத்தப் பண்பு

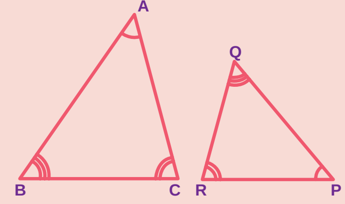
ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்கம், மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்கத்திற்குச் சமவிகிதத்தில் அமையும் எனில், அவை வடிவொத்தவை ஆகும். அதாவது, $\angle B = \angle Q = 90^\circ$ மற்றும் $\frac{AC}{PR}=\frac{BC}{QR}$ எனில், $\Delta ABC \sim \Delta PQR$.



படம் 5.15

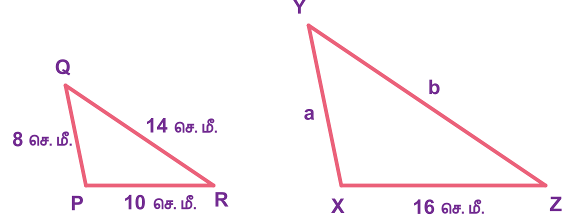


$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ எனில் ΔABC – இன் பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் AC ஆகியவை, ΔPQR – இன் பக்கங்களான PQ, QR மற்றும் PR ஆகியவற்றிற்கு ஒத்த பக்கங்கள் ஆகும். மேலும் கோணங்கள் A, B மற்றும் C இக்கு ஒத்தக் கோணங்கள் முறையே P,Q மற்றும் R ஆகும். வடிவொத்த முக்கோணங்களுக்கு வரிசை மாறாமல் பெயரிடுதல் முக்கியமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ எனில், ΔBAC ஆனது ΔPQR இக்கு வடிவொத்தவையாக இருக்காது.



எடுத்துக்காட்டு 5.5

படம் 5.16 இல், $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$, எனில் a மற்றும் b ஐக் காண்க.



படம் 5.16

தீர்வு:

இங்கு, $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$

∴ அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்கும்.

$$\Rightarrow \frac{PQ}{XY}=\frac{QR}{YZ}=\frac{PR}{XZ}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a}=\frac{14}{b}=\frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a}=\frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow a=\frac{8\times 16}{10}=\frac{128}{10}$$

$a = 12.8$ செ.மீ.

மேலும், $\frac{14}{b}=\frac{10}{16}$

$$\Rightarrow b=\frac{14\times 16}{10}=\frac{224}{10}=22.4 \text{ செ.மீ.}$$

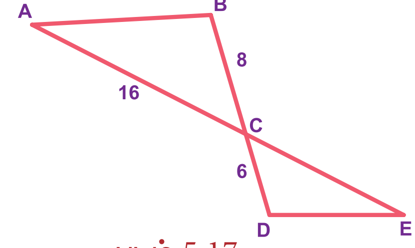


குறிப்பு

- அனைத்து வட்டங்களும், சதுரங்களும் எப்போதும் வடிவொத்தவையாக இருக்கும்.
- அனைத்துச் செவ்வகங்களும் எப்போதும் வடிவொத்தவையாக இருக்க வேண்டியதில்லை.
- இரு கோணங்கள் சர்வசமமாகவும், மிகை நிரப்பிகளாகவும் இருக்குமாயின், அவை செங்கோணங்கள் ஆகும்.
- அனைத்து சர்வசம முக்கோணங்களும் வடிவொத்த முக்கோணங்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.6 (கோ–கோ வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

படம் 5.17 இல், $\angle ABC \equiv \angle EDC$ மற்றும் ΔCDE இன் சுற்றளவு 27 அலகுகள் எனில் $AB \equiv EC$ என நிறுவுக.



படம் 5.17

நிரூபணம்:

வ. எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle ABC \equiv \angle EDC$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$\angle BCA \equiv \angle DCE$	குத்தெதிர் கோணங்கள் சமமாகும்.
3	$\Delta ABC \sim \Delta EDC$	கோ-கோ பண்பின் படி(1, 2).
4	$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{EC}$	3 இன் படி ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச்சமத்தில் இருக்கும்.

$\Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{16}{EC} \Rightarrow EC = 12$ அலகுகள்

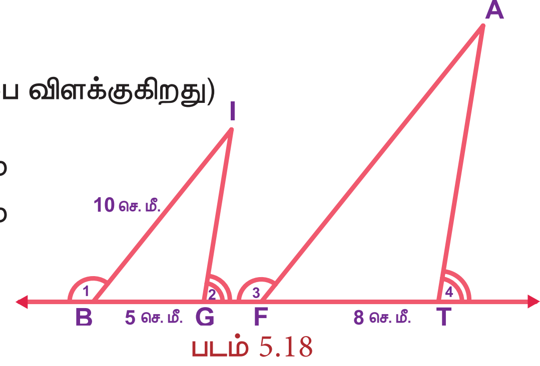
ΔCDE இன் சுற்றளவு 27 அலகுகள் எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$\therefore\ ED + DC + EC = 27 \Rightarrow ED + 6 + 12 = 27 \Rightarrow ED = 27-18 = 9$ அலகுகள்

$\therefore\ \frac{AB}{9} = \frac{8}{6} \Rightarrow AB = 12$ அலகுகள். ஆகவே $AB = EC$.

எடுத்துக்காட்டு 5.7 (கோ – கோ வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 5.18 இல் $\angle 1 \equiv \angle 3$ மற்றும் $\angle 2 \equiv \angle 4$ எனில், $\Delta BIG \sim \Delta FAT$ என நிறுவுக. மேலும் FA ஐக் காண்க.



படம் 5.18

நிரூபணம்:

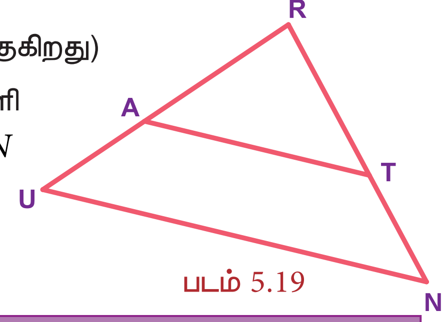
வ. எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle 1 \equiv \angle 3$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$\angle IBG \equiv \angle AFT$	சர்வ சமக் கோணங்களின் மிகை நிரப்பிகள் சர்வ சமமாகும்.
3	$\angle 2 \equiv \angle 4$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
4	$\angle IGB \equiv \angle ATF$	சர்வசமக் கோணங்களின் மிகை நிரப்பிகள் சர்வ சமமாகும்.
5	$\Delta BIG \sim \Delta FAT$	கோ-கோ பண்பின் படி (2, 4).

மேலும், அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச்சமத்தில் இருக்கும்.

$$\Rightarrow \frac{BI}{FA} = \frac{BG}{FT} \Rightarrow \frac{10}{FA} = \frac{5}{8} \Rightarrow FA = \frac{10 \times 8}{5} = \frac{80}{5} = 16 \text{ செ.மீ.}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.8 (ப–கோ–ப வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 5.19 இல் RU இன் மையப்புள்ளி A மற்றும் RN இன் மையப்புள்ளி T எனில் $\Delta RAT \sim \Delta RUN$ என நிறுவுக .



படம் 5.19

நிரூபணம்:

வ. எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle ART = \angle URN$	ΔRAT மற்றும் ΔRUN இன் பொதுக்கோணம் $\angle R$ ஆகும்.
2	$RA = AU = \frac{1}{2}RU$	RU இன் மையப்புள்ளி A ஆகும்.
3	$RT = TN = \frac{1}{2}RN$	RN இன் மையப்புள்ளி T ஆகும்.
4	$\frac{RA}{RU} = \frac{RT}{RN} = \frac{1}{2}$	2 மற்றும் 3 இலிருந்து, பக்கங்கள் விகதச்சமத்தில் இருக்கும்.
5	$\Delta RAT \sim \Delta RUN$	ப-கோ-ப பண்பின் படி (1 மற்றும் 4)

எடுத்துக்காட்டு 5.9 (ப–ப–ப வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

படம் 5.20 இல் $\Delta PQR \sim \Delta PRS$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

இங்கு, $\frac{PQ}{PR} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

$\frac{PR}{PS} = \frac{15}{11.25} = \frac{4}{3}$

மேலும், $\frac{QR}{RS} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

இங்கு, $\frac{PQ}{PR} = \frac{PR}{PS} = \frac{QR}{RS}$

ஆக இருப்பதைக் காணலாம்.

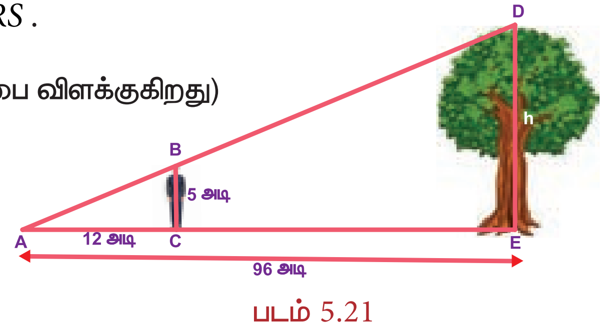
படம் 5.20

அதாவது, அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்கின்றன.

$\therefore$ ப-ப-ப பண்பின் படி, $\Delta PQR \sim \Delta PRS$.

எடுத்துக்காட்டு 5.10 (செ–க–ப வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

ஒரு மனிதனின் உயரத்தாலும் நிழலாலும் அமையும் முக்கோணமானது, அருகிலுள்ள மரத்தின் உயரத்தாலும் அதன் நிழலாலும் அமையும் முக்கோணத்திற்கு வடிவொத்தவையாக உள்ளது எனில், மரத்தின் உயரம் என்ன?



படம் 5.21

தீர்வு:

இங்கு, $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\therefore$ அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்கும். (செ–க–ப பண்பின் படி).

$$\therefore \quad \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{96} = \frac{5}{h}$$

$$\Rightarrow h = \frac{5 \times 96}{12} = 40 \text{ அடி}$$

$\therefore$ மரத்தின் உயரம் 40 அடியாகும்.



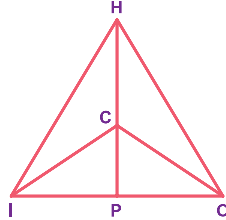
செயல்பாடு

ஆசிரியர் ஓர் அட்டை அல்லது படத்தாளிலிருந்து, பல்வேறு வடிவொத்த மற்றும் சர்வசம முக்கோணங்களை வெட்டியெடுத்து, மாணவர்களிடம், முக்கோணங்களின் மீதுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, எந்தச் சோடி முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை மற்றும் சர்வசமமானவை என்பதைக் காணச் செய்தல் வேண்டும்.

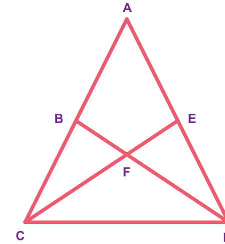
பயிற்சி 5.1

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள சொல் பட்டியலிலிருந்து சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக. (விகிதசமத்தில், வடிவொத்த, ஒத்த, சர்வசம, வடிவம்,பரப்பு, சமமான)
   (i) வடிவொத்த முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்கள் ________ இருக்கும்.
   (ii) வடிவொத்த முக்கோணங்கள் ஒரே ________ பெற்றிருக்கும். ஆனால் ஒரே அளவைப் பெற்றிருக்க வேண்டியதில்லை.
   (iii) ஒரு முக்கோணத்தில் ________ பக்கங்கள் சம கோணங்களுக்கு எதிரே அமையும்.
   (iv) $\equiv$ குறியானது ________ முக்கோணங்களைக் குறிக்கப் பயன்படும்.
   (v) $\sim$ குறியானது ________ முக்கோணங்களைக் குறிக்கப் பயன்படும்.

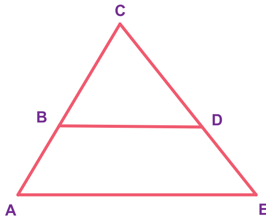
2. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $\angle CIP \equiv \angle COP$ மற்றும் $\angle HIP \equiv \angle HOP$ எனில், $IP \equiv OP$ என நிரூபி.



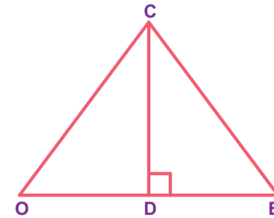
3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், $AC \equiv AD$ மற்றும் $\angle CBD \equiv \angle DEC$ எனில், $\Delta BCF \equiv \Delta EDF$ என நிரூபி.



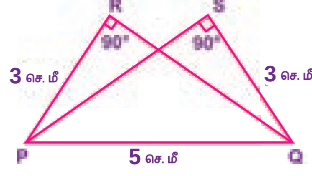
4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், அடிப்பக்கம் BD மற்றும் $\angle BAE \equiv \angle DEA$ ஆகக் கொண்ட ஓர் இருசமபக்க முக்கோணம் ΔBCD எனில், $AB \equiv ED$ என நிரூபி.



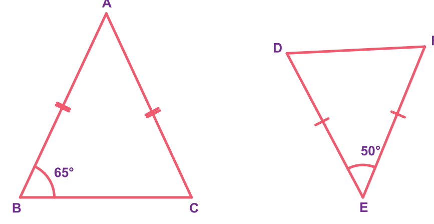
5. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் D ஆனது, OE இன் மையப்புள்ளி மற்றும் $\angle CDE = 90^\circ$ எனில், $\Delta ODC \equiv \Delta EDC$ என நிரூபி.



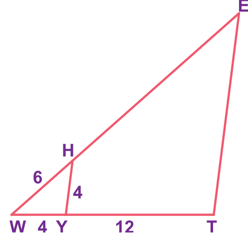
6. $\triangle PRQ \equiv \triangle QSP$ ஆகுமா? ஏன்?



7. கொடுக்கப்பட்ட படத்திலிருந்து $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ என நிரூபி.

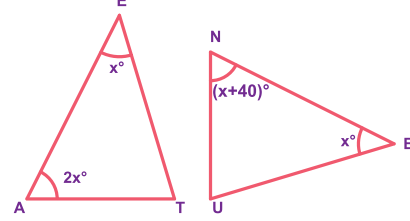


8. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $YH \parallel TE$ $\Delta WHY \sim \Delta WET$ என நிரூபி. மேலும் HE மற்றும் TE ஐக் காண்க.

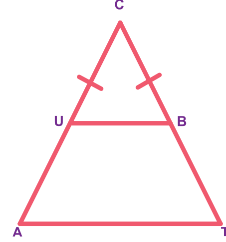




9. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $\Delta EAT \sim \Delta BUN$ எனில், அனைத்துக் கோண அளவுகளையும் காண்க.



10. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $UB \parallel AT$ மற்றும் $CU \equiv CB$ எனில், $\Delta CUB \sim \Delta CAT$ மற்றும் ΔCAT ஆனது ஓர் இருசமபக்க முக்கோணம் என நிரூபி.



கொள்குறிவகை வினாக்கள்

11. இரு வடிவொத்த முக்கோணங்கள் எப்போதும் ________ பெற்றிருக்கும்.

அ) குறுங்கோணங்களைப்   ஆ) விரிகோணங்களைப்
இ)செங்கோணங்களைப்   ஈ) பொருத்தமானக் கோணங்களைப்

12. முக்கோணங்கள் PQR மற்றும் XYZ இல் $\frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{YZ}$ எனில் அவை வடிவொத்த முக்கோணங்களாக இருக்க________ஆகும்.

அ) $\angle Q = \angle Y$ ஆ) $\angle P = \angle Y$ இ) $\angle Q = \angle X$ ஈ) $\angle P = \angle Z$

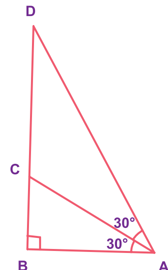
13. 15 மீ உயரமுள்ள ஒரு கொடிக் கம்பமானது காலை 10 மணிக்கு, 3 மீ நீளமுள்ள நிழலை ஏற்படுத்துகிறது. அதே நேரத்தில் ஒரு கட்டடத்தின் நிழலின் நீளமானது 18.6 மீ எனில், கட்டடத்தின் உயரமானது ________ ஆகும்.

அ) 90 மீ   ஆ) 91 மீ   இ) 92 மீ   ஈ) 93 மீ

14. $\Delta ABC \sim \Delta PQR$. $\angle A = 53^\circ$ மற்றும் $\angle Q = 77^\circ$ எனில், $\angle R$ ஆனது ________ ஆகும்.

அ) 50° ஆ) 60° இ) 70° ஈ) 80°

15. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், பின்வரும் கூற்றுகளில் எது சரி?



அ) $AB = BD$ ஆ) $BD < CD$ இ) $AC = CD$ ஈ) $BC = CD$

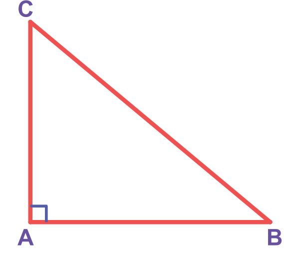
5.3 பிதாகரஸ் தேற்றம்

கிரேக்க கணிதமேதை பிதாகரஸ் (கி.மு (பொ.ஆ.மு) 570–495) அவர்களின் பெயரில் உள்ள பிதாகரஸ் அல்லது பிதாகோரியன் தேற்றமானது, கணிதத்தில் உள்ள அனைத்துத் தேற்றங்களைக் காட்டிலும் மிகவும் முக்கியமான மற்றும் புகழ்வாய்ந்த தேற்றமாகும். வேறெந்தவொரு கணிதத்தேற்றத்தினைக் காட்டிலும், ஆயிரக்கணக்கான ஆண்டுகளாக தொடர்ந்து அதிகமான எண்ணிக்கையில் இதற்குப் பல்வேறு வடிவியல் மற்றும் இயற்கணித நிரூபணங்கள் வழங்கப்பட்டு வருகின்றன.

தேற்றத்தின் கூற்று:

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். அதாவது,

ΔABC இல், $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ஆகும்.

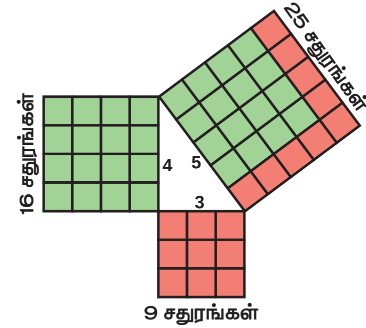


படம் 5.22

காட்சி விளக்கம்:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் 3 அலகுகள், 4 அலகுகள் மற்றும் 5 அலகுகள் பக்க அளவுகள் கொண்ட ஒரு முக்கோணம் உள்ளது. நன்கு அறியப்பட்ட இந்த $3-4-5$ முக்கோணத்திலிருந்து பிதாகரஸ் தேற்றத்தினை, எளிமையாகக் காட்சிப்படுத்தவும் புரிந்து கொள்ளவும் முடியும்.

இப்படத்தில் 3 அலகுகள், 4 அலகுகள் ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட பக்கங்கள் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் ஆகும். 5 அலகுகள் கொண்ட பக்கமானது கர்ணம் என அழைக்கப்படுகிறது. கர்ணம் என்பது செங்கோண முக்கோணத்தின் மிகவும் நீளமான பக்கம் என்பதை நினைவில் கொள்க.



படம் 5.23

இப்போது, 5 அலகுகள் நீளமுள்ள கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவு $5 \times 5 = 25$ சதுர அலகுகள் என்பதை நாம் எளிதில் காண இயலும். மேலும் 3 அலகுகள் மற்றும் 4 அலகுகள் நீளமுள்ள பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்கள் முறையே $3 \times 3 = 9$ சதுர அலகுகள் மற்றும் $4 \times 4 = 16$ சதுர அலகுகள் ஆகிய பரப்பளவுகளைப் பெற்றிருக்கும். எனவே தேற்றத்தின்படி, செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தில் உள்ள ஓரலகு சதுரங்களின் எண்ணிக்கையானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களில் உள்ள ஓரலகு சதுரங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக உள்ளன. வியப்பளிக்கிறதல்லவா?

ஆம். $5\times5 = 3\times3+4\times4$,

அதாவது $25 = 9+16$ என்று சரியாக இருப்பதை நாம் காணலாம்.



5.4 பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் மறுதலை

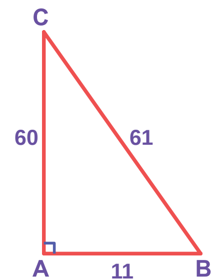
ஒரு முக்கோணத்தின் நீளமான பக்கத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமம் எனில், அந்த முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு:

முக்கோணம் ABC இல்,

$AB^2 + AC^2 = 11^2 + 60^2 = 3721 = 61^2 = BC^2$

எனவே, ΔABC ஆனது ஒரு செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.



படம் 5.24



(i) பிதாகோரியன் தொடர்பை உண்மையாக்கும் வகையில் அமையும் சிறப்பு எண்கள் a, b மற்றும் c ஆனது பிதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதி என அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு : $(3,4,5)$ ஆனது ஒரு பிதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதி ஆகும்.

(ii) k என்பது 1 ஐ விட அதிகமான மிகை முழு மற்றும் (a,b,c) ஆனது பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதி எனில், (ka,kb,kc) என்பதும் பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியாக இருக்கும்.

k	(3,4,5)	(5,12,13)
$2k$	(6,8,10)	(10,24,26)
$3k$	(9,12,15)	(15,36,39)
$4k$	(12,16,20)	(20,48,52)

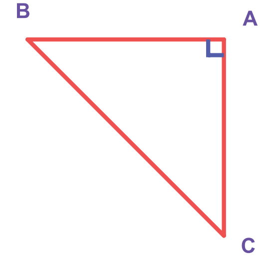
எனவே, ஒரு பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியை 'k' ஆல் பெருக்க, எண்ணற்ற பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதிகளை நாம் பெறலாம்.

இப்போது நாம் பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தித் தீர்வு காணும் வகையில், சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 5.11

படத்தில் $AB \perp AC$ எனில்,

1) ΔABC இன் வகை என்ன?
2) ΔABC இல், AB மற்றும் AC என்பன எவற்றைக் குறிக்கின்றன?
3) CB ஐ எவ்வாறு அழைப்பாய்?
4) $AC = AB$ எனில், $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ ஆகியவற்றின் அளவுகள் என்ன?



படம் 5.25

தீர்வு:

a) A இல் $AB \perp AC$ ஆக இருப்பதால், ΔABC ஆனது ஒரு செங்கோண முக்கோணமாகும்.

b) ΔABC இல், AB மற்றும் AC ஆகியவை செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் ஆகும்.

c) CB என்பது கர்ணம் ஆகும்.

d) $\angle B + \angle C = 90^\circ$ மற்றும் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமம்.

எனவே, $\angle B = \angle C = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

எடுத்துக்காட்டு 5.12

ஒரு செங்கோண முக்கோணமானது 5 செ.மீ, 12 செ.மீ மற்றும் 13 செ.மீ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட பக்கங்களைப் பெற்றிருக்க இயலுமா?

தீர்வு:

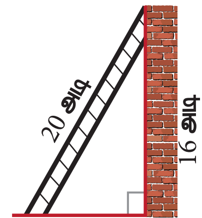
$a = 5$, $b = 12$ மற்றும் $c = 13$ எனக் கொள்க.

இப்போது, $a^2 + b^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2 = c^2$

பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் மறுதலையின்படி, கொடுக்கப்பட்ட பக்க அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் ஒரு செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.13

20 அடி நீளமுள்ள ஏணி, தரையிலிருந்து 16 அடி உயரத்தில் சுவரினைத் தொடுமாறு சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது எனில், சுவரிலிருந்து ஏணியின் அடிப்பகுதியானது எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளது?



படம் 5.26

தீர்வு:

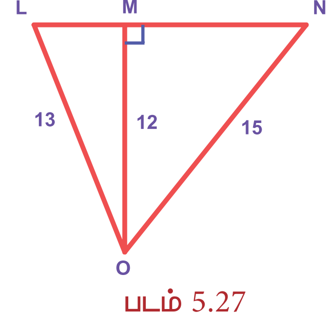
ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவை ஏணியைக் கர்ணமாகக் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்குகிறது. படத்திலிருந்து பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$$20^2 = 16^2 + x^2 \quad \Rightarrow 400 = 256 + x^2 \Rightarrow \quad x^2 = 400 - 256 = 144 = 12^2 \Rightarrow \quad x = 12 \text{ அடி}$$

எனவே, ஏணியின் அடிப்பகுதியானது சுவரிலிருந்து 12 அடி தூரத்தில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 5.14

படத்திலிருந்து LM, MN, LN ஆகியவற்றையும், ΔLON இன் பரப்பளவையும் காண்க.



படம் 5.27

தீர்வு:

ΔLMO இலிருந்து, பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$$LM^2 = OL^2 - OM^2$$

$$\Rightarrow LM^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$$

$$\therefore \quad LM = 5 \text{ அலகுகள்}$$

ΔNMO இலிருந்து, பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$$MN^2 = ON^2 - OM^2$$

$$= 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 = 9^2$$

$$\therefore \quad MN = 9 \text{ அலகுகள்}$$

எனவே, $LN = LM + MN = 5 + 9 = 14$ அலகுகள்

$$\Delta LON \text{ இன் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \times \text{அடிப்பக்கம்} \times \text{உயரம்}$$

$$= \frac{1}{2} \times LN \times OM = \frac{1}{2} \times 14 \times 12$$

$$= 84 \text{ சதுர அலகுகள்.}$$



செயல்பாடு

1. பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியைப் பின்வருமாறு நாம் உருவாக்கலாம்.

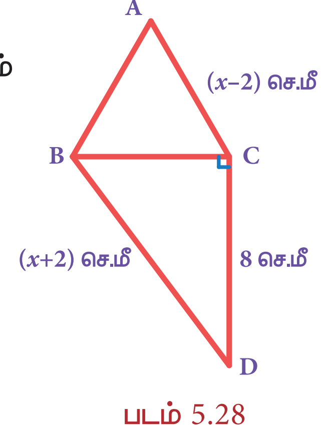
m மற்றும் n ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு மிகை முழுக்கள் என்க $(m > n)$.

$a = m^2 - n^2, b = 2mn$ மற்றும் $c = m^2 + n^2$ எனில், (a, b, c) ஆனது ஒரு பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியாகும். (ஏன்? எனச் சிந்திக்க)

அட்டவணையை நிரப்புக.

m	n	$a = m^2 - n^2$	$b = 2mn$	$c = m^2 + n^2$	பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதி
2	1				
3	2				
4	1	15	8	17	(15, 8, 17)
7	2	45	28	53	(45, 28, 53)

2. கர்ணம் 85 ஆகவும் மற்ற இரு பக்க அளவுகள் முழுக்களாகவும் உடைய செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகளைக் காண்க.



படம் 5.28

எடுத்துக்காட்டு 5.15

ΔABC என்பது ஒரு சமபக்க முக்கோணம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணம் BCD இல் CD ஆனது 8 செ.மீ எனில், சமபக்க ΔABC இன் பக்கம் மற்றும் BD ஐக் காண்க.

தீர்வு:

ΔABC ஒரு சமபக்க முக்கோணம் என்பதால்,
படத்திலிருந்து, $AB=BC=AC=(x-2)$ செ.மீ

$\therefore$ ΔBCD இலிருந்து, பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 \Rightarrow (x+2)^2 = (x-2)^2 + 8^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + 8^2 \Rightarrow 8x = 8^2 \Rightarrow x = 8 \text{ செ.மீ}$$

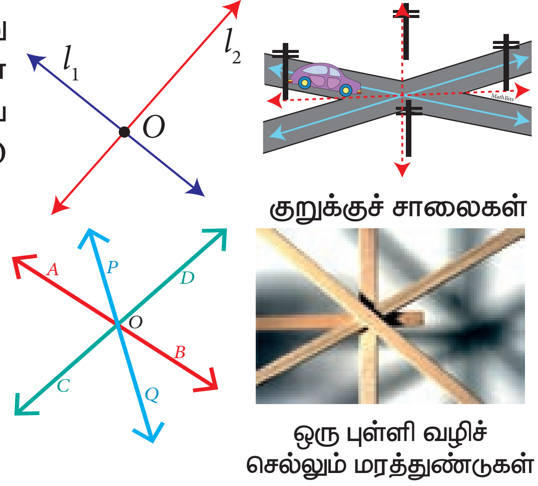
$\therefore$ சமபக்க ΔABC இன் பக்கம் = 6 செ.மீ மற்றும் BD = 10 செ.மீ.

5.5 ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள்

ஒரு தளத்தில் இரு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றையொன்று சந்தித்துக் கொள்ளும்பொழுது, அவை வெட்டும் கோடுகள் என அழைக்கப்படுகிறது. இங்கு, கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவை O என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. இங்கு புள்ளி O ஆனது l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவற்றின் வெட்டுப்புள்ளி எனப்படும்.

மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்டக் கோடுகள் ஒருபுள்ளி வழியாகச் செல்கின்றன எனில், அவை ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் எனப்படும்.

படத்தில் $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ மற்றும் $\overleftrightarrow{PQ}$ ஆகியவை ஒருபுள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் மற்றும் O ஆனது ஒருங்கமைவுப் புள்ளியாகும்.

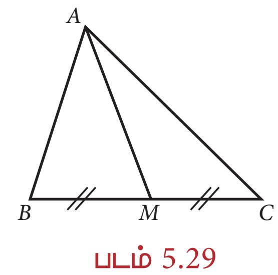


5.6 முக்கோணத்தின் நடுக்கோடு

ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிப் புள்ளியையும் அதன் எதிர்ப்பக்கத்தின் மையப் புள்ளியையும் இணைக்கும் கோடு அம்முக்கோணத்தின் நடுக்கோடு ஆகும்.

படத்தில், AM என்பது ΔABC இன் நடுக்கோடாகும்.

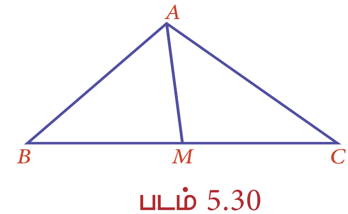
ΔABC இக்கு வேறு ஏதேனும் நடுக்கோடுகள் உள்ளனவா? ஆம், ஒரு முக்கோணத்திற்கு மூன்று உச்சிப் புள்ளிகள் உள்ளதால் மூன்று நடுக்கோடுகளை ஒருவரால் காண இயலும்.



படம் 5.29

எடுத்துக்காட்டு 5.16

படத்தில் ABC என்பது ஒரு முக்கோணம் என்க. AM என்பது அதன் நடுக்கோடுகளில் ஒன்றாகும். BM = 3.5 செ.மீ எனில் பக்கம் BC இன் நீளம் என்ன?



படம் 5.30

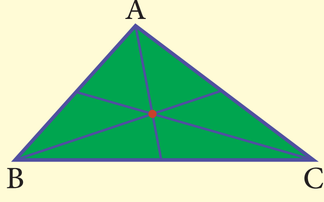
தீர்வு:

AM என்பது நடுக்கோடு ⇒ M ஆனது BC இன் நடுப்புள்ளி ஆகும்.

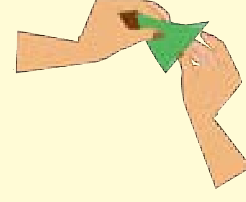
BM = 3.5 செ.மீ எனில், BC = BM இன் நீளத்தைப்போல் இருமடங்கு = 2 × 3.5 செ.மீ = 7 செ.மீ.



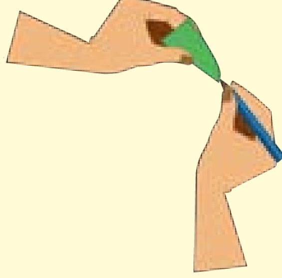
செயல்பாடு



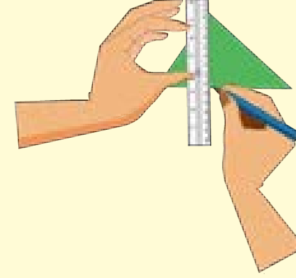
1. முக்கோண வடிவ காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்க (குறுங்கோண முக்கோணத்தைக் கொண்டு தொடங்குவோம்). அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.



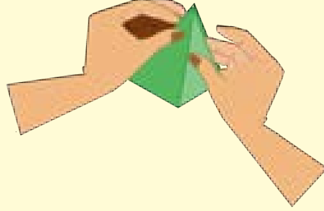
2. மடிப்புக் கோடானது உச்சிப்புள்ளி A வழியாகவும், B ஆனது C இன் மேல் பொருந்தும் நிலையில் BC ஐ சந்திக்குமாறும் காகிதத்தினை மடிக்க



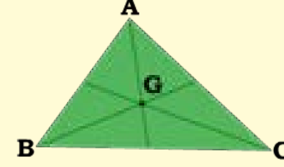
3. BC இன் மையப்புள்ளி M ஐக் குறிக்க.



4. தெளிவாகக் காண விரும்பினால், இப்போது நீங்கள் நடுக்கோடு AM ஐ வரைந்து கொள்ளலாம் (அல்லது மடிப்பாகவே இருக்கலாம்).



5. இதேபோன்று மடித்து, மற்ற இரண்டு நடுக்கோடுகளையும் வரைக.



6. அனைத்து நடுக்கோடுகளும் ஒரேபுள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

இப்போது இதே செயல்பாட்டினை மீண்டும் விரிகோண மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களுக்கும் செய்க. உங்களின் முடிவு என்ன?

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

5.6.1 நடுக்கோட்டு மையம்



ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். இது **G** என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. இது புவிஈர்ப்பு மையமாகத் திகழ்வது ஒரு வியப்பாகும். இந்த உண்மையை ஒருவர் எளிதில் சரிபார்க்கலாம். முக்கோண வடிவில் உள்ள ஓர் அட்டையை எடுத்துக்கொள்க. அதன் நடுக்கோட்டு மையத்தினை விரல் நுனியிலோ அல்லது பென்சிலின் நுனியிலோ வைப்பதன் மூலம் அம்முக்கோணத்தைக் கிடைமட்டமாக நிலைநிறுத்த இயலும்.

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தைக் காண மூன்று நடுக்கோடுகளையும் காண வேண்டுமா? இப்போது, பின்வரும் வினாக்களுக்கான விடைகளை நீங்களாகவே ஆராயலாம்.

(i) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தை எவ்வாறு காண்பீர்கள்?

(ii) நடுக்கோட்டு மையமானது உச்சிப் புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ளனவா?

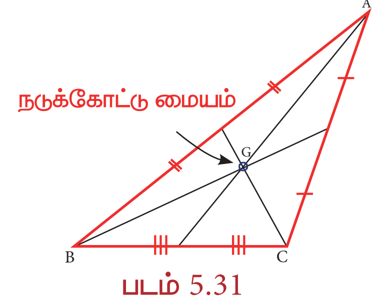
(iii) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் எப்போதும் அதன் உள்பகுதியிலேயே அமைகிறதா?

(iv) (அ) இருசமபக்க முக்கோணம் (ஆ) சமபக்க முக்கோணம்
ஆகியவற்றின் நடுக்கோடுகளில் ஏதேனும் சிறப்புத்தன்மை உள்ளனவா?

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தின் பண்புகள்:

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தின் அமைவிடமானது சில சிறப்புப் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது.

- எப்போதும் அது முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமைகிறது.
- எந்தவொரு முக்கோணப்படலத்திற்கும் புவிஈர்ப்பு மையமாகத் திகழ்வதை நாம் ஏற்கனவேப் பார்த்திருக்கிறோம்.
- கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தை உற்றுநோக்குக. ஒவ்வோர் உச்சிப் புள்ளியிலிருந்தும் Gஇக்கு வரையப்பட்டுள்ள கோடுகள் $\triangle ABG$, $\triangle BCG$ மற்றும் $\triangle CAG$ ஆகிய மூன்று முக்கோணங்களை உருவாக்குகிறது. வியக்கத்தக்க வகையில், இந்த மூன்று முக்கோணங்களும் சம பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளன.

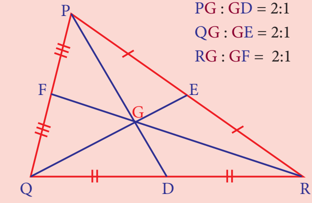


படம் 5.31

முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் அதனை சம பரப்பளவுள்ள மூன்று சிறிய முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கும்!



முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும், உச்சிப் புள்ளிக்கு அருகாமையில் இருக்கும் கோட்டுத்துண்டு மற்றொன்றைப் போல் இருமடங்காக உள்ளவாறு இரண்டாகப் பிரிக்கிறது.



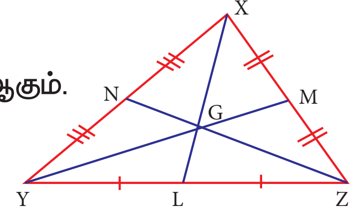
அதாவது, நடுக்கோட்டு மையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும் 2:1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது (எடுத்துக்காட்டாக, GD ஆனது PD இல் $\frac{1}{3}$ பங்காகும்).
(காகிதமடிப்பு முறையில் இதனைச் சரிபார்க்க முயற்சி செய்).

எடுத்துக்காட்டு 5.17

படத்தில், G ஆனது முக்கோணம் XYZ இன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும்.

(i) $GL = 2.5$ செ.மீ எனில், XL இன் நீளம் காண்க.

(ii) $YM = 9.3$ செ.மீ எனில், GM இன் நீளம் காண்க.



படம் 5.32

தீர்வு:

(i) G ஆனது நடுக்கோட்டு மையம் என்பதால், $XG : GL = 2 : 1$

$$\Rightarrow XG : 2.5 = 2 : 1.$$

எனவே, $1 \times (XG) = 2 \times (2.5) \Rightarrow XG = 5$ செ.மீ ஆகும்.

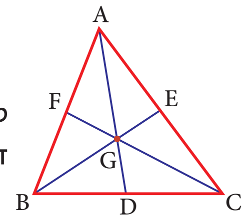
$\therefore$ XL இன் நீளம் $= XG + GL = 5 + 2.5 = 7.5$ செ.மீ.



(ii) YG இன் நீளம் இரண்டு பங்கு எனில், GM இன் நீளம் 1 பங்கு ஆகும் (ஏன்?).
அதாவது YM இன் நீளம் 3 பங்குகள் ஆகும்.
3 பங்குகள் என்பது 9.3 செ.மீ நீளம் ஆகும். ஆகவே, GM இன் நீளம் (1பங்கு) $= 9.3 \div 3 = 3.1$ செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 5.18

ABC ஆனது ஒரு முக்கோணம் மற்றும் G ஆனது அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். AD=12 செ.மீ, BC=8 செ.மீ மற்றும் BE=9 செ.மீ எனில், $\triangle BDG$ இன் சுற்றளவைக் காண்க.



படம் 5.33

தீர்வு:

ABC ஆனது ஒரு முக்கோணம் மற்றும் G ஆனது அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும்.

$AD = 12$ செ.மீ $\Rightarrow GD =$ AD இல் $\frac{1}{3}$ பங்கு $= \frac{1}{3}(12) = 4$ செ.மீ மற்றும்

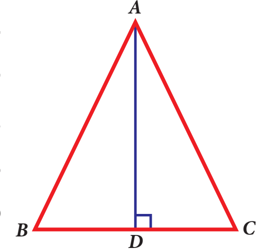
$BE = 9$ செ.மீ $\Rightarrow BG =$ BE இல் $\frac{2}{3}$ பங்கு $= \frac{2}{3}(9) = 6$ செ.மீ

மேலும், D என்பது BC இன் மையப்புள்ளி $\Rightarrow BD =$ BC இல் $\frac{1}{2}$ பங்கு $= \frac{1}{2}(8) = 4$ செ.மீ.

$\therefore \Delta BDG$ இன் சுற்றளவு $= BD+GD+BG = 4+4+6 = 14$ செ.மீ

5.7 முக்கோணத்தின் செங்குத்துக்கோடு

முக்கோணத்தின் உயரம் என்று அறியப்படும் முக்கோணத்தின் செங்குத்துக்கோடு என்பது முக்கோணத்தின் உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்திற்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் கோடாகும். செங்குத்துக் கோடானது முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்தின் மீது செங்கோணத்தை உருவாக்குகிறது. இங்கு ΔABC இல் AD ஆனது செங்குத்துக்கோடுகளில் ஒன்றாகும். அதாவது, $AD \perp BC$.



படம் 5.34



செயல்பாடு

1. ஒரு குறுங்கோண முக்கோண வடிவில் வெட்டப்பட்டுள்ள காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்க, அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.	2. முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கமானது அதன் மீது பொருந்துமாறும் அப்பக்கத்திற்கு எதிரேயுள்ள உச்சியைப் பெற்றிருக்குமாறும் அம்முக்கோணத்தை மடிக்க.	3. நீங்கள் செங்குத்துக்கோட்டை தெளிவாகக் காண விரும்பினால் இப்போது நீங்கள் செங்குத்துக்கோடு AM ஐ வரைந்து கொள்ளலாம்.

இதேபோன்று மற்ற இரு பக்கங்களின் செங்குத்துக்கோடுகளையும் காண்க. மேலும், உங்கள் ஆசிரியரின் உதவியுடன் செங்கோண மற்றும் விரிகோண முக்கோணங்களின் செங்குத்துக்கோடுகளையும் காண்க. ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்துச் செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழியாகச் செல்கின்றனவா?

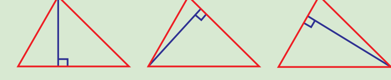
எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

அவ்வாறு சந்திக்கும் புள்ளியானது அதன் செங்கோட்டுமையம் ஆகும். இது H என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.



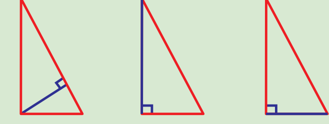
சிந்திக்க

1. **குறுங்கோண முக்கோணத்தில்**, மூன்று செங்குத்துக் கோடுகளும் முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும். அதன் செங்கோட்டு மையம் எங்கு அமையும்? முக்கோணத்தின் உள்பகுதியில் அமையுமா? அல்லது வெளிப்பகுதியில் அமையுமா?



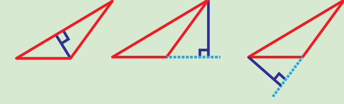
குறுங்கோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

2. **செங்கோண முக்கோணத்தில்**, கர்ணத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள செங்குத்துக்கோடானது உள்பகுதியிலும், மற்ற இரண்டு செங்குத்துக்கோடுகள் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களாகவும் அமையும். இவ்வகை முக்கோணங்களுக்குச் செங்கோட்டுமையம் எங்கு அமையும் எனக் கூற இயலுமா?



செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

3. **விரிகோண முக்கோணத்தில்**, விரிகோணத்தைத் தாங்கும் உச்சியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும் குறுங்கோணங்களைத் தாங்கும் உச்சிகளிலிருந்து வரையப்படும் மற்ற இரு செங்குத்துக்கோடுகள் முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும் அமையும். இவ்வகை முக்கோணங்களுக்குச் செங்கோட்டு மையம் எங்கு அமையும் எனக் கூற இயலுமா?



விரிகோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

5.8 முக்கோணத்தின் மையக்குத்துக்கோடுகள்

பின்வரும் கருத்துக்களை நாம் முதலில் நினைவு கூர்வோம்.

குத்துக்கோடு	மையக்கோடு (இருசமவெட்டி)	மையக்குத்துக்கோடு
l, 90°, A, P, B	l_1, P, M, Q	l_2, 90°, X, M, Y
$\overline{AB}$ என்பது ஒரு கோட்டுத்துண்டு. l ஆனது $\overline{AB}$ இக்குச் செங்குத்து. P என்பது குத்துக்கோட்டின் அடியாகும். இங்கு, $\overline{AP} \neq \overline{PB}$ என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.	$\overline{PQ}$ என்பது ஒரு கோட்டுத் துண்டு. l_1 ஆனது $\overline{PQ}$ இன் மையக்கோடு. M என்பது $\overline{PQ}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். l_1 ஆனது $\overline{PQ}$ இக்குச் செங்குத்தாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.	$\overline{XY}$ என்பது ஒரு கோட்டுத்துண்டு. l_2 ஆனது $\overline{XY}$ இன் மையக்கோடு. மேலும், l_2 என்பது $\overline{XY}$ இக்குச் செங்குத்து. M ஆனது $\overline{XY}$ இன் மையப்புள்ளி.

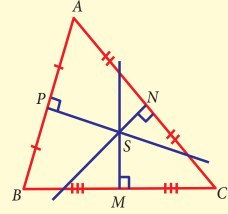
முக்கோணம் ABC ஐக் கருத்தில் கொள்க. அதற்கு மூன்று பக்கங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் ஒரு மையக்குத்துக்கோட்டினைப் பின்வருமாறு நீங்கள் பெற இயலும்.

பக்கம் BC இன் மையக் குத்துக்கோடு	பக்கம் AC இன் மையக் குத்துக்கோடு	பக்கம் AB இன் மையக்குத்துக்கோடு
M என்பது $\overline{BC}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். M இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.	N என்பது $\overline{AC}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். N இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.	P என்பது $\overline{AB}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். P இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று மையக்குத்துக் கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகளாக அமைவது வியப்பிற்குரியது!



செயல்பாடு



காகித மடிப்பு முறையில் முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்வதை நாம் காண இயலும். முயற்சி செய்க!

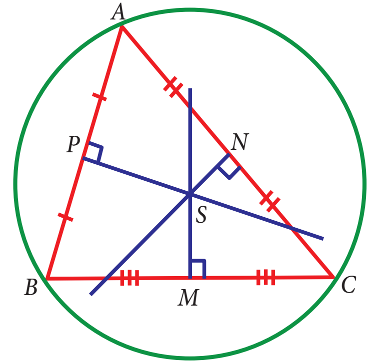
எந்தவொரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகளாகும்.

நடுக்கோட்டு மையம் காண்பதற்குச் செய்ததைப் போன்றே, குறுங்கோண, விரிகோண, செங்கோண, இருசமபக்க மற்றும் சமபக்க முக்கோணம் போன்ற வெவ்வேறு வகை முக்கோணங்களுக்கும் இச்செயல்பாட்டினை மீண்டும் செய்க. இவ்வகையில் சமபக்க முக்கோணங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் ஏதேனும் சிறப்புத் தன்மையைப் பெற்றுள்ளனவா?

5.8.1 சுற்றுவட்ட மையம்

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் சுற்றுவட்ட மையம் ஆகும். இது S என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. அது ஏன் அவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது?

ஏனெனில், முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியை சுற்றுவட்ட மையமாகக் கொண்டு, அம்முக்கோணத்தின் மூன்று உச்சிப்புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லுமாறு முக்கோணத்தினைச் சுற்றிலும் ஒருவரால் வட்டத்தினை வரைய இயலும். இவ்வாறு, சுற்றுவட்ட மையமானது முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அமைந்துள்ளது.



படம் 5.35



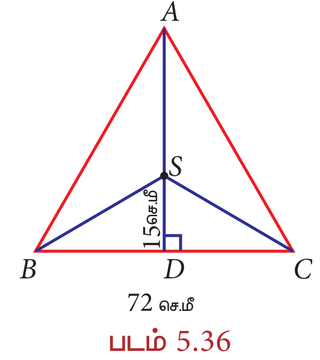
செயல்பாடு

காகித மடிப்பு முறையில் பின்வருவனவற்றைச் சரியானவையா என ஆராய்க:

1. குறுங்கோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையமானது அம்முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும்.
2. விரிகோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையானது அம்முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலேயே அமையும்.
3. செங்கோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையானது அம்முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மையப்புள்ளியில் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.19

ΔABC இல், S என்பது சுற்றுவட்ட மையம், BC = 72 செ.மீ மற்றும் DS = 15 செ.மீ எனில் சுற்றுவட்டத்தின் ஆரத்தைக் காண்க.



படம் 5.36

தீர்வு:

ΔABC இல் S என்பது சுற்றுவட்டமையமாகும் என்பதால், அது A, B மற்றும் C இலிருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும். ஆகவே AS = BS = CS = சுற்றுவட்டத்தின் ஆரம். AD ஆனது BC இன் மையக்குத்துக்கோடு என்பதால், $BD = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 72 = 36$ செ.மீ

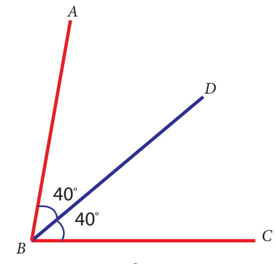
செங்கோண முக்கோணம் BDS இல், பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$BS^2 = BD^2 + SD^2 = 36^2 + 15^2 = 1521 = 39^2 \Rightarrow BS = 39$ செ.மீ

$\therefore \ \Delta ABC$ இன் சுற்றுவட்டத்தின் ஆரம் = 39 செ.மீ ஆகும்.

5.9 முக்கோணத்தின் கோண இருசமவெட்டிகள்

முந்தைய வகுப்பில், கோண இருசமவெட்டிகளைப் பற்றி நாம் கற்றிருக்கிறோம். கோண இருசமவெட்டி என்பது ஒரு கோணத்தை இரண்டு சமஅளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கும் கோடு அல்லது கதிர் ஆகும். படத்தில், $\angle ABC$ ஆனது BD என்ற கோட்டின் மூலம் $\angle ABD = \angle CBD$ என இருக்குமாறு இருசம கோணங்களாகப் பிரிக்கப்படுகிறது.



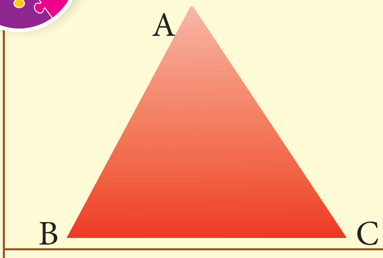
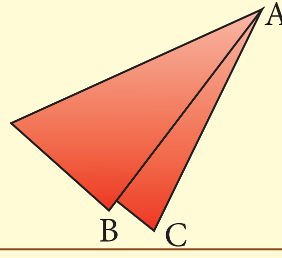
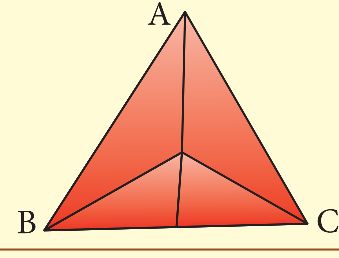
படம் 5.37

முக்கோணம் ABC ஐக் கருத்தில் கொள்க. ஒரு முக்கோணம் எத்தனை கோணங்களைப் பெற்றிருக்கிறது? 3 கோணங்கள். ஒவ்வொரு கோணத்திற்கும் ஒரு கோண இருசமவெட்டியைப் பின்வருமாறு நீங்கள் பெற இயலும்.

A, B, C, D	A, B, C, E	A, B, C, F
AD ஆனது $\angle A$ ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே, அது $\angle A$ இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.	BE ஆனது $\angle B$ ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே அது $\angle B$ இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.	CF ஆனது $\angle C$ ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே அது $\angle C$ இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.



செயல்பாடு

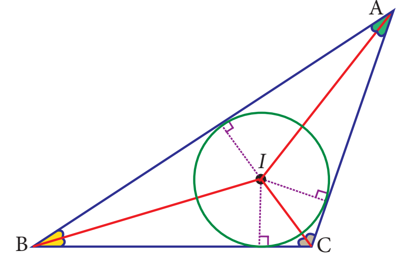
		
1. முக்கோண வடிவில் வெட்டப்பட்டுள்ளக் காகிதத்தினை எடுத்துக்கொள்க. அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.	2. எதிர்ப்பக்கங்கள் ஒன்றன்மீது ஒன்று பொருந்துமாறும், உச்சிப்புள்ளியைப் பெற்றிருக்குமாறும் முக்கோணத்தினை மடிக்க. இதேபோன்று மீண்டும் செய்து மற்ற இரண்டு கோணங்களின் கோண இருசமவெட்டிகளைக் காண்க.	3. அனைத்து மடிப்புக் கோடுகளையும் வரைக. அனைத்துக் கோண இருசம வெட்டிகளும் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

இதே செயல்பாட்டினை மீண்டும் விரிகோண மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களுக்கும் செய்து பார்க்கவும். உங்களின் முடிவு என்ன? அனைத்து வகை முக்கோணங்களிலும், கோண இருசமவெட்டிகள் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா? ஆம்,

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோண இருசமவெட்டிகளும் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

5.9.1 உள்வட்ட மையம்

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அம்முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையம் எனப்படும். இது I என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.



படம் 5.38

ஏன் அவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது? ஏனெனில், கோணங்களின் இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு, ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களையும் உட்புறமாகத் தொட்டுச் செல்லுமாறு அம்முக்கோணத்தினுள் வட்டம் வரைய இயலும். முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையத்திலிருந்து அதன் ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டின் நீளம் சமமாக இருக்கும். இவ்வாறு உள்வட்ட மையமானது முக்கோணத்தின் அனைத்து பக்கங்களுக்கும் சமதூரத்தில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 5.20

முக்கோணம் PQR இன் உள்வட்ட மையத்தினைக் கண்டறிக.

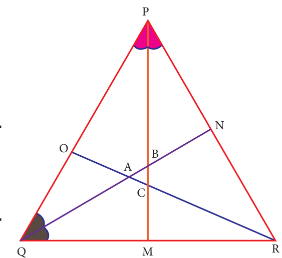
தீர்வு:

முக்கோணத்தின் உள்வட்ட மையமானது அதன் கோணங்களின் இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளி ஆகும்.

இங்கு PM மற்றும் QN ஆகியவை முறையே $\angle P$ மற்றும் $\angle Q$ இன் கோண இருசமவெட்டிகள் ஆகும். அவை B இல் வெட்டிக்கொள்கின்றன.

எனவே, முக்கோணம் PQR இன் உள்வட்ட மையம் B ஆகும்.

A மற்றும் C ஆகியவை ΔPQR இன் உள்வட்ட மையங்களாகுமா? ஏன்?



படம் 5.39

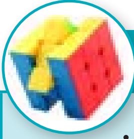


கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணத்தின் வகையைப் பொறுத்து நடுக்கோட்டு மையம், செங்கோட்டுமையம், சுற்றுவட்டமையம் மற்றும் உள்வட்டமையம் ஆகியவற்றின் அமைவிடங்கள் வேறுபடுகின்றன. அவற்றின் அமைவிடங்களை எளிதில் நினைவில் கொள்ள பின்வரும் குறிப்புகள் நமக்கு உதவியாக இருக்கும்.

(i) அனைத்து வகை முக்கோணங்களுக்கும், நடுக்கோட்டுமையமும் (G) உள்வட்ட மையமும் (I) முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும்.

(ii) செங்கோட்டுமையமானது (H) குறுங்கோண முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும், விரிகோண முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும், செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்கோணம் $(90°)$ அமையும் உச்சியின் மீதும் அமையும்.

(iii) சுற்றுவட்டமையமானது (S), குறுங்கோண முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும், விரிகோண முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும், செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீதும் அமையும்.



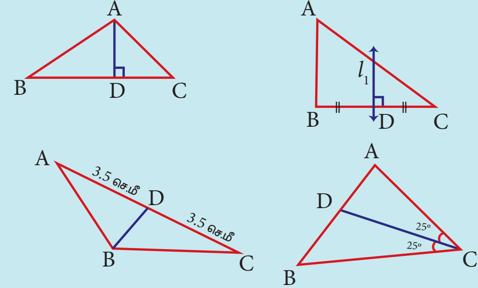
இவற்றை முயல்க

ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோடுகளின் வகைகளை அடையாளம் காண்க.

(நடுக்கோடு, செங்குத்துக்கோடு, மையக்குத்துக்கோடு, கோண இருசமவெட்டி)

(i) AD =__________ (ii) l_1 =__________

(iii) BD =__________ (iv) CD =__________





செயல்பாடு

1. காகித மடிப்பு முறையில் சமபக்க முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையம், செங்கோட்டு மையம், சுற்றுவட்டமையம் மற்றும் உள்வட்டமையம் ஆகியவற்றைக் காண்க. அவை ஒரே புள்ளியில் அமைகிறதா?
2. காகித மடிப்பு முறையில் ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையம் (G), செங்கோட்டு மையம் (H), சுற்றுவட்டமையம் (S) மற்றும் உள்வட்டமையம் (I) ஆகியவற்றைக் காண்க. G, H, S மற்றும் I ஐ இணைக்க. அவை ஒரு கோடமைப் புள்ளிகளா?

பயிற்சி 5.2

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

(i) ΔPQR இல், $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ எனில், ΔPQR இல் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் உச்சி ____________ ஆகும்.

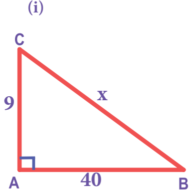
(ii) 'l' மற்றும் 'm' ஆகியவை செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் மற்றும் n ஆனது செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் எனில், l^2 = ____________.

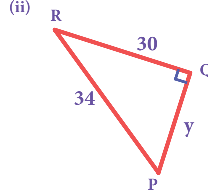
(iii) ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் 5:12:13 என்ற விகிதத்தில் இருந்தால், அது ஒரு ____________ முக்கோணம் ஆகும்.

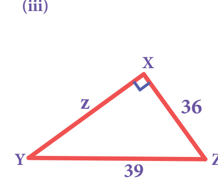
(iv) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி ____________ ஆகும்.

(v) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும் __________ விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது.

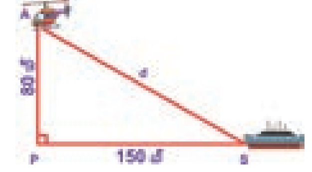
2. **சரியா அல்லது தவறா எனக் கூறுக:**
   (i) 8, 15, 17 ஆனது ஒரு பிதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதியாகும்.
   (ii) செங்கோண முக்கோணத்தில், மிக நீளமான பக்கம் கர்ணம் ஆகும்.
   (iii) எந்தவொரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமும் உள்வட்டமையமும் அம்முக்கோணத்தின் உள்பகுதியில் அமையும்.
   (iv) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமும், செங்கோட்டுமையமும், உள்வட்ட மையமும் ஒரு கோடமைவுப் புள்ளிகள் ஆகும்.
   (v) ஒரு முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையமானது அதன் அனைத்து உச்சிப்புள்ளிகளிலிருந்தும் சமதூரத்தில் உள்ளது.
3. பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பக்கங்கள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களாகுமா? என்பதைச் சரிபார்க்க.
   (i) 8,15,17 (ii) 12,13,15 (iii) 30,40,50 (iv) 9,40,41 (v) 24,45,51
4. பின்வரும் முக்கோணங்களில் தெரியாத பக்கங்களைக் காண்க.



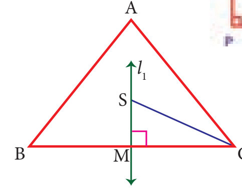




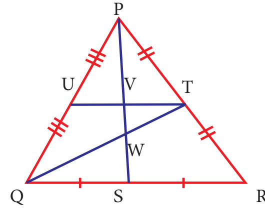
5. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தில் சமபக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் 13 செ.மீ மற்றும் அடிப்பக்கம் 24 செ.மீ எனில், அதன் உயரத்தைக் காண்க.
6. படத்தில் வானூர்திக்கும் கப்பலுக்கும் இடையே உள்ள தூரத்தைக் காண்க.



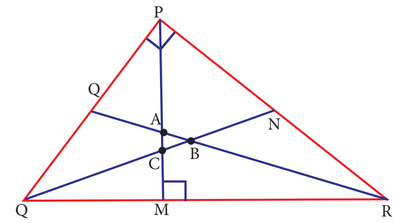
7. முக்கோணம் ABC இல், BC இன் மையக்குத்துக்கோடு l_1 ஆகும். BC=12 செ.மீ, SM=8 செ.மீ எனில் CS ஐக் காண்க.



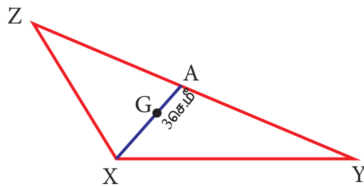
8. ΔPQR இன் நடுக்கோட்டுமையத்தைக் கண்டறிக.



9. ΔPQR இன் செங்கோட்டுமையத்தைக் கண்டறிக.

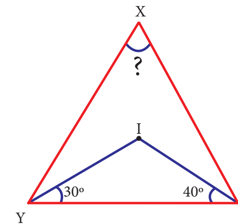


10. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், YZ இன் மையப்புள்ளி A மற்றும் G ஆனது முக்கோணம் XYZ இன் நடுக்கோட்டுமையம் ஆகும். GA இன் நீளம் 3 செ.மீ எனில் XA ஐக் காண்க.



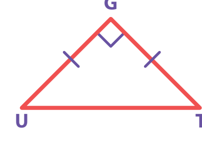


11. ΔXYZ இன் உள்வட்ட மையம் I, $\angle IYZ = 30°$ மற்றும் $\angle IZY = 40°$ எனில் $\angle YXZ$ ஐக் காண்க.



கொள்குறிவகை வினாக்கள்

12. ΔGUT ஆனது ஓர் இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணம் எனில் $\angle TUG$ என்பது ___________ ஆகும்.



(அ) 30° (ஆ) 40° (இ) 45° (ஈ) 55°

13. 12 செ.மீ மற்றும் 16 செ.மீ பக்க அளவுகளைக் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் ___________ ஆகும்.

(அ) 28 செ.மீ (ஆ) 20 செ.மீ (இ) 24 செ.மீ (ஈ) 21 செ.மீ

14. நீளம் 21 செ.மீ மற்றும் மூலைவிட்டம் 29 செ.மீ அளவுடைய ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு ___________.

(அ) 609 செ.மீ² (ஆ) 580 செ.மீ² (இ) 420 செ.மீ² (ஈ) 210 செ.மீ²

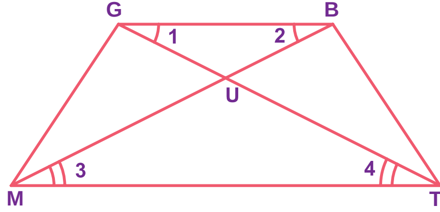
15. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் விகிதம் 5:12:13 மற்றும் அதன் சுற்றளவு 120 அலகுகள் எனில், அதன் பக்கங்கள்____________ ஆகும்.

(அ) 25, 36, 59 (ஆ) 10,24,26 (இ) 36, 39, 45 (ஈ) 20,48,52

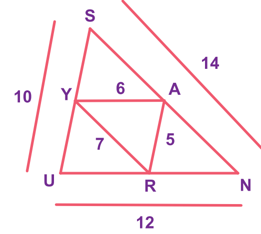
பயிற்சி 5.3

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

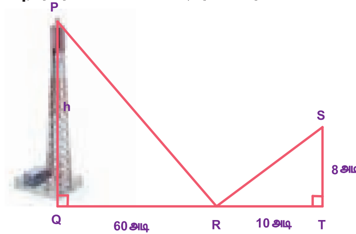
1. படத்தில் $\angle 1 \equiv \angle 2$ மற்றும் $\angle 3 \equiv \angle 4$ ஆகும் எனில், $\Delta MUG \equiv \Delta TUB$ என நிரூபி.



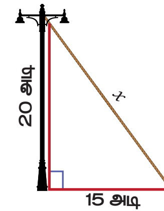
2. படத்திலிருந்து, $\Delta\ SUN \sim \Delta\ RAY$ என நிரூபி.



3. ஒரு கோபுரத்தின் உச்சியானது தரையில் R என்ற இடத்தில் உள்ள ஒரு கண்ணாடியின் மூலம் பிரதிபலித்து பார்க்கப்படுகிறது. $\Delta PQR \sim \Delta STR$ எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



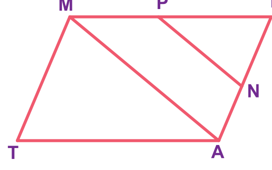
4. படத்தில், ஒரு கம்பத்தினைத் தரையுடன் நிலைநிறுத்தத் தேவையான கம்பியின் நீளம் என்ன?



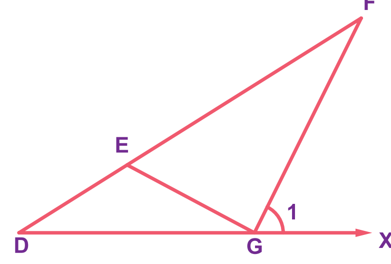
5. ரித்திகா என்பவர் 25 அங்குலம் திரை (screen) கொண்ட ஓர் எல்.இ.டி (LED) தொலைக்காட்சியை வாங்குகிறார். அதன் உயரம் 7 அங்குலம் எனில், திரையின் அகலம் என்ன? மேலும், அவளது தொலைக்காட்சிப் பெட்டகம் 20 அங்குலம் அகலம் கொண்டது எனில், தொலைக்காட்சியை அந்த பெட்டகத்தினுள் வைக்க இயலுமா? காரணம் கூறுக.

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. படத்தில், $\angle TMA \equiv \angle IAM$ மற்றும் $\angle TAM \equiv \angle IMA$. P ஆனது MI இன் மையப்புள்ளி மற்றும் N ஆனது AI இன் மையப்புள்ளி எனில், $\Delta PIN \sim \Delta ATM$. என நிரூபி.

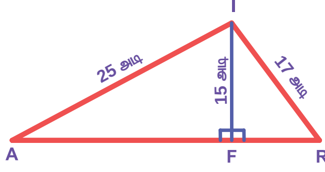


7. படத்தில் $\angle FEG \equiv \angle 1$ எனில், $DG^2 = DE.DF$ என நிரூபி.



8. ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் 12 செ.மீ மற்றும் 16 செ.மீ எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க. (குறிப்பு: சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருசமக் கூறிடும்).

9. படத்தில், AR ஐக் காண்க.



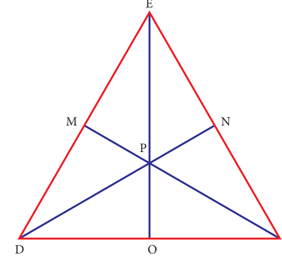
10. ΔDEF இல், DN, EO, FM ஆகியவை நடுக்கோடுகள் மற்றும் புள்ளி P ஆனது நடுக்கோட்டுமையம் ஆகும். எனில் பின்வருவனற்றைக் காண்க.

(i) DE=44 எனில் DM = ?

(ii) PD=12 எனில் PN = ?

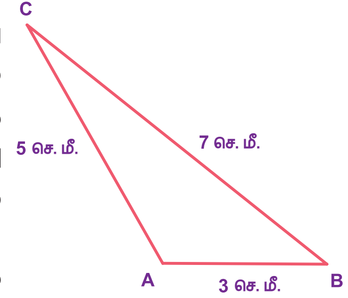
(iii) DO =8 எனில் FD = ?

(iv) OE=36 எனில் EP = ?

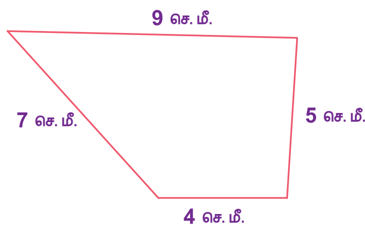


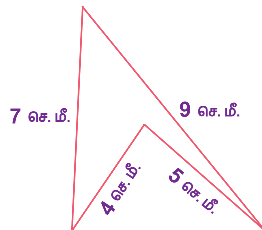
5.10 நாற்கரங்கள் வரைதல்

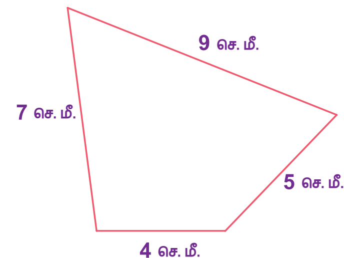
முக்கோணங்கள் வரையும் முறையை நாம் ஏற்கனவே கற்றிருக்கிறோம். மூன்று பக்கங்கள் கொண்டு உருவாக்கப்படும் பலகோணம் முக்கோணம் ஆகும். ஒரு முக்கோணம் வரைவதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற மூன்று அளவுகள் தேவை. மேலும், மூன்று பக்கங்கள் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் வரையும் போது, ஒரேயொரு வாய்ப்பு மட்டும் உள்ளது. உதாரணமாக, 3 செ.மீ, 5 செ.மீ. மற்றும் 7 செ.மீ. ஆகிய பக்கங்களைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணத்தை வரைவதற்கு ஒரேயொரு வாய்ப்பு மட்டுமே உள்ளது.



இப்போது, நாற்கரங்களை எடுத்துக்கொள்வோம். நாற்கரமானது நான்கு பக்கங்களால் உருவாக்கப்படும் ஒரு பலகோணம் அல்லவா! ஆனால், நான்கு பக்கங்களைக் கொண்டு நாற்கரம் வரைந்தால் அவை ஒன்றாக இல்லாமல், வெவ்வேறான வடிவில் இருக்கலாம். உதாரணமாக 4 செ.மீ, 5 செ.மீ, 7 செ.மீ. மற்றும் 9 செ.மீ. ஆகிய பக்க அளவுகளைக் கொண்டு வரையப்பட்ட சில நாற்கரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.





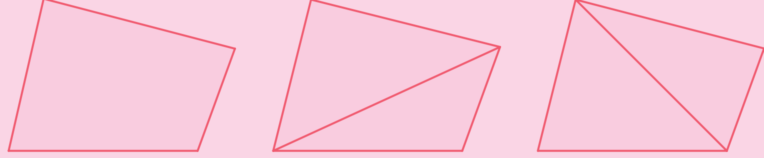


எனவே, ஒரு குறிப்பிட்ட நாற்கரம் வரைவதற்கு, 5–ஆவதாக மற்றொரு அளவு தேவைப்படுகிறது. அது மூலைவிட்டமாகவோ அல்லது கோணமாகவோ இருக்கலாம். அது மட்டுமின்றி நான்கு பக்கங்களில் 2 அல்லது 3 பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தாலும், மூலைவிட்டங்கள் மற்றும் கோணங்களைப் பயன்படுத்தி நாற்கரங்களை வரைய இயலும்.



குறிப்பு

ஒரு மூலைவிட்டத்தை வரைவதன் மூலம் எந்தவொரு நாற்கரத்தையும் இரண்டு முக்கோணங்களாக நம்மால் பிரிக்க இயலும்.

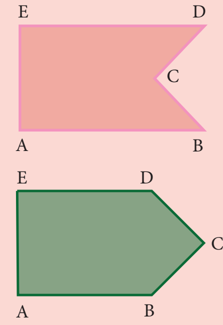


படத்தில், ஒரு நாற்கரமானது அதன் மூலைவிட்டங்களால் இரண்டு வழிகளில் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே, ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டால், இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் அந்த மூலைவிட்டம் ஆகிய அளவுகளைக் கொண்டு கீழ்ப்புறத்தில் உள்ள முக்கோணத்தை முதலில் வரைய வேண்டும். பிறகு, மற்ற இரண்டு அளவுகளைக் கொண்டு மேற்புற முக்கோணத்தை வரைவதன் மூலம் தேவையான நாற்கரத்தைப் பெறலாம்.

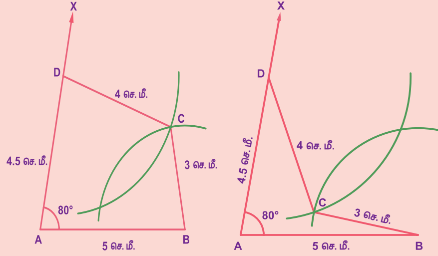


(i) • ஒரு பலகோணத்தின் ஏதேனும் ஒரு உட்கோணம் $180°$இக்கு அதிகமாக இருந்தால், அது குழிவுப் பலகோணம் ஆகும். கொடுக்கப்பட்ட பலகோணத்தில், உட்கோணம் C ஆனது $180°$ஐ விட அதிகமாக உள்ளது.

- ஒரு பலகோணத்தின் அனைத்து உட்கோணங்களும் $180°$ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால், அது குவிவுப் பலகோணம் ஆகும். கொடுக்கப்பட்ட பலகோணத்தில், அனைத்து உட்கோணங்களும் $180°$ஐ விடக் குறைவாக உள்ளன.



(ii) பின்வரும் நாற்கரங்களை கவனிக்க.



குவிவு நாற்கரம் குழிவு நாற்கரம்

படத்தில் உள்ளவாறு, ஒத்த அளவுகளைக் கொண்டு இரண்டு வகையான நாற்கரங்களை வரைய முடிந்தாலும், இந்த இயலில் குழிவு நாற்கரங்கள் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளப்படவில்லை. எனவே, குவிவு நாற்கரங்கள் மட்டுமே இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



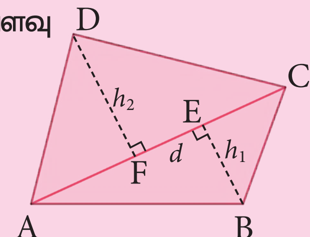
குறிப்பு

நாற்கரம் ABCD இல் AC என்பது மூலைவிட்டம் (d), BE (h_1) மற்றும் DF (h_2) ஆகியவை முறையே முனைகள் B மற்றும் D இலிருந்து மூலைவிட்டம் AC இக்கு வரையப்பட்ட செங்குத்துக்கோடுகள் எனில்,

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு = ΔABC இன் பரப்பளவு + ΔACD இன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BE + \frac{1}{2} \times AC \times FD$$

$$= \frac{1}{2} \times d \times h_1 + \frac{1}{2} \times d \times h_2 = \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) \text{ ச.அலகுகள்}$$



கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் வழிகளில் நாற்கரங்களை வரையும் முறைகளை இப்பகுதியில் காண்போம்.

1. நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
2. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
3. நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
4. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
5. இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்

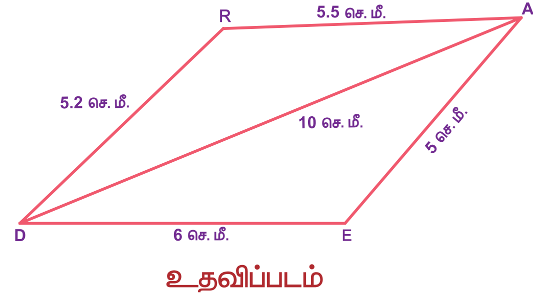
5.10.1 நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.21

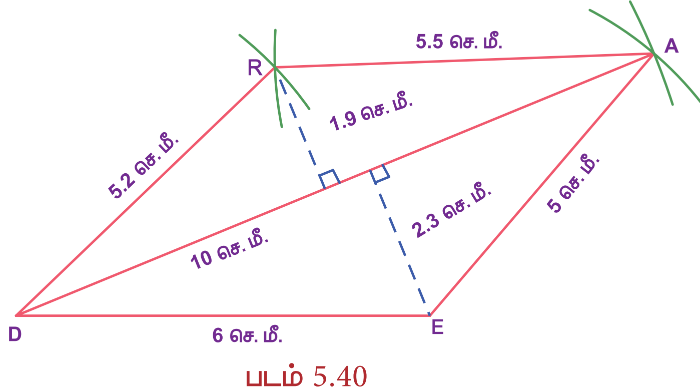
DE = 6 செ.மீ, EA = 5 செ.மீ, AR = 5.5 செ.மீ, RD = 5.2 செ.மீ. மற்றும் DA = 10 செ.மீ. ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட DEAR என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு :
$DE = 6$ செ.மீ, $EA = 5$ செ.மீ, $AR = 5.5$ செ.மீ,
$RD = 5.2$ செ.மீ மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்
$DA = 10$ செ.மீ



உதவிப்படம்



படம் 5.40

வரைமுறை:

1. $DE = 6$ செ.மீ. அளவுள்ள ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. D மற்றும் E ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 10 செ.மீ. மற்றும் 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும். DA மற்றும் EA ஐ இணைக்க.
3. D மற்றும் A ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5.2 செ.மீ. மற்றும் 5.5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை R இல் வெட்டட்டும்.
4. DR மற்றும் AR ஐ இணைக்க.
5. $DEAR$ என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

DEAR என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச.அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times 10 \times (1.9 + 2.3) = 5 \times 4.2 = 21$ செ.மீ²

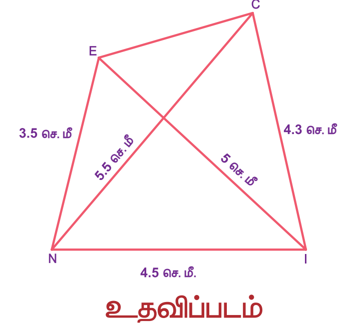
5.10.2 மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.22

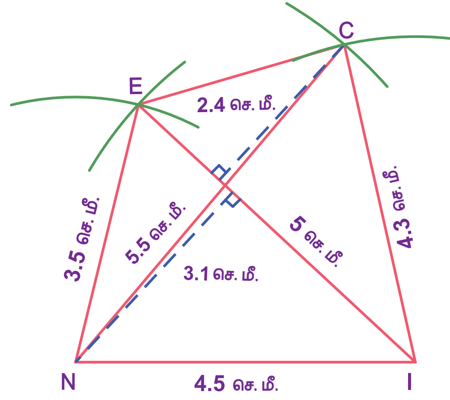
NI = 4.5 செ.மீ, IC = 4.3 செ.மீ, NE = 3.5 செ.மீ, NC = 5.5 செ.மீ. மற்றும் IE = 5 செ.மீ. ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட NICE என்ற நாற்கரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு : NI = 4.5 செ.மீ, IC = 4.3 செ.மீ,
NE = 3.5 செ.மீ. மற்றும் இரண்டு மூலைவிட்டங்கள்,
NC = 5.5 செ.மீ. மற்றும் IE = 5 செ.மீ.



உதவிப்படம்



படம் 5.41

வரைமுறை:

1. NI = 4.5 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. N மற்றும் I ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5.5 செ.மீ. மற்றும் 4.3 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை C இல் வெட்டட்டும்.
3. NC மற்றும் IC ஐ இணைக்க.
4. N மற்றும் I ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 3.5 செ.மீ. மற்றும் 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை E இல் வெட்டட்டும்.
5. NE, IE மற்றும் CE ஐ இணைக்க.
6. NICE என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

NICE என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 5 \times (2.4 + 3.1)$

$= 2.5 \times 5.5 = 13.75$ செ.மீ^{2}

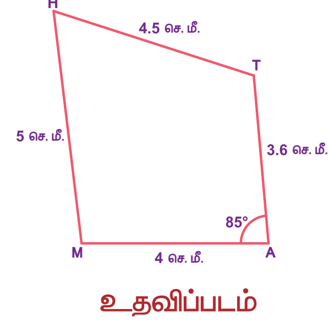
5.10.3 நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.23

MA = 4 செ.மீ, AT = 3.6 செ.மீ, TH = 4.5 செ.மீ, MH = 5 செ.மீ மற்றும் $\angle A = 85°$ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட MATH என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

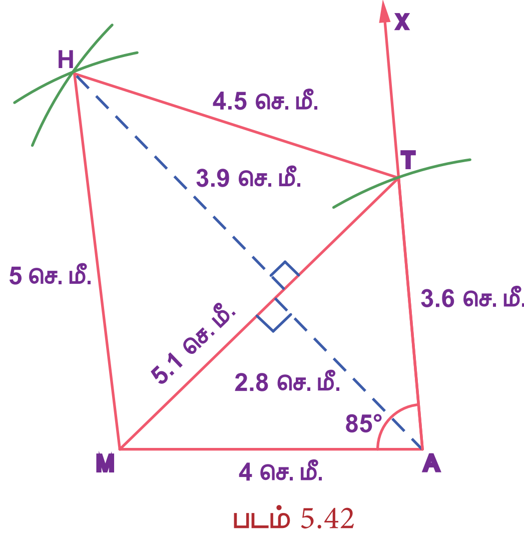
தீர்வு:

தரவு:
MA = 4 செ.மீ, AT = 3.6 செ.மீ,
TH = 4.5 செ.மீ, MH = 5 செ.மீ. மற்றும் $\angle A = 85°$.



உதவிப்படம்





படம் 5.42

வரைமுறை:

1. MA= 4 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\angle A = 85°$ ஐ வரைக.
3. A ஐ மையமாகக் கொண்டு, 3.6 செ.மீ. ஆரமுள்ள வில் வரைக. அது கதிர் AX ஐ T இல் வெட்டட்டும்.
4. M மற்றும் T ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5 செ.மீ. மற்றும் 4.5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை H இல் வெட்டட்டும்.
5. MH மற்றும் TH ஐ இணைக்க.
6. MATH என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

MATH என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times 5.1 \times (3.9 + 2.8)$

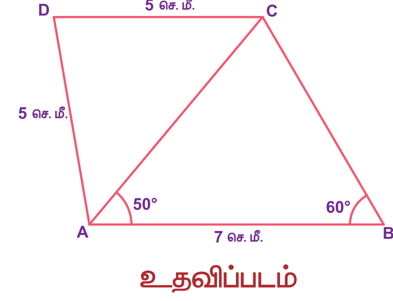
$= 2.55 \times 6.7 = 17.09$ செ.மீ^{2}

5.10.4 மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.24

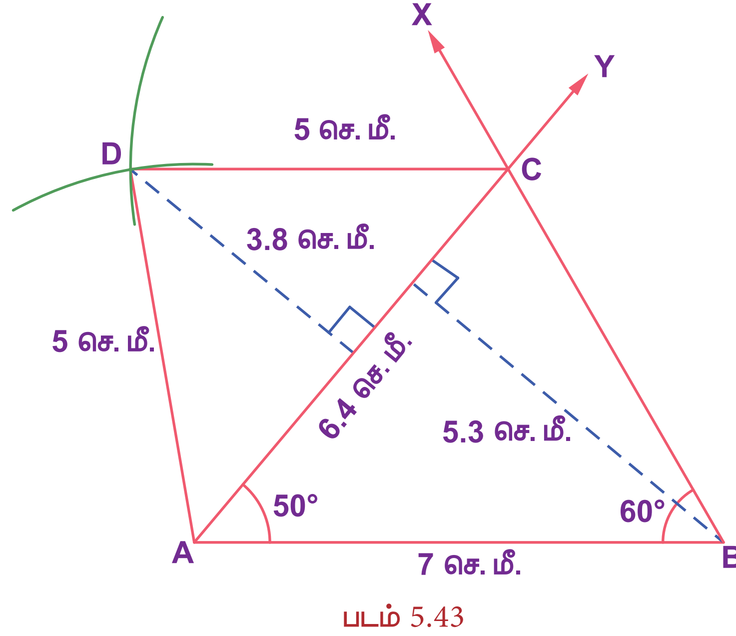
AB = 7 செ.மீ, AD = 5 செ.மீ, CD = 5 செ.மீ, $\angle BAC = 50^\circ$ மற்றும் $\angle ABC = 60^\circ$ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட ABCD என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:



உதவிப்படம்

தரவு:
AB = 7 செ.மீ, AD = 5 செ.மீ,
CD = 5 செ.மீ. மற்றும் இரண்டு கோணங்கள் $\angle BAC = 50^\circ$ மற்றும் $\angle ABC = 60^\circ$



படம் 5.43

வரைமுறை:

1. AB = 7 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. AB ன் மேல் A ல் $\angle BAY = 50^\circ$ ஐயும் மற்றும் B இல் $\angle ABX = 60^\circ$ ஐயும் உருவாக்குக. அவை C இல் வெட்டட்டும்.
3. A மற்றும் C ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ ஆரமுள்ள விற்கள் வரைக. அவை D இல் வெட்டட்டும்.
4. AD மற்றும் CD ஐ இணைக்க.
5. ABCD என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

$ABCD$ என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times (3.8 + 5.3)$

$= 3.2 \times 9.1 = 29.12$ செ.மீ^{2}

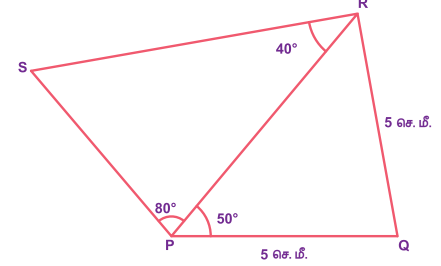
5.10.5 இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.25

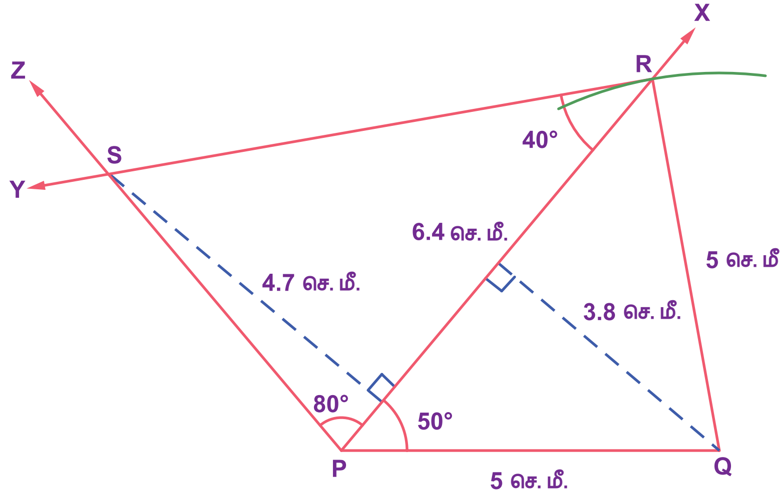
$PQ=QR=$ 5 செ.மீ, $\angle QPR=50^\circ$, $\angle PRS=40^\circ$ மற்றும் $\angle RPS=80^\circ$ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட PQRS என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு :
PQ = 5 செ.மீ, QR = 5 செ.மீ. $\angle QPR=50^\circ$,
$\angle PRS=40^\circ$ மற்றும் $\angle RPS=80^\circ$



உதவிப்படம்



படம் 5.44

வரைமுறை:

1. PQ = 5 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. PQ ன் மேல் P இல் $\angle QPX=50^\circ$ ஐ உருவாக்குக.
3. Q ஐ மையமாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வில் வரைக. அது PX ஐ R இல் வெட்டட்டும். QR ஐ இணைக்க.
4. PR ன் மேல் R இல் $\angle PRS=40^\circ$ ஐயும் மற்றும் P இல் $\angle RPS=80^\circ$ ஐயும் உருவாக்குக. அவை S இல் வெட்டட்டும்.
5. PQRS என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

$PQRS$ என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $=\frac{1}{2}\times d\times(h_1+h_2)$ ச. அலகுகள்

$=\frac{1}{2}\times 6.4\times(4.7+3.8)$

$= 3.2 \times 8.5 = 27.2$ செ.மீ^{2}



சிந்திக்க

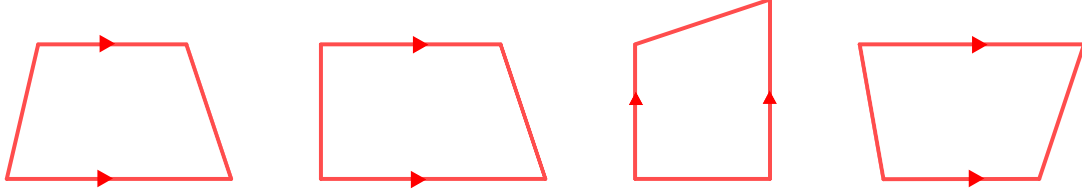
PQ = 5 செ.மீ, QR = 3 செ.மீ, RS = 6 செ.மீ, PS = 7 செ.மீ. மற்றும் PR = 10 செ.மீ. ஆகிய அளவுகளைக் கொண்டு நாற்கரம் அமைக்க இயலுமா? ஏன்?

5.11 சரிவகங்கள் வரைதல்

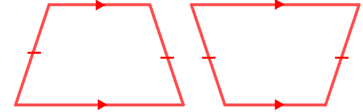
முதல் பருவத்தில், நாற்கரங்கள் வரையும் முறையைப் பற்றிக் கற்றோம். ஒரு நாற்கரம் வரைய எத்தனை அளவுகள் தேவை? 5 அளவுகள், அல்லவா! ஐந்து அளவுகளுக்குக் குறைவாக இருப்பினும், நம்மால் அமைக்க இயலும் சிறப்பு நாற்கரங்களைப் பற்றிக் காண்போம். பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களின் பண்புகள் அடிப்படையில் ஒரு நாற்கரமானது, சரிவகம், இணைகரம், சாய்சதுரம், செவ்வகம், சதுரம் அல்லது பட்டம் போன்ற சிறப்புப் பெயர்களைப் பெற்றிருக்கும்.

இப்போது, சரிவகத்தை எவ்வாறு அமைப்பது என்பதைக் காண்போம்.

ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்களை இணையாகக் கொண்ட ஒரு நாற்கரமே சரிவகமாகும். சரிவகம் வரைவதற்கு, இணைப் பக்கங்களில் ஒன்றை அடிப்பக்கமாக வரையவும். அடிப்பக்கத்தின் மீது, மேலும் 2 அளவுகள் கொண்டு ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்க வேண்டும். இப்போது, அம்முக்கோணம் ஆனது இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையில் அமையுமாறு, முக்கோணத்தின் உச்சி வழியே அடிப்பக்கத்திற்கு இணையாக ஒரு கோடு வரையவும். நான்காவது உச்சிப் புள்ளியானது இந்த இணைகோட்டின் மீது அமையுமாறு, மீதமுள்ள நான்காவது அளவைக் கொண்டு அப்புள்ளியைக் குறிக்கவும். எனவே, ஒரு சரிவகம் வரைவதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத நான்கு அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்கள், சரிவகங்களுக்குச் சிறந்த எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும்.



குறிப்பு: மேலேயுள்ள படத்தில் அம்புக்குறிகள் இணைப் பக்கங்களைக் குறிக்கின்றன.



ஒரு சரிவகத்தின் இணையற்ற பக்கங்கள் சமமாகவும் அடிப்பக்கத்தின் மீது சம அளவுள்ள கோணங்களையும் உருவாக்கினால், அது ஓர் **இருசமபக்கச் சரிவகம்** ஆகும்.



இவற்றை முயல்க

1. சரிவகத்தின் பரப்பளவு __________ ஆகும்.
2. சரிவகத்தின் இணைப்பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு __________ எனப்படுகிறது.
3. ஒரு சரிவகத்தின் உயரமும் இணைப்பக்கங்களும் முறையே 5 செ.மீ, 7 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ எனில், அதன் பரப்பளவு __________ ஆகும்.
4. இருசமபக்கச் சரிவகத்தில், இணையற்ற பக்கங்கள் __________ ஆக இருக்கும்.
5. சரிவகம் வரைய __________ அளவுகள் போதுமானது.
6. சரிவகத்தின் பரப்பளவும் இணைப்பக்கங்களின் கூடுதலும் 60 செ.மீ^{2} மற்றும் 12 செ.மீ எனில், அதன் உயரம் __________ ஆகும்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பயன்படுத்தி சரிவகம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

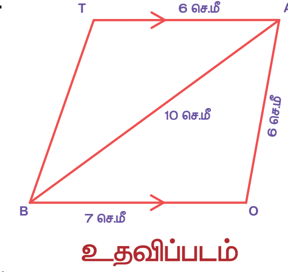
1. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்.	2. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம்.
3. இரு பக்கங்கள் மற்றும் இரு கோணங்கள்.	4. நான்கு பக்கங்கள்.

5.11.1 மூன்று பக்கங்களும் ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.26

$\overline{BO}$ இணை $\overline{TA}$, $BO=7$ செ.மீ, $OA=6$ செ.மீ, $BA=10$ செ.மீ மற்றும் $TA=6$ செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட ***BOAT*** என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

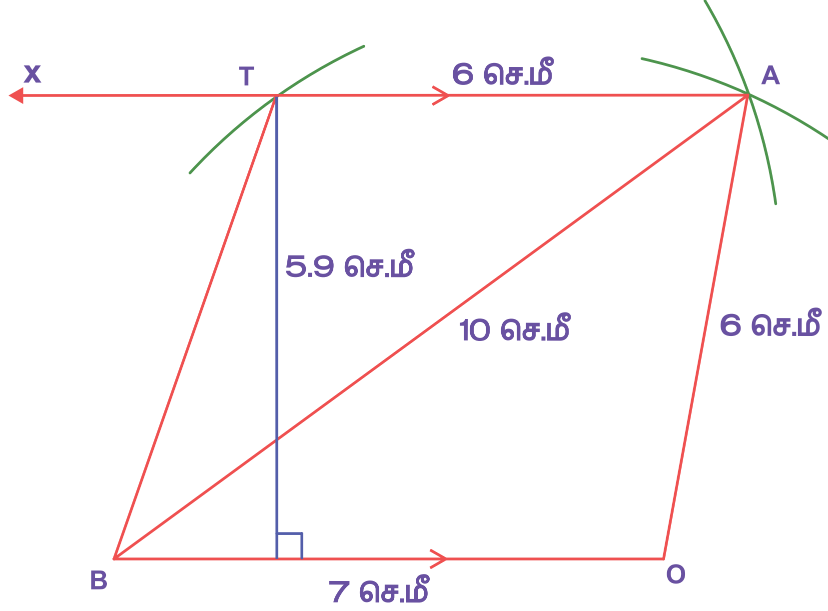
தீர்வு:



உதவிப்படம்

தரவு:

$BO=7$ செ.மீ, $OA=6$ செ.மீ, $BA=10$ செ.மீ, $TA=6$ செ.மீ மற்றும் $\overline{BO} \parallel \overline{TA}$



படம் 5.45

வரைமுறை:

1. $BO = 7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. B மற்றும் O ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 10 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும்.
3. BA மற்றும் OA ஐ இணைக்க.
4. BO இக்கு இணையாக AX ஐ வரைக.
5. A ஐ மையமாகக் கொண்டு, 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது AX ஐ T இல் வெட்டுமாறு வரைக.
6. BT ஐ இணைக்க. $BOAT$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$BOAT$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 5.9 \times (7+6) = 38.35$ ச.செ.மீ.

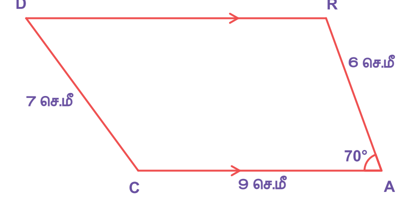
5.11.2 மூன்று பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.27

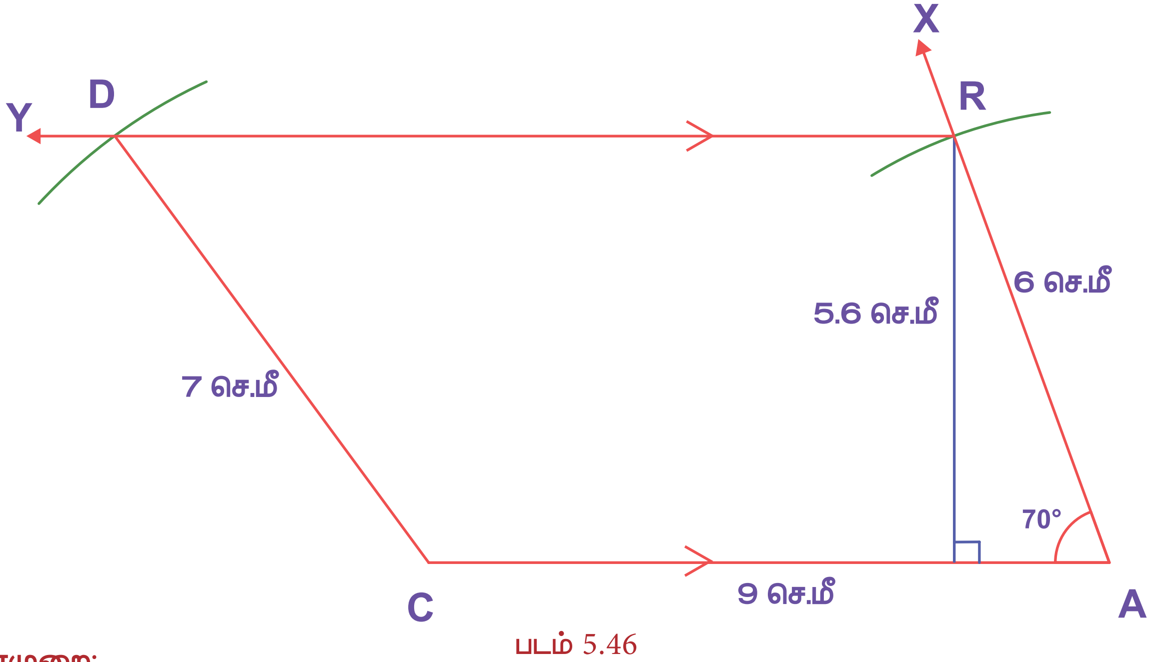
$\overline{CA}$ இணை $\overline{DR}$, $CA=9$ செ.மீ, $\angle CAR=70°$, $AR=6$ செ.மீ மற்றும் $CD=7$ செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட $CARD$ என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:
$CA=9$ செ.மீ, $\angle CAR=70°$, $AR=6$ செ.மீ,
$CD=7$ செ.மீ மற்றும் $\overline{CA} \parallel \overline{DR}$



உதவிப்படம்



படம் 5.46

வரைமுறை:

1. $CA=9$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. A இல் $\angle CAX = 70°$ ஐ அமைக்க.
3. A ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது AX ஐ R இல் வெட்டுமாறு வரைக.
4. CA இக்கு இணையாக RY ஐ வரைக.
5. C ஐ மையமாகக் கொண்டு 7 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது RY ஐ D இல் வெட்டுமாறு வரைக.
6. CD ஐ இணைக்க. $CARD$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$CARD$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times (9+11) = 56$ ச.செ.மீ.

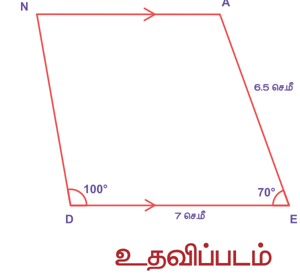
5.11.3 இரண்டு பக்கங்களும் இரண்டு கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.28

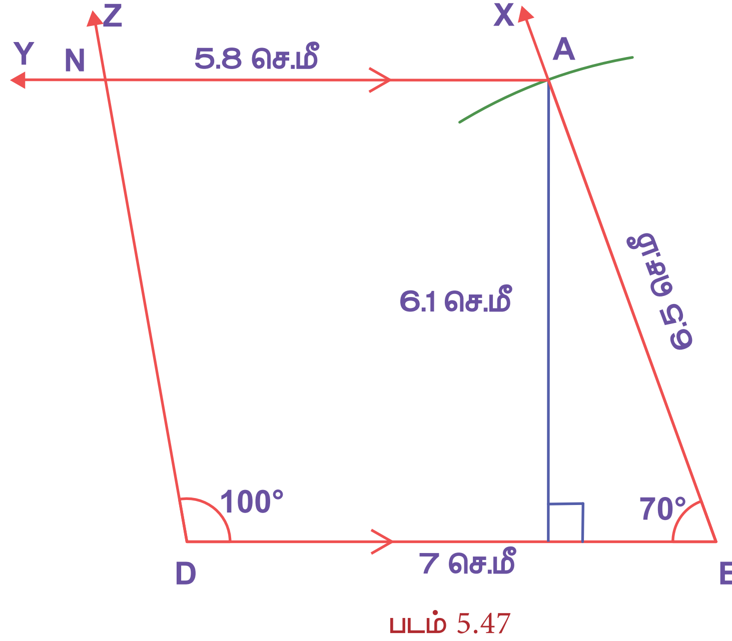
$\overline{DE}$ இணை $\overline{NA}$, $DE=7$ செ.மீ, $EA=6.5$ செ.மீ, $\angle EDN = 100^\circ$ மற்றும் $\angle DEA = 70^\circ$ அளவுகளைக் கொண்ட $DEAN$ என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:
$DE=7$ செ.மீ, $EA=6.5$ செ.மீ, $\angle EDN = 100^\circ$,
$\angle DEA = 70^\circ$ மற்றும் $\overline{DE} \parallel \overline{NA}$



உதவிப்படம்



படம் 5.47

வரைமுறை:

1. $DE = 7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. E இல் $\angle DEX = 70^\circ$ ஐ வரைக.
3. E ஐ மையமாகக் கொண்டு 6.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது EX ஐ A இல் வெட்டுமாறு வரைக.
4. DE இக்கு இணையாக AY ஐ வரைக.
5. AY ஐ N இல் வெட்டுமாறு D இல் $\angle EDZ = 100^\circ$ ஐ அமைக்க.
6. $DEAN$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$DEAN$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ சதுர அலகுகள்.

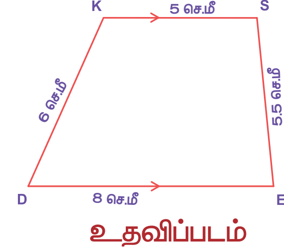
$= \frac{1}{2} \times 6.1 \times (7+5.8) = 39.04$ ச.செ.மீ.

5.11.4 நான்கு பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.29

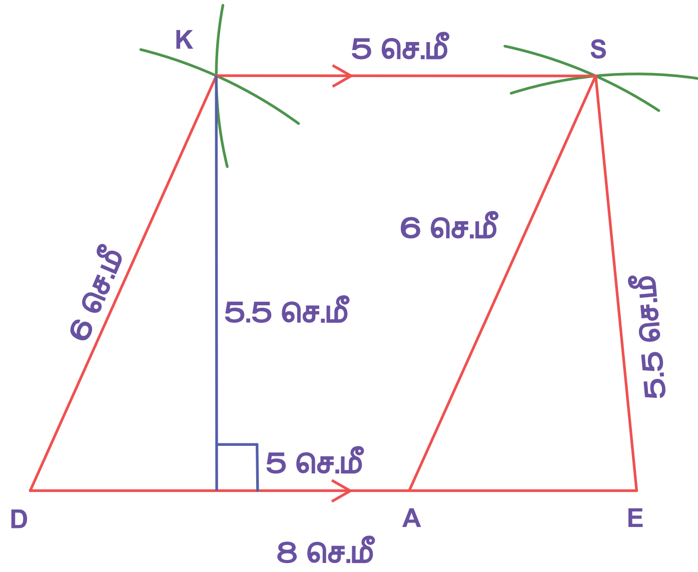
$\overline{DE}$ இணை $\overline{KS}$, DE = 8 செ.மீ, ES = 5.5 செ.மீ, KS = 5 செ.மீ மற்றும் KD = 6 செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட $DESK$ என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:



உதவிப்படம்

தரவு:
DE=8 செ.மீ, ES=5.5 செ.மீ, KS =5 செ.மீ,
KD=6 செ.மீ, மற்றும் $\overline{DE} \parallel \overline{KS}$



படம் 5.48

வரைமுறை:

1. DE = 8 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. DA = 5 செ.மீ என இருக்குமாறு, DE இன் மேல் A என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.
3. A மற்றும் E ஐ மையமாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 5.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை S இல் வெட்டட்டும். AS மற்றும் ES ஐ இணைக்க.
4. D மற்றும் S ஐ மையமாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை K இல் வெட்டட்டும். DK மற்றும் KS ஐ இணைக்க.
5. $DESK$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$DESK$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\times h\times(a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2}\times 5.5\times(8+5) = 35.75$ ச.செ.மீ.

பயிற்சி 5.4

I. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட நாற்கரங்கள் வரைந்து, அவற்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

1. நாற்கரம் ABCD, AB = 5 செ.மீ, BC = 4.5 செ.மீ, CD = 3.8 செ.மீ, DA = 4.4 செ.மீ மற்றும் AC = 6.2 செ.மீ
2. நாற்கரம் PLAY, PL = 7 செ.மீ, LA = 6 செ.மீ, AY = 6 செ.மீ, PA = 8 செ.மீ மற்றும் LY = 7 செ.மீ
3. நாற்கரம் PQRS, PQ=QR= 3.5 செ.மீ, RS = 5.2 செ.மீ, SP = 5.3 செ.மீ மற்றும் $\angle Q = 120^\circ$.
4. நாற்கரம் MIND, MI = 3.6 செ.மீ, ND = 4 செ.மீ, MD= 4 செ.மீ, $\angle M = 50^\circ$ மற்றும் $\angle D = 100^\circ$.
5. நாற்கரம் AGRI, AG = 4.5 செ.மீ, GR = 3.8 செ.மீ, $\angle A = 60^\circ$, $\angle G = 110^\circ$ மற்றும் $\angle R = 90^\circ$.

II. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் சரிவகங்கள் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

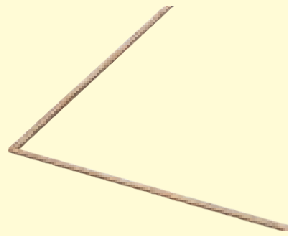
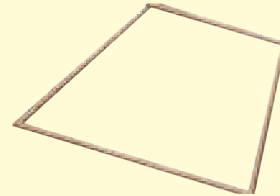
1. $AIMS, \overline{AI} \parallel \overline{SM}$, AI=6 செ.மீ, IM=5 செ.மீ, AM=9 செ.மீ மற்றும் MS=6.5 செ.மீ.
2. $CUTE, \overline{CU} \parallel \overline{ET}$, CU=7 செ.மீ, $\angle UCE = 80^\circ$, CE=6 செ.மீ மற்றும் TE=5 செ.மீ.
3. $ARMY, \overline{AR} \parallel \overline{YM}$, AR=7 செ.மீ, RM=6.5 செ.மீ, $\angle RAY = 100^\circ$ மற்றும் $\angle ARM = 60^\circ$
4. $CITY, \overline{CI} \parallel \overline{YT}$, CI=7 செ.மீ, IT=5.5 செ.மீ, TY=4 செ.மீ மற்றும் YC=6 செ.மீ.

5.12 சிறப்பு நாற்கரங்களை வரைதல்

சிறப்பு நாற்கரங்களை வரையத் தொடங்கும் முன், அவற்றை வரைவதற்கு உதவியாக இருக்கும் சில அடிப்படைப் பண்புகளை நாம் நினைவு கூர்வது அவசியமாகும். சில செயல்பாடுகளைச் செய்து பார்ப்பதன் மூலம் அப்பண்புகளைத் தொகுத்து அவற்றை நினைவு கூர்வோம்.



செயல்பாடு

	
1. ஒரு சோடி சமமற்ற நீளமுள்ள குச்சிகளை (தென்னங்குச்சியின் துண்டுகள் என்க) அவற்றின் ஒரு முனையில் இணைத்தவாறு வைக்கவும்.	**2.** இப்போது, அதபோன்று மற்றொரு சோடியைச் செய்து முதலில் வைத்துள்ள தென்னங்குச்சிகளின் இணைக்கப்படாத முனைகளுடன் சந்திக்குமாறு வைக்கவும்.

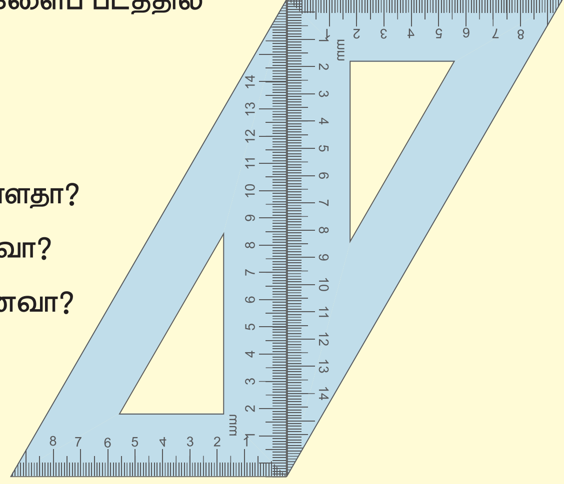
கிடைக்கப்பெறும் மூடிய வடிவத்தின் பெயர் என்ன? அது ஒரு நாற்கரமாகும். அதற்கு ABCD எனப் பெயரிடுக. அதில் எத்தனை பக்கங்கள் உள்ளன? அதன் மூலைவிட்டங்கள் என்னென்ன? மூலைவிட்டங்கள் சமமாக உள்ளனவா? அதன் கோணங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

மேற்கூறிய செயல்பாட்டில், பின்வருமாறு உள்ள நாற்கரங்களைப் பெற இயலுமா?

(i) அனைத்துக் கோணங்களும் குறுங்கோணங்கள்.
(ii) அனைத்துக் கோணங்களும் விரிகோணங்கள்.
(iii) இரண்டு கோணங்கள் விரிகோணங்கள்.
(iv) ஏதேனும் ஒரு கோணம் செங்கோணம்.
(v) ஏதேனும் இரு கோணங்கள் செங்கோணங்கள்.
(vi) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து.

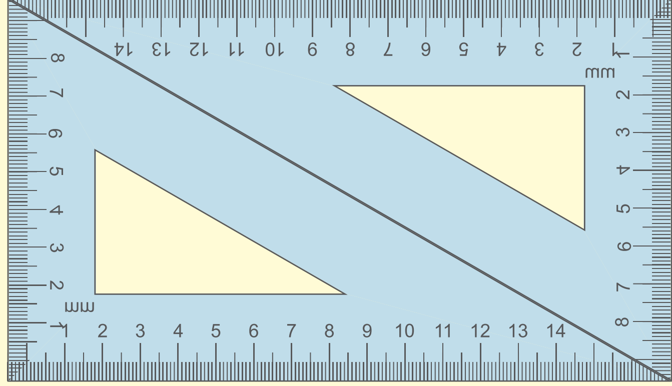


செயல்பாடு



1. ஒரு சோடி $30^o–60^o–90^o$ மூலைமட்டங்களைப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கவும்.
   (i) என்ன வடிவத்தை நாம் பெறுகிறோம்?
   அது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.
   (ii) அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ளதா?
   (iii) அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமமாக உள்ளனவா?
   (iv) அதன் மூலைவிட்டங்கள் சமமாக உள்ளனவா?
   (v) மற்றொரு சோடி மூலைமட்டங்களைப் பயன்படுத்தியும் இதே வடிவத்தைப் பெற இயலுமா?

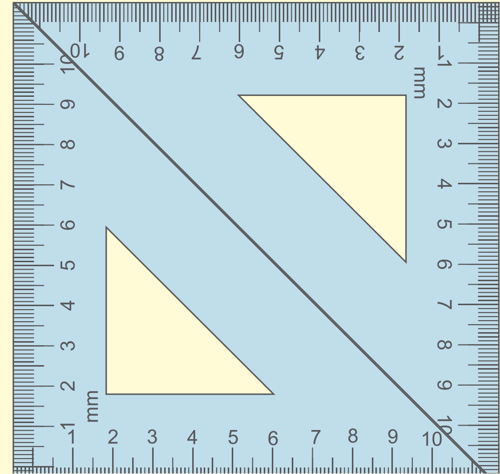
2. இச்செயல்பாட்டிற்கும், ஒரு சோடி $30^o–60^o–90^o$ மூலைமட்டங்கள் நமக்குத் தேவை. அவற்றைப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்க.



   (i) என்ன வடிவத்தை நாம் பெறுகிறோம்?
   (ii) அது ஓர் இணைகரமா?
   அது ஒரு நாற்கரம் ஆகும். உண்மையில் அது ஒரு செவ்வகம் ஆகும். (எப்படி?)
   (iii) அவற்றின் பக்கங்களின் நீளம், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்களைப் பற்றி என்ன கூற இயலும்.

   அவற்றை விவாதித்துப் பட்டியலிடுக.

3. மேற்கண்ட செயல்பாட்டினை, ஒரு சோடி $45^o–45^o–90^o$ மூலைமட்டங்களைப் பயன்படுத்தி மீண்டும் செய்க.

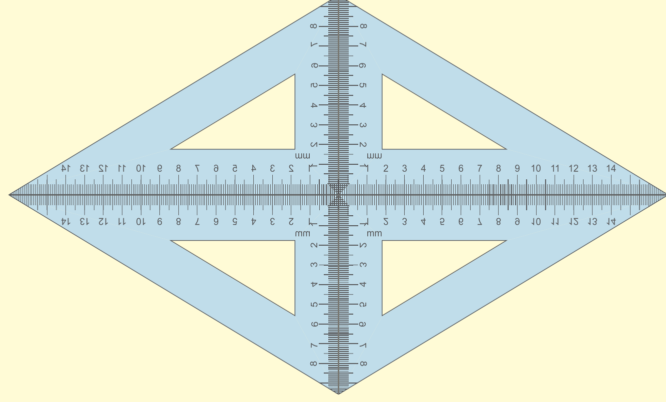


   (i) இப்போது என்ன வடிவமாக மாறுகிறது?
   அது ஓர் இணைகரமா? அது ஒரு சதுரமாக மாறியுள்ளது. (எப்படி நிகழ்ந்தது?)
   (ii) அதன் பக்கங்களின் நீளங்கள், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்களைப் பற்றி என்ன கூற இயலும்?
   அவற்றை விவாதித்துப் பட்டியலிடுக.
   (iii) செவ்வகத்தைப் பற்றி நாம் தொகுத்த பட்டியலிலிருந்து இது எவ்வாறு வேறுபடுகிறது?



செயல்பாடு

4. $30^{\circ}-60^{\circ}-90^{\circ}$ கோண அளவுள்ள நான்கு ஒத்த கோணமானிகளையே மீண்டும் இச்செயல்பாட்டிற்குப் பயன்படுத்துவோம். அவை எவ்வாறு ஒன்றையொன்று தொட்டுக்கொள்ளுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன எனக் கவனமாகக் குறித்துக் கொள்க.



(i) இப்போது, நமக்கு இணைகரம் கிடைக்கிறதா?

(ii) அவற்றின் பக்கங்கள், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்கள் ஆகியவற்றைப் பற்றி நாம் என்ன கூற இயலும்?

(iii) அவற்றின் மூலைவிட்டங்களின் சிறப்பு என்ன?

மேற்கண்ட செயல்பாடுகளிலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற விளைவுகளின் அடிப்படையில், இணைகரங்களாக அமையும் சில சிறப்பு நாற்கரங்களின் பல்வேறு பண்புகளையும் நாம் அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

சிறப்பு நாற்கரங்கள்	அனைத்துப் பக்கங்கள்	அனைத்துக் கோணங்கள்	எதிர்ப் பக்கங்கள்		அனைத்துக் கோணங்கள்	எதிர்க் கோணங்கள்	மூலைவிட்டங்கள்	
	சமம்	சமம்	சமம்	இணை	90° செங்கோணம்	மிகை நிரப்பிகள்	இரு சமக்கூறிடும்	செங் கோணத்தில் வெட்டிக் கொள்ளும்
(i) இணைகரம்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்கள்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்
(ii) சாய்சதுரம்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்
(iii) செவ்வகம்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்
(iv) சதுரம்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்



இவற்றை முயல்க

1. சரியா தவறா எனக் கூறுக:

(அ) சதுரமானது ஒரு சிறப்புச் செவ்வகம் ஆகும்.

(ஆ) சதுரமானது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

(இ) சதுரமானது ஒரு சிறப்புச் சாய்சதுரம் ஆகும்.

(ஈ) செவ்வகமானது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

2. பின்வரும் நாற்கரங்களின் பெயர்களை எழுதுக.

(அ) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக் கூறிடும்.

(ஆ) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருசமக்கூறிடும்.

(இ) வெவ்வேறு நீளமுள்ள மூலைவிட்டங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

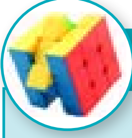
(ஈ) சமநீளமுள்ள மூலைவிட்டங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

(உ) எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக இருக்கும்.

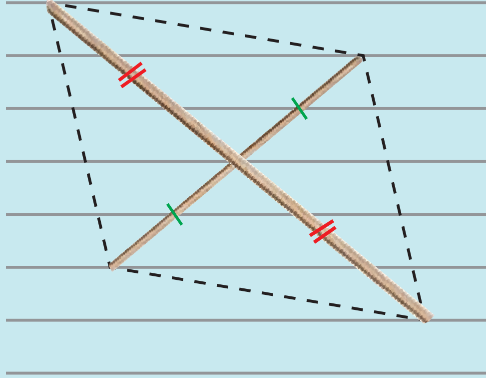
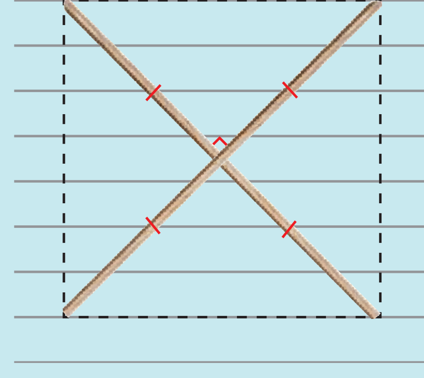
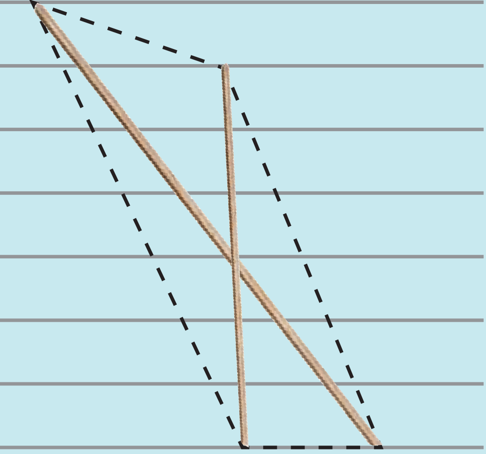
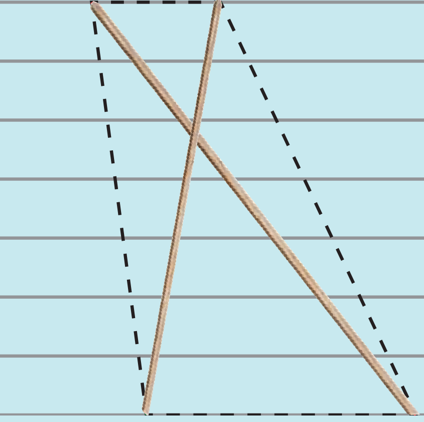
(ஊ) எதிர்க்கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.

3. படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு, ஒரு கோடிட்ட தாளில் இரண்டு குச்சிகள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. நான்கு முனைகளையும் இணைப்பதால் கிடைக்கும் வடிவத்தின் பெயர் என்ன?

(அ)	இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் சந்திக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.	(ஆ)	இரு சமநீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் சந்திக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.



இவற்றை முயல்க

(இ)	 இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள் செங்குத்தாக இரு சமக்கூறிடுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.	(ஈ)	 இரு சம அளவு நீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.
(உ)	 இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள், கீழ் முனைகள் ஒரே கோட்டிலும் மேல் முனைகள் ஒரே கோட்டில் அமையாதவாறும் மையப்புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளாதவாறும் வைக்கப்பட்டுள்ளன.	(ஊ)	 இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள், கீழ் முனைகளும் மேல் முனைகளும் ஒரே கோட்டில் அமையுமாறும் மையப்புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளாதவாறும் வைக்கப்பட்டுள்ளன.

5.13 இணைகரம் வரைதல்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பயன்படுத்தி இணைகரத்தை வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

1. இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம்.
2. இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்.
3. இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் மற்றும் அவற்றிற்கிடைப்பட்ட ஒரு கோணம்.
4. ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்.



குறிப்பு

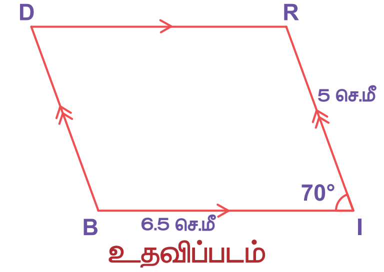
ஒத்த அம்புக்குறிகள் இணைப்பக்கங்களைக் குறிக்கின்றன.	ஒத்தக் கோடுகள் சமபக்கங்களைக் குறிக்கின்றன.	மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக் கூறிடும் என்பதைக் காட்டுகிறது.	எதிரெதிர்க் கோணங்கள் சமமாக இருப்பதைப் படம் காட்டுகிறது.

5.13.1 இரு அடுத்துள்ள பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.30

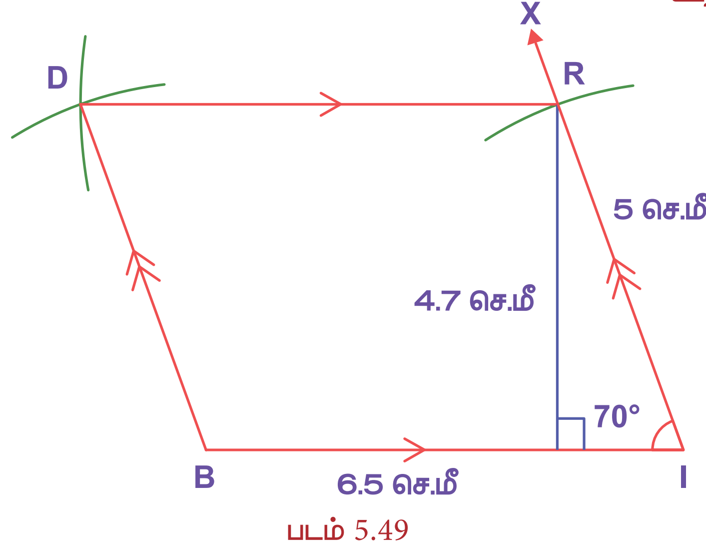
$BI=6.5$ செ.மீ, $IR=5$ செ.மீ மற்றும் $\angle BIR=70^\circ$ அளவுகளைக் கொண்ட $BIRD$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:



உதவிப்படம்

தரவு:
$BI=6.5$ செ.மீ, $IR=5$ செ.மீ மற்றும் $\angle BIR=70^\circ$



படம் 5.49

வரைமுறை:

1. $BI=6.5$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\overline{BI}$ இன் மீது I இல் $\angle BIX = 70^\circ$ ஐ அமைக்க.
3. I ஐ மையமாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது IX ஐ R இல் வெட்டுமாறு வரைக.
4. B மற்றும் R ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5 செ.மீ மற்றும் 6.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை D இல் வெட்டட்டும்.
5. BD மற்றும் RD ஐ இணைக்க.
6. $BIRD$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

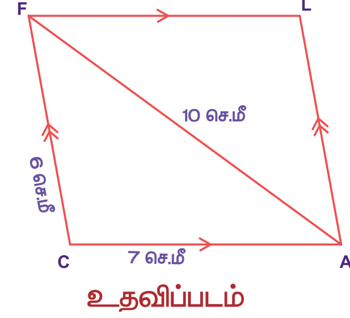
பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$BIRD$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள். $= 6.5\times4.7 = 30.55$ ச.செ.மீ.

5.13.2 இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும் ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.31

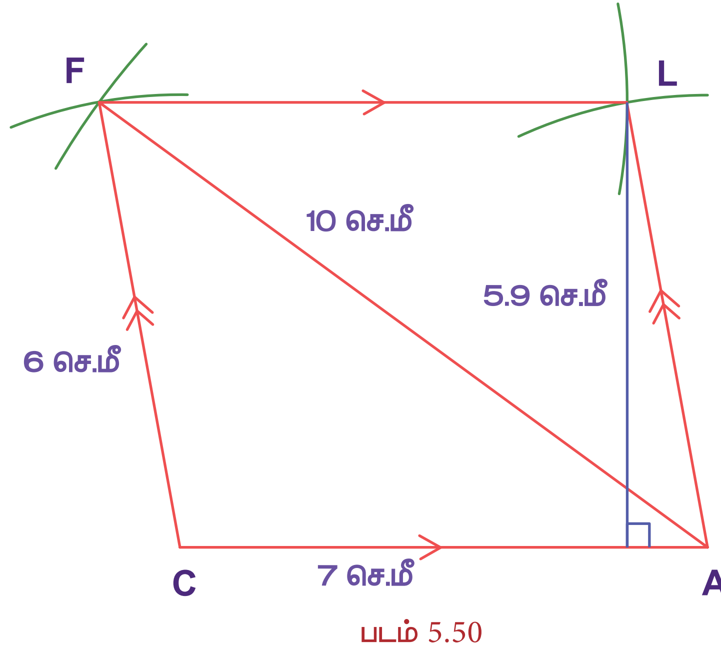
$CA=7$ செ.மீ, $CF=6$ செ.மீ மற்றும் $AF=10$ செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட $CALF$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு:
$CA=7$ செ.மீ, $CF=6$ செ.மீ மற்றும் $AF=10$ செ.மீ



படம் 5.50

வரைமுறை:

1. $CA=7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. C மற்றும் A ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை F இல் வெட்டட்டும்.
3. CF மற்றும் AF ஐ இணைக்க.
4. A மற்றும் F ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை L இல் வெட்டட்டும்.
5. AL மற்றும் FL ஐ இணைக்க.
6. $CALF$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$CALF$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்.

$= 7\times5.9 = 41.3$ ச.செ.மீ.

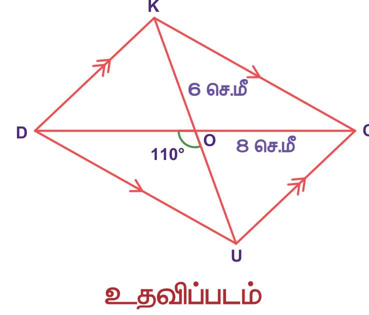
5.13.3 இரண்டு மூலைவிட்டங்களும் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.32

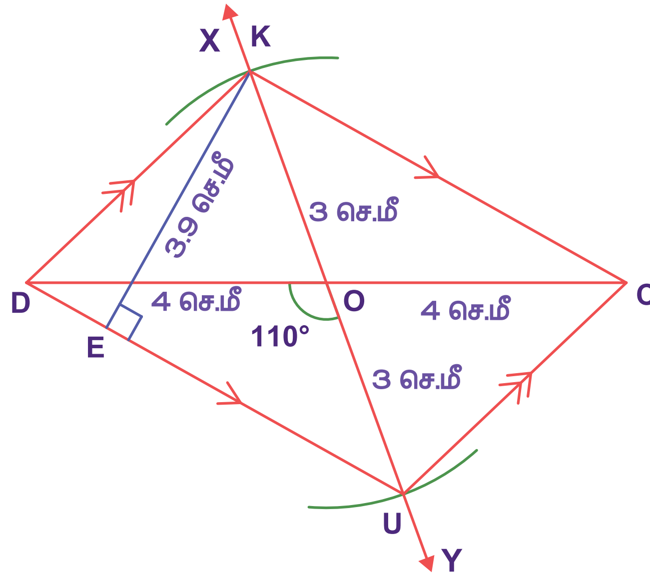
$DC=8$ செ.மீ, $UK=6$ செ.மீ மற்றும் $\angle DOU=110°$ அளவுகளைக் கொண்ட $DUCK$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:
$DC=8$ செ.மீ, $UK=6$ செ.மீ மற்றும் $\angle DOU=110°$



உதவிப்படம்



படம் 5.51

வரைமுறை:

1. $DC=8$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\overline{DC}$ இன் மையப்புள்ளி O ஐக் குறிக்க.
3. O வழியாக $\angle DOY = 110°$ என இருக்குமாறு $\overleftrightarrow{XY}$ என்ற கோடு வரைக.
4. O ஐ மையமாகக் கொண்டு $\overline{DC}$ இன் இரு புறங்களிலும், $\overleftrightarrow{XY}$ இன் மீது 3 செ.மீ ஆரமுள்ள இரண்டு வட்ட விற்களை வரைக. அவை $\overrightarrow{OX}$ ஐ K இலும், $\overrightarrow{OY}$ ஐ U இலும் வெட்டட்டும்.
5. $\overline{DU}, \overline{UC}, \overline{CK}$ மற்றும் $\overline{KD}$ ஐ இணைக்க.
6. $DUCK$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$DUCK$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்.

$= 5.8 \times 3.9 = 22.62$ ச.செ.மீ.

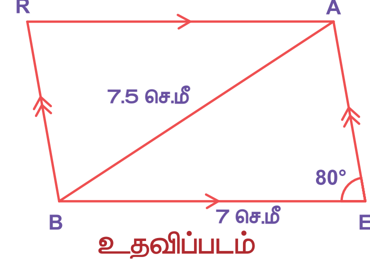
5.13.4 ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.33

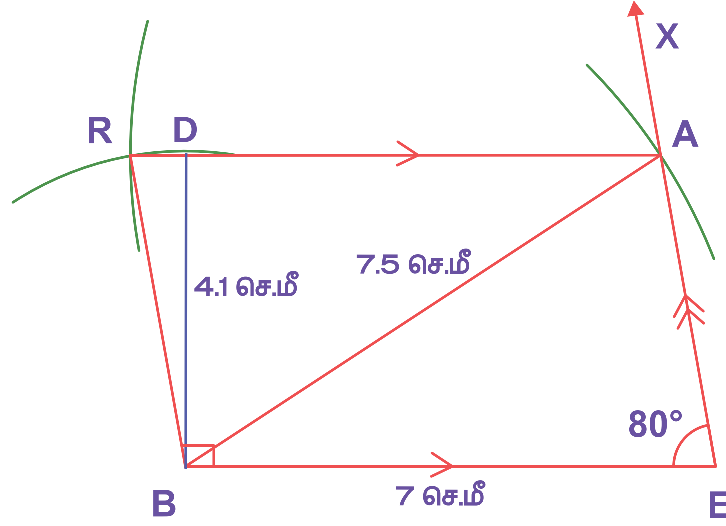
$BE=7$ செ.மீ, $BA=7.5$ செ.மீ மற்றும் $\angle BEA=80°$ அளவுகளைக் கொண்ட $BEAR$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:
BE=7செ.மீ, BA=7.5செ.மீ மற்றும் $\angle BEA=80°$



உதவிப்படம்



படம் 5.52

வரைமுறை:

1. $BE=7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\overline{BE}$ இன் மீது E இல் $\angle BEX=80°$ ஐ அமைக்க.
3. B ஐ மையமாகக் கொண்டு 7.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது EX ஐ A இல் வெட்டுமாறு வரைந்து, BA ஐ இணைக்க.
4. B ஐ மையமாகக் கொண்டு, $\overline{AE}$ ன் நீளத்திற்குச் சமமான ஆரமுள்ள ஒரு வட்டவில் வரைக.
5. A ஐ மையமாகக் கொண்டு, 7 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டவில் வரைக. அவை R இல் வெட்டட்டும்.
6. BR மற்றும் AR ஐ இணைக்க.
7. $BEAR$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$BEAR$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்.

$= 7\times 4.1 = 28.7$ ச.செ.மீ.

5.14 சாய்சதுரம் வரைதல்

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைப் பயன்படுத்திச் சாய்சதுரம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

(i) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்

(ii) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு கோணம்

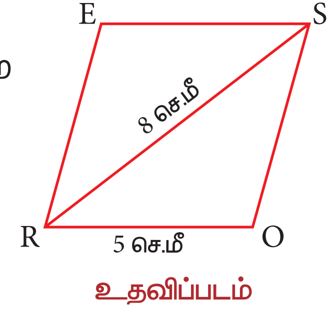
(iii) இரண்டு மூலைவிட்டங்கள்

(iv) ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்

5.14.1 ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.34

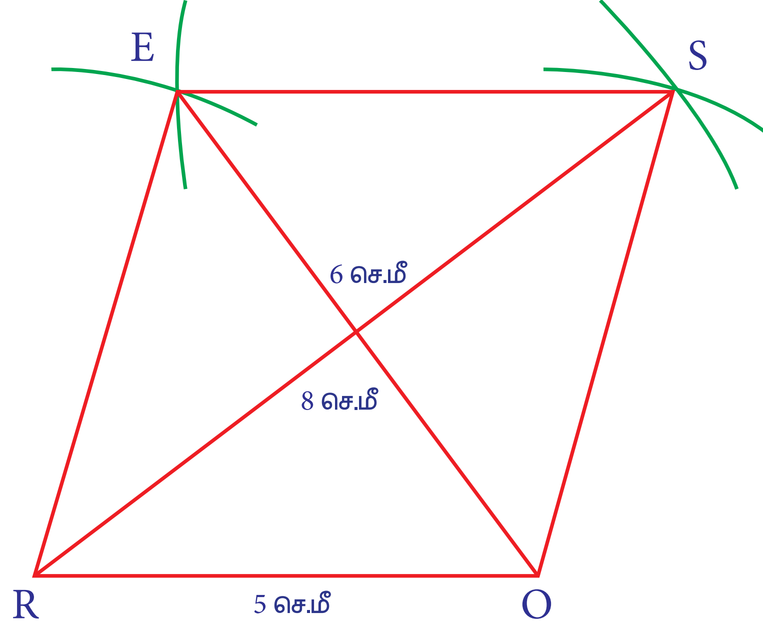
RO = 5 செ.மீ மற்றும் RS = 8 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட ROSE என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: RO = 5 செ.மீ மற்றும் RS = 8 செ.மீ



படம் 5.53

வரைமுறை:

1. RO = 5 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. R மற்றும் O ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 8 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை S இல் வெட்டட்டும்.
3. RS மற்றும் OS ஐ இணைக்க.
4. R மற்றும் S ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, ஒவ்வொன்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள இரு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை E இல் வெட்டட்டும்.
5. RE மற்றும் SE ஐ இணைக்க.
6. ROSE என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

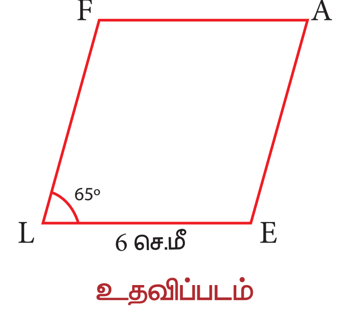
பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

ROSE என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள் $= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ ச.செ.மீ.

5.14.2 ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.35

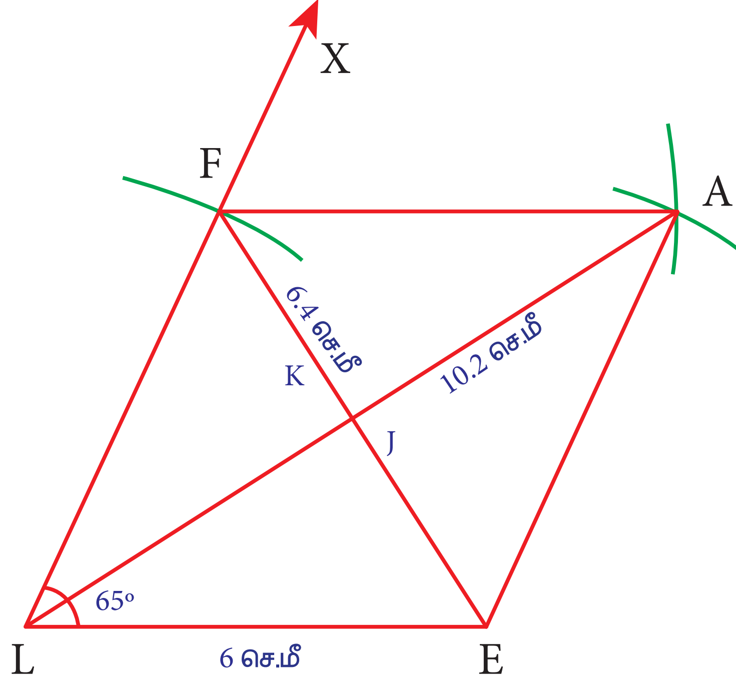
LE = 6 செ.மீ மற்றும் $\angle L = 65^\circ$ அளவுகள் கொண்ட LEAF என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: LE = 6 செ.மீ மற்றும் $\angle L = 65^\circ$



படம் 5.54

வரைமுறை:

1. LE = 6 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. LE கோட்டுத்துண்டின் மீது L இல் $\angle ELX = 65^\circ$ ஐ வரைக.
3. L ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது LX ஐ F இல் வெட்டட்டும்.
4. E மற்றும் F ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, ஒவ்வொன்றும் 6 செ.மீ ஆரமுள்ள இரு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும்.
5. EA மற்றும் AF ஐ இணைக்க.
6. LEAF என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

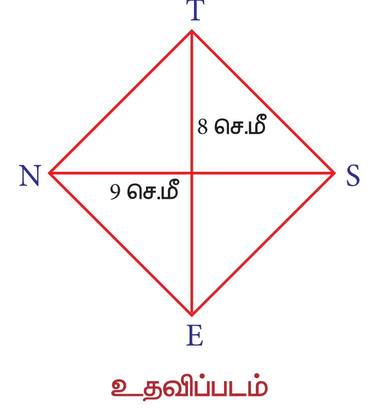
LEAF என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times 10.2 = 32.64$ ச.செ.மீ.

5.14.3 இரு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.36

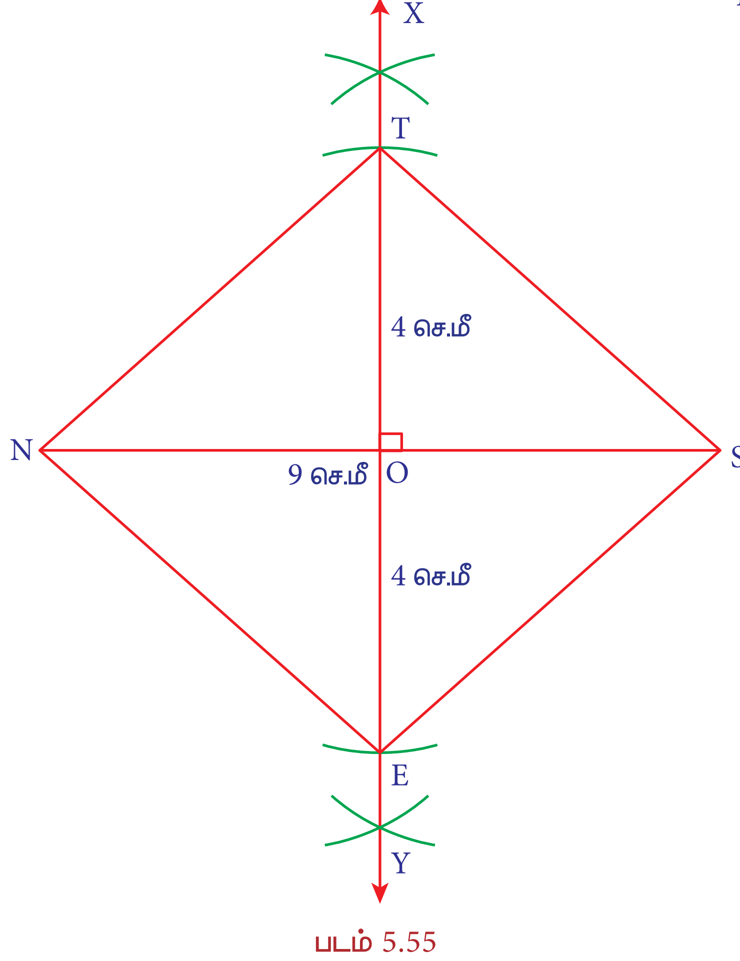
NS = 9 செ.மீ மற்றும் ET= 8 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட NEST என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: NS = 9 செ.மீ மற்றும் ET= 8 செ.மீ



படம் 5.55

வரைமுறை:

1. NS = 9 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. NS இக்கு மையக்குத்துக்கோடு XY ஐ வரைக. அது NS ஐ O இல் வெட்டட்டும்.
3. O ஐ மையமாகக் கொண்டு, O இன் இருபுறமும் 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் OX ஐ T இலும் மற்றும் OY ஐ E இலும் வெட்டுமாறு வரைக.
4. NE, ES, ST மற்றும் TN ஐ இணைக்க.
5. NEST என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

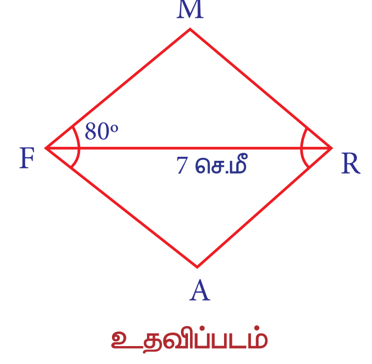
பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

NEST என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள். $= \frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36$ ச.செ.மீ.

5.14.4 ஒரு மூலைவிட்டமும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.37

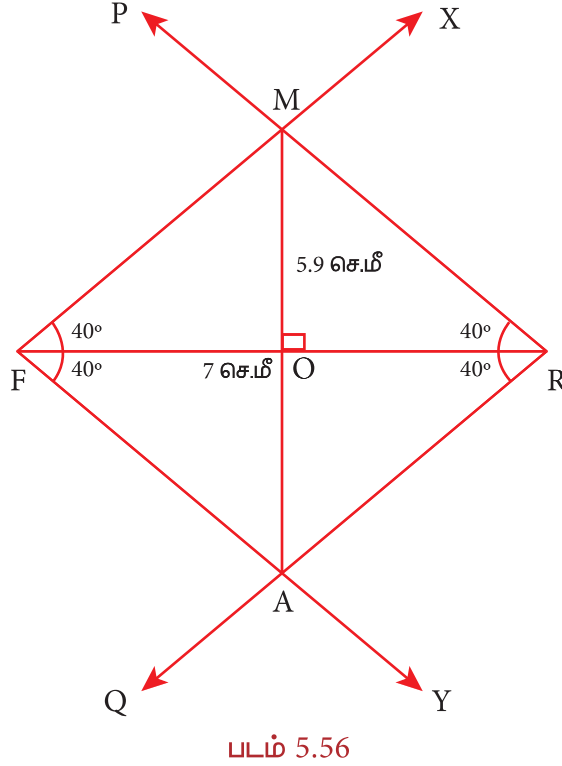
FR = 7 செ.மீ மற்றும் $\angle F = 80^\circ$ அளவுகள் கொண்ட FARM என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: FR = 7 செ.மீ மற்றும் $\angle F = 80^\circ$



படம் 5.56

வரைமுறை:

1. FR = 7 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. F இல் FR இன் இருபுறமும், $\angle RFX = \angle RFY = 40^\circ$ ஐ வரைக.
3. R இல் FR இன் இருபுறமும், $\angle FRP = \angle FRQ = 40^\circ$ ஐ வரைக.
4. FX மற்றும் RP ஆனது M இலும், FY மற்றும் RQ ஆனது A இலும் வெட்டட்டும்.
5. FARM என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

FARM என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 5.9 = 20.65$ ச.செ.மீ.

5.15 செவ்வகம் வரைதல்

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைப் பயன்படுத்திச் செவ்வகம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

(i) நீளம் மற்றும் அகலம்

(ii) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்

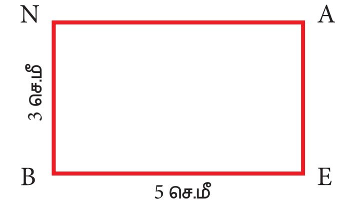
5.15.1 நீளமும் அகலமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது செவ்வகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.38

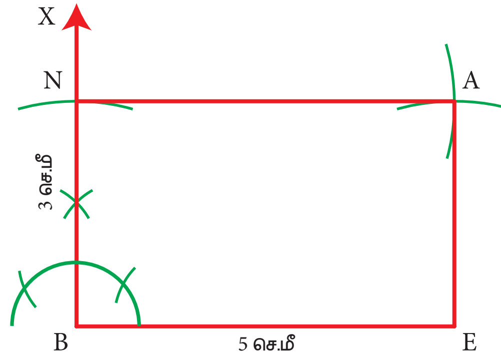
BE = 5 செ.மீ மற்றும் BN = 3 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட BEAN என்ற செவ்வகம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு: BE = 5 செ.மீ மற்றும் BN = 3 செ.மீ



உதவிப்படம்



படம் 5.57

வரைமுறை:

1. BE = 5 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. B இல், $BX \perp BE$ ஐ வரைக.
3. B ஐ மையமாகக் கொண்டு 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது BX ஐ N இல் வெட்டட்டும்.
4. E மற்றும் N ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 3 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும்.
5. EA மற்றும் NA ஐ இணைக்க.
6. BEAN என்பது தேவையான செவ்வகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

BEAN என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= l \times b$ சதுர அலகுகள்.

$= 5 \times 3 = 15$ ச.செ.மீ.

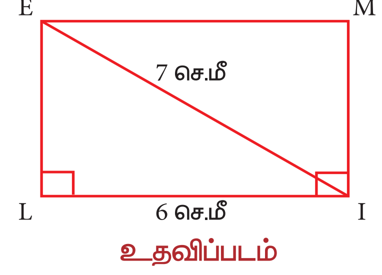
5.15.2 ஒரு பக்கமும் ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது செவ்வகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.39

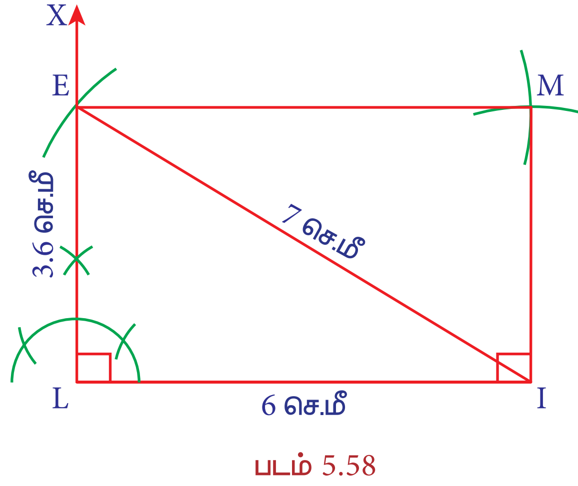
LI = 6 செ.மீ மற்றும் IE = 7 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட LIME என்ற செவ்வகம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு: LI = 6 செ.மீ மற்றும் IE = 7 செ.மீ



உதவிப்படம்



படம் 5.58

வரைமுறை:

1. LI = 6 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. L இல், $LX \perp LI$ ஐ வரைக.
3. I ஐ மையமாகக் கொண்டு, 7 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது LX ஐ E இல் வெட்டட்டும்.
4. I மற்றும் E ஐ மையங்களாகவும், முறையே LE மற்றும் LI இன் நீளங்களை ஆரங்களாகவும் கொண்டு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை M இல் வெட்டட்டும்.
5. IM மற்றும் EM ஐ இணைக்க.
6. LIME என்பது தேவையான செவ்வகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

LIME என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= l \times b$ சதுர அலகுகள்.

$= 6 \times 3.6 = 21.6$ ச.செ.மீ.

5.16 சதுரம் வரைதல்

(i) ஒரு பக்கம் மற்றும் (ii) ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்போது சதுரம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

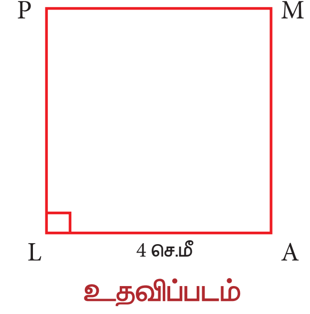
5.16.1 ஒரு பக்கம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.40

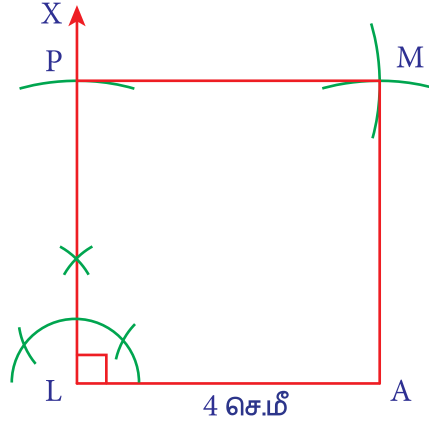
4 செ.மீ பக்க அளவு கொண்ட LAMP என்ற சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு: பக்கம் = 4 செ.மீ



உதவிப்படம்





படம் 5.59

வரைமுறை:

1. LA = 4 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. L இல், $LX \perp LA$ ஐ வரைக.
3. L ஐ மையமாகக் கொண்டு, 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது LX ஐ P இல் வெட்டட்டும்.
4. A மற்றும் P ஐ மையங்களாகவும், ஒவ்வொன்றும் 4 செ.மீ ஆரமுள்ள இரு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை M இல் வெட்டட்டும்.
5. AM மற்றும் PM ஐ இணைக்க. LAMP என்பது தேவையான சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

LAMP என்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு $= a^2$ சதுர அலகுகள்.

$= 4 \times 4 = 16$. ச.செ.மீ.

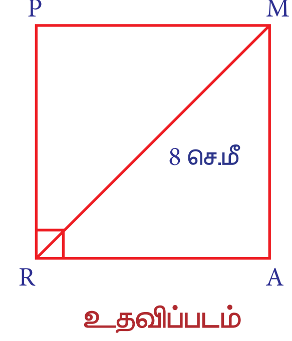
5.16.2 ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சதுரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 5.41

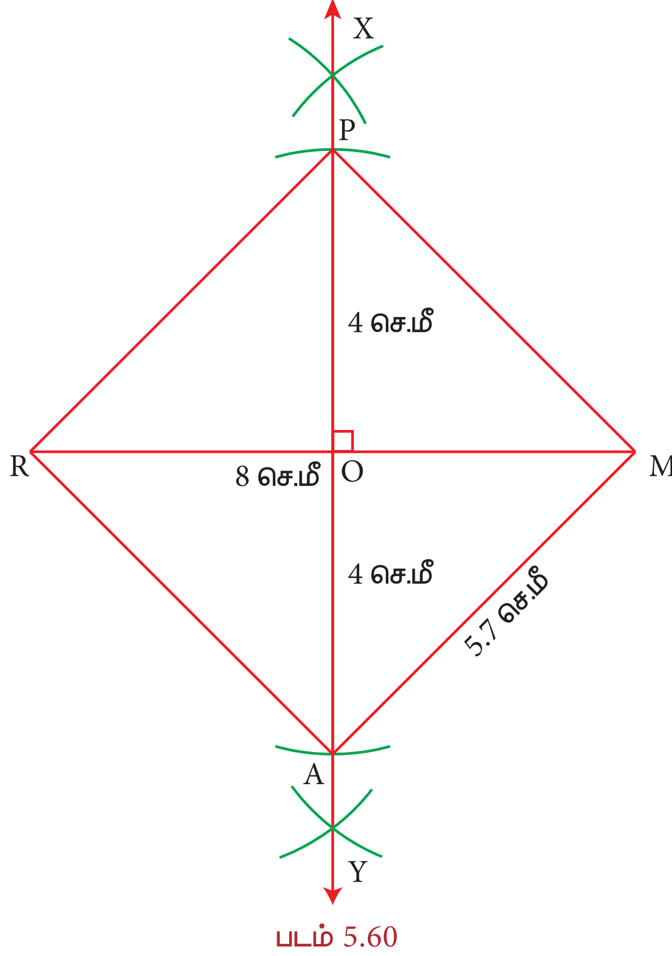
8 செ.மீ அளவுள்ள மூலைவிட்டம் கொண்ட RAMP என்ற சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு: மூலைவிட்டம் = 8 செ.மீ



உதவிப்படம்



படம் 5.60

வரைமுறை:

1. RM = 8 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. RM இக்கு மையக்குத்துக்கோடு XY ஐ வரைக. அது RM ஐ O இல் இருசமக்கூறிடும்.
3. O ஐ மையமாகக் கொண்டு, O இன் இருபுறமும் 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் OX ஐ P இலும் மற்றும் OY ஐ A இலும் வெட்டுமாறு வரைக.
4. RA, AM, MP மற்றும் PR ஐ இணைக்க.
5. RAMP என்பது தேவையான சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

RAMP என்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு $= a^2$ சதுர அலகுகள் $= 5.7 \times 5.7 = 32.49$ ச.செ.மீ.

பயிற்சி 5.5

I. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு பின்வரும் இணைகரங்களை வரைந்து, அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) $ARTS$, AR=6 செ.மீ, RT=5 செ.மீ மற்றும் $\angle ART = 70°$

(ii) $CAMP$, CA=6 செ.மீ, AP=8 செ.மீ மற்றும் CP=5.5 செ.மீ.

(iii) $EARN$, ER=10 செ.மீ, AN=7 செ.மீ மற்றும் $\angle EOA = 110°$. $\overline{ER}$ மற்றும் $\overline{AN}$ ஆகியவை O இல் வெட்டுகின்றன.

(iV) $GAIN$, GA=7.5 செ.மீ, GI=9 செ.மீ மற்றும் $\angle GAI = 100°$.

II. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் சாய்சதுரங்கள் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) FACE, FA= 6 செ.மீ மற்றும் FC = 8 செ.மீ

(ii) CAKE, CA=5 செ.மீ மற்றும் $\angle A = 65°$

(iii) LUCK, LC = 7.8 செ.மீ மற்றும் UK = 6 செ.மீ

(iv) PARK, PR = 9 செ.மீ மற்றும் $\angle P = 70°$

III. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் செவ்வகங்களை வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) HAND, HA = 7 செ.மீ மற்றும் AN = 4 செ.மீ

(ii) LAND, LA = 8 செ.மீ மற்றும் AD = 10 செ.மீ

IV. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் சதுரங்கள் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) EAST, EA = 6.5 செ.மீ

(ii) WEST, WS = 7.5 செ.மீ

பாடச்சுருக்கம்

- சர்வசம உருவங்கள் வடிவத்திலும் அளவிலும் சமமாக இருக்கும்.
- வடிவொத்த உருவங்கள் ஒத்த வடிவங்களையும், ஆனால் மாறுபட்ட அளவுகளையும் பெற்றிருக்கும்.
- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். இதுவே பிதாகரஸ் தேற்றமாகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். இது G என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று செங்குத்துக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் செங்கோட்டு மையம் ஆகும். இது H என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் சுற்றுவட்ட மையம் ஆகும். இது S என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் உள்வட்ட மையம் ஆகும். இது I என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்களை இணையாகக் கொண்ட ஒரு நாற்கரமே சரிவகமாகும்.
- எதிரெதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரமே இணைகரமாகும்.
- அனைத்துப் பக்கங்களும் சமமாகக் கொண்ட இணைகரமே சாய்சதுரம் ஆகும்.
- அனைத்துக் கோணங்களும் செங்கோணங்களாகக் கொண்ட இணைகரமே செவ்வகம் ஆகும்.
- அனைத்துப் பக்கங்களும் அனைத்துக் கோணங்களும் சமமாகக் கொண்ட இணைகரமே சதுரம் ஆகும்.

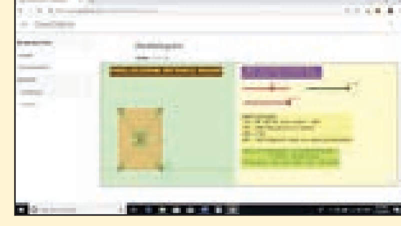
இணையச் செயல்பாடு



படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 'வடிவியல்' என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'இணைகரம்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

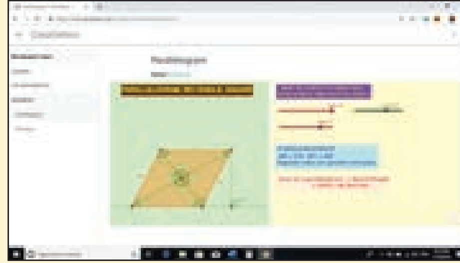
படி 2 கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் நீங்கள் ஸ்லைடர்களை அடிப்படை, உயரம் மற்றும் கோணத்தை நகர்த்தலாம். இணையான வரைபடம், செவ்வகம் மற்றும் சதுரமாக மாறுகிறது என்பதை சரிபார்க்கவும். பண்புகளை ஆய்வு செய்யவும்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்





படி 1



படி 2



இந்த அலகிற்கான மீதமுள்ள பணித்தாள்களை முயற்சி செய்யவும்.

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

வடிவியல்:

https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409576 மற்றும் விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

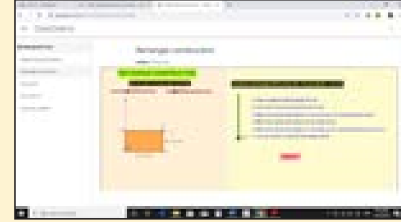
இணையச் செயல்பாடு

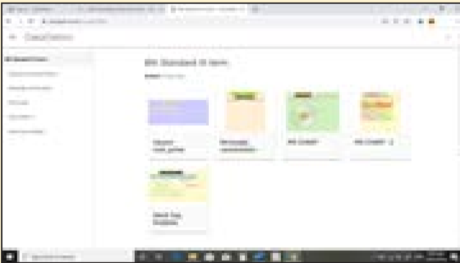


படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Rectangle Constraction' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

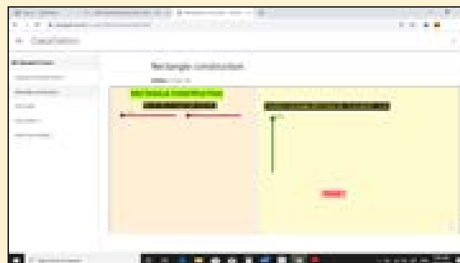
படி 2 செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தை மாற்ற ஸ்லைடர்களை இடது பக்கத்தில் நகர்த்தவும். ஸ்லைடரை படிப்படியாக வலதுபுறமாக இழுக்கவும். கட்டுமானத்திற்கான படிகளைப் பார்க்கவும்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்





படி 1



படி 2

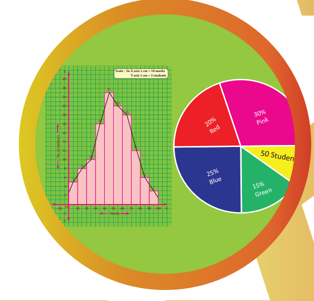


இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

வடிவியல்:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r மற்றும் விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

6 புள்ளியியல்





கற்றல் நோக்கங்கள்



- நிகழ்வெண் அட்டவணை அமைத்தலை நினைவு கூர்தல்.
- கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு எளிய வட்டவிளக்கப்படம் வரைதல்.
- தொகுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு நிகழ்வு செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வு பலகோணம் வரைய கற்றுக்கொள்ளுதல்.

6.1 அறிமுகம்

வட்ட விளக்கப்படங்கள், நிகழ்வு செவ்வகங்கள் மற்றும் நிகழ்வு பலகோணங்கள் பற்றிப் படிப்பதற்கு முன் சென்ற வகுப்பில் படித்த தரவு (முதல் நிலைத் தரவு, இரண்டாம் நிலை தரவு) மற்றும் தொகுக்கப்படாத தரவுகளுக்கு நிகழ்வெண் அட்டவணை தயாரித்தல் போன்றவற்றை பற்றி நினைவுக்கூர்வோம்.

காமராஜ்! நம் வகுப்பில் உள்ள அனைத்து மாணவர்களின் இரண்டாம் பருவத்தேர்வு கணித மதிப்பெண்களைச் சேகரித்து வா.

கீதா! நீ சென்று திரள் பதிவேட்டிலுள்ள அனைத்து மாணவர்களின் உயரங்களையும் குறித்துக்கொண்டு வா.

மாணவர்களே, இங்கு, காமராஜ் சேகரித்த மதிப்பெண்கள் மற்றும் கீதா குறித்துக்கொண்டு வந்த உயரங்கள் அனைத்தும் தரவு (விவரம்) எனப்படும். தரவு என்பது எண்கள், எழுத்துகள், அளவுகள் மற்றும் உற்றுநோக்கும் மதிப்புகள் போன்ற விவரங்களின் தொகுப்பு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக: ஒரு நிறுவனத்திலுள்ள பணியாளர்களின் வயது

27, 51, 19, 21, 46, 35, 52, 25, 57, 29.

6.1.1 தரவு (விவரம்)

முதல்நிலைத் தரவுகள்:

இவ்வகை தரவுகள் ஒரு குறிப்பிட்டத் தேவைக்காக, முதன்முதலில் நேரடியாகச் சேகரிக்கப்படும் தரவுகள் ஆகும். இங்கு காமராஜ் நேரடியாக மாணவர்களிடமிருந்து அவர்களின் கணித மதிப்பெண் விவரங்களைச் சேகரித்தார். இதுவே முதல்நிலைத் தரவுகள் ஆகும்.

மேலும், (i) ஒரு கிராமத்தின் மக்கள்தொகைக் கணக்கெடுப்பு

(ii) ஒரு வகுப்பறையிலுள்ள மாணவர்கள் விரும்பிய வண்ணங்களின் தொகுப்பு, போன்றவை முதல்நிலைத் தரவுக்கானச் சில எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

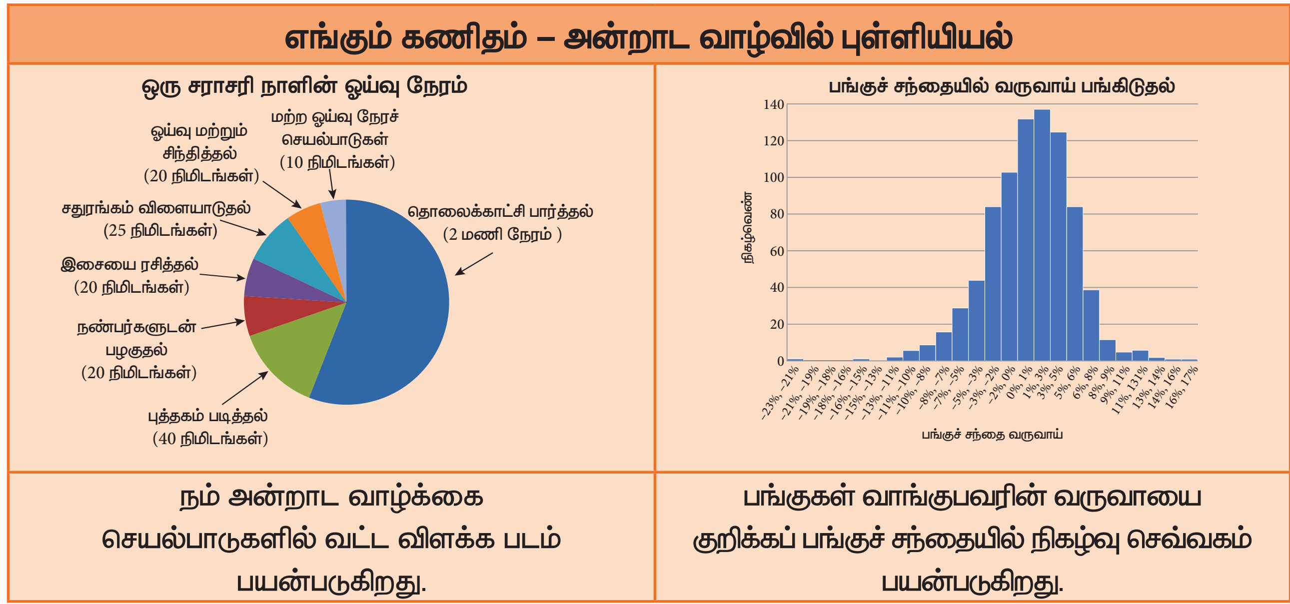
இரண்டாம்நிலைத் தரவுகள்:

இவ்வகைத் தரவுகள், விவரங்களை முன்பே சேகரித்து வைத்துள்ள சில இடங்களிலிருந்து சேகரிக்கப்பட்டதாகும். இவ்வகைத் தரவுகள் முன்னரே வேறொருவரால் சேகரிக்கப்பட்டதாகும். முன்பே, இதன் மீது புள்ளியியல் செயல்பாடுகள் செய்யப்பட்டிருக்கும். இங்கு கீதாவும் தரவுகளைச் சேகரித்தாள். ஆனால் அவள் அத்தகவல்களை முன்பே சேகரித்து வைத்திருந்த பதிவுகளிலிருந்து எடுத்துத் தொகுத்தாள். இதனை இரண்டாம்நிலைத் தரவுகள் என அழைக்கின்றோம்.

மேலும், (i) ஒரு நிலத்தின் 'பட்டா' தகவல்களைப் பதிவுத்துறை அலுவலகத்திலுள்ள பதிவேடுகளில் இருந்துப் பெறுதல்.

(ii) பிறப்பு-இறப்பு தகவல்களை அத்துறைச் சார்ந்த அலுவலகத்திலுள்ள பதிவேடுகளில் இருந்து பெறுதல் போன்றவை இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும்.

முதல்நிலை மற்றும் இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளிலிருந்து, சில நேரங்களில் ஒரு குறிப்பிட்ட அல்லது தேவையானச் செய்திகளை நேரடியாகப் பெறமுடியாது. எடுத்துக்காட்டாக 50 மதிப்பெண்களுக்கும் அதிகமாக எடுத்த மாணவர்கள் எத்தனை பேர்? எத்தனை மாணவர்கள் 30 மற்றும் 40 மதிப்பெண்களுக்கு இடையில் மதிப்பெண் பெற்றுள்ளார்கள்? எத்தனை மாணவர்களின் உயரம் 125 செ.மீ ஆக இருக்கிறது? இதுபோன்ற வினாக்களுக்கு விடை தெரிய, நாம் தரவுகளை அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும்.



நம் அன்றாட வாழ்க்கை செயல்பாடுகளில் வட்ட விளக்க படம் பயன்படுகிறது.	பங்குகள் வாங்குபவரின் வருவாயை குறிக்கப் பங்குச் சந்தையில் நிகழ்வு செவ்வகம் பயன்படுகிறது.

6.2 நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை

நிகழ்வெண் பரவல்:

நிகழ்வெண் பரவல் என்பது கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை அட்டவணை வடிவில் ஒவ்வொரு மாறிக்கும் நிகழ்வெண்ணை வரிசைப்படுத்துதலே ஆகும்.

இரண்டு வகையான நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை முறைகள் உள்ளது. அவை

(i) தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை.

(ii) தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை.

குறிப்பு

வீச்சு:

கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளில் மிகப்பெரிய மதிப்புக்கும், மிகச்சிறிய மதிப்புக்கும் இடைப்பட்ட வித்தியாசம் வீச்சு ஆகும்.

தரவுகள் 5, 15, 10, 20 மற்றும் 18 எனில்,

வீச்சு $= 20 - 5 = 15$ ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

1. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை ஏறு வரிசை மற்றும் இறங்கு வரிசையில் அமைக்க: 9,34,4,13,42,10,25,7,31,4,40
2. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு வீச்சைக் காண்க 53, 42, 61, 9, 39, 63, 14, 20, 06, 26, 31, 4, 57

6.2.1 தொகுக்கப்படாத தரவுகளுக்கு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணைத் தயாரித்தல்

தொகுக்கப்படாதத் தரவுகள் அல்லது தனித்தத் தரவுகள்:

ஒரு தொகுக்கப்படாதத் தரவுகள் என்பது முழு எண்ணும் அறுதியிட்ட அளவும் ஆகும். இவ்வகையான தரவுகளுக்கு வீச்சு மதிப்புகள் இருக்காது. செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படம் மூலம் இதனை வழக்கமான வழியில் குறிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: 1. ஒரு பள்ளியிலுள்ள ஆசிரியர்களின் எண்ணிக்கை.

2. ஒரு விளையாட்டில் பங்கேற்கும் விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கை.

எடுத்துக்காட்டு 6.1

நான்காம் வகுப்பு படிக்கும் 25 மாணவர்களின் எடைகள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. தொகுக்கப்படாத நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயாரித்து கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

25, 24, 20, 25, 16, 15, 18, 20, 25, 16, 20, 16, 15, 18, 25, 16, 24, 18, 25, 15, 27, 20, 20, 27, 25.

(i) மாணவர்களுடைய எடையின் வீச்சு காண்க.

(ii) அதிகபட்ச எடை அளவு உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

(iii) அதிகபட்சமான மாணவர்கள் எந்த எடைப் பிரிவின் கீழ் வருகிறார்கள்?

(iv) குறைந்த எடையளவுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

தீர்வு:

நிகழ்வுப் பரவல் அட்டவணையைத் தயாரிக்கவும். கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை எடைக் கலத்திற்குக் கீழ் ஏறுவரிசையில் வரிசைப்படுத்த வேண்டும். பிறகு ஒவ்வொரு தரவுக்கும் நேரெதிரே நேர்க்கோட்டுக் குறிகள் கலத்திற்குக் கீழ் ஒரு நேர்க்கோடு இடுக. மேலும் ஒவ்வொரு மாறிகளுக்கான நேர்க்கோட்டுக் குறிகளின் எண்ணிக்கையை நிகழ்வெண் கலத்தில், கீழே கொடுக்கப்பட்டது போல் குறிக்கவேண்டும்.

எனவே, நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை

எடை	நேர்க்கோட்டு குறிகள்	நிகழ்வெண்
15					3
16						4
18					3
20	~~||||~~	5
24				2
25	~~				~~		6
27				2
	மொத்தம்	25

(i) கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளின் வீச்சு என்பது மிகப் பெரிய மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்புகளின் வித்தியாசம் ஆகும். இங்கு வீச்சு $= 27-15 = 12$ ஆகும்.

(ii) இந்த அட்டவணையிலிருந்து, அதிகபட்ச எடை 27கி.கி உள்ள மாணவர்கள் 2 பேர்.

(iii) அதிகபட்சமாக 25 கி.கி எடையில் 6 மாணவர்கள் உள்ளனர்.

(iv) மிகக் குறைந்த எடை அளவான 15 கி.கி உள்ள மாணவர்கள் 3 பேர்.

எனவே, கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை அட்டவணைப்படுத்த. ஒரே பார்வையில் விவரங்களை நாம் எளிதாகப் பெறமுடியும். இல்லையா?



செயல்பாடு

1. உன் வகுப்புத் தோழர்களின் இரத்த வகைகளைச் சேகரிக்க. அட்டவணையை நிறைவு செய்து விவாதிக்க.

இரத்த வகை	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
A+		
B+		
AB+		
O+		
A–		
B–		
AB–		
O–		

2. உன் வகுப்புத் தோழர்களின் பெயர்களிலுள்ள கடைசி எழுத்தை உற்றுநோக்கி, அட்டவணைப்படுத்திப் பிறகு கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

பெயரிலுள்ள கடைசி ஆங்கிலக் எழுத்து	நேர்கோட்டுக் குறிகள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

1. பெயர்களில் எந்த எழுத்து அதிகமுறை கடைசி எழுத்தாக வந்துள்ளது?
2. பெயர்களில் எந்த எழுத்து குறைந்தமுறை கடைசி எழுத்தாக வந்துள்ளது?
3. எந்தெந்த எழுத்துகள் பெயர்களின் கடைசி எழுத்தாக வரவில்லை?
4. சிறுமிகளின் பெயர்கள் அதிகமாக---------- என்ற எழுத்தில் முடிந்துள்ளது.
5. சிறுவர்களின் பெயர்கள் அதிகமாக ---------- என்ற எழுத்தில் முடிந்துள்ளது.

6.2.2 தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயாரித்தல்

தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகள் அல்லது தொடர்ச்சியானத் தரவுகள்:

தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகள் என்பது குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் அமைந்த மதிப்புகள் ஆகும். இந்தத் தரவுகள் மிகப் பெரிய மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்புடன் ஒரு குறிப்பிட்ட வீச்சில் அமையும். தொடர்ச்சியானத் தரவுகளை அட்டவணைப்படுத்துவதை நிகழ்வெண் பரவல் என அழைக்கின்றோம். நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி இவற்றை வரைபடத்தின் மூலம் குறிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: 1. ஒரு கிராமத்தில் வசிப்பவர்களின் வயது.
2. உன் வகுப்பறையில் உள்ள மாணவர்களின் உயரம் மற்றும் எடை.

இப்பொழுது நாம் ஒரு சூழ்நிலையைக் கருதுவோம். 50 மாணவர்களின் மதிப்பெண்களைச் சேகரித்துள்ளதாகக் கொள்வோம். இந்த 50 மாணவர்களின் ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணுக்கும் நேராக நேர்க்கோட்டுக்குறிகள் இடுவது மிகக் கடினம். ஏனெனில், இந்த மதிப்பெண்களை அட்டவணைப்படுத்தினால் மிக நீளமாக இருக்கும் என்பதோடு விரைவாகப் புரிந்துகொள்ளவும் முடியாது. இதனால் நாம் பிரிவு இடைவெளியைப் பயன்படுத்துகிறோம். இந்த அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளின் தொகுப்பைப் பிரிவு இடைவெளி முறையில் எழுதி நிகழ்வெண்ணைக் குறிக்க வேண்டும்.

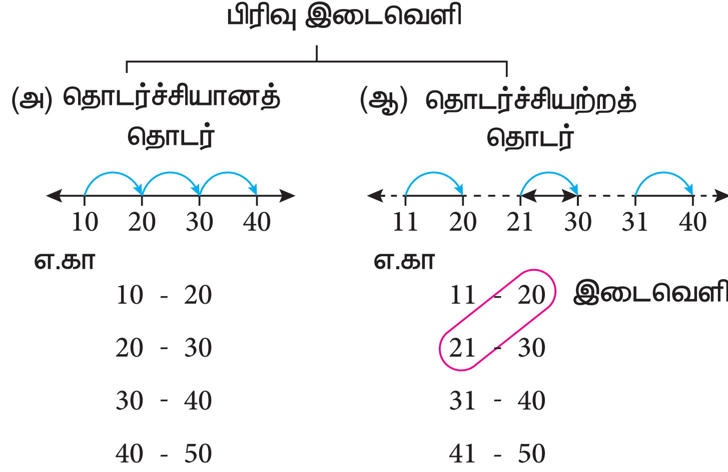
பிரிவு இடைவெளி:

மாறிகளின் தொகுப்பு பிரிவுகளாகத் தொகுக்கப்பட வேண்டும். மேலும், ஒவ்வொரு தொகுப்பும் பிரிவு இடைவெளி (C.I) எனப்படும். ஒவ்வொரு பிரிவின் மேல் எல்லை மற்றும் கீழ் எல்லையின் வித்தியாசம் பிரிவு அளவு ஆகும்.

பிரிவு இடைவெளி (C.I) = மேல் எல்லை – கீழ் எல்லை

எடுத்துக்காட்டாக,

மதிப்பெண்களின் பிரிவு இடைவெளி 10 லிருந்து 20 என்பதை 10-20 என எழுதலாம். இதன் பிரிவு அளவு 20-10 =10.



(அ) நிகழ்வெண் பரவலின்போது, கீழ்க்காணுமாறு எண்ணுதலைப் பின்பற்ற வேண்டும்10-20, 20-30, 30-40...... ஆகியவற்றை பிரிவுகளாகக் கொண்டால், இவை ஒரு தொடர்ச்சியானத் தொடர் ஆகும். இங்கு 20 என்பது 20-30க்குள்ளும் 30 என்பது 30-40 க்குள்ளும் சேர்க்கப்பட வேண்டும். அதேபோல் மற்ற பிரிவுகளுக்கும் எண்ண வேண்டும்.

(ஆ) கொடுக்கப்பட்டத் தொடரில் இரண்டு அடுத்தடுத்த பிரிவு எல்லைகளுக்கு இடையில் இடைவெளி இருப்பின் அந்த இடைவெளி அளவின் பாதியை இரண்டு எல்லைகளுக்கு இடையில் நிரப்பவேண்டும். இடைவெளி அளவின் பாதியை ஈடுசெய் காரணி என அழைக்கிறோம்.

தொடர்ச்சியற்றத் தொடரை, தொடர்ச்சியானத் தொடராக மாற்றுதல்:

கொடுக்கப்பட்டவை ஒரு தொடர்ச்சியற்ற தொடர் எனில், அதனை நாம் தொடர்ச்சியானதாகக் கீழ்க்கண்டவாறு மாற்றலாம்.

விளக்கம்: 1

11 - 20 இடைவெளி
21 – 30
31 – 40

இடைவெளி வித்தியாசம் = 21- 20

= 1

கீழ் வரம்பு = கீழ் எல்லை – இடைவெளியின் பாதி

$= 11 - \frac{1}{2}(1) = 11 - 0.5 = 10.5$

மேல் வரம்பு = மேல் எல்லை + இடைவெளியின் பாதி

$= 20 + \frac{1}{2}(1) = 20 + 0.5$

$= 20.5$

மேலும், இதேபோல் மற்ற பிரிவுகளுக்கும் செய்ய வேண்டும்.

எனவே, பிரிவு இடைவெளித் தொடர்ச்சியானதாகக் கீழே அட்டவணையில் உள்ளது போல் மாற்ற முடியும்.

தொடர்ச்சியற்ற தொடர்	தொடர்ச்சியான தொடர்
-0.5 +0.5 11-20	10.5-20.5
21-30	20.5-30.5
31-40	30.5-40.5
41-50	40.5-50.5



குறிப்பு

உள்ளடக்கியத் தொடர்:

பிரிவு இடைவெளிகளில், மேல் எல்லையும், கீழ் எல்லையும் அந்தப் பிரிவு இடைவெளியில் உள்ளடங்கி இருந்தால் அது உள்ளடக்கியத் தொடர் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக: 11-20, 21-30, 31-40, 41-50 என்பது ஓர் உள்ளடக்கிய தொடர் ஆகும். இங்கு 11 மற்றும் 20 ஆகிய தரவுகள் (11-20) பிரிவு இடைவெளியினுள் அமையும். தெளிவாக இது ஒரு தொடர்ச்சியற்றத் தொடர் ஆகும்.

விலக்கியத் தொடர்:

பிரிவு இடைவெளிகளில், ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லையானது அடுத்த பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையாக இருந்தால் அது விலக்கியத் தொடர் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக: 10-15, 15-20, 20-25, 25-30, என்பன ஒரு விலக்கியத் தொடர் ஆகும். இங்கு 15 என்ற மதிப்பு 15-20 என்ற பிரிவு இடைவெளியிலும், 20 என்ற மதிப்பு அடுத்த 20-30 என்ற பிரிவு இடைவெளியிலும் இருக்கும். தெளிவாக இது ஒரு தொடர்ச்சியானத் தொடர் ஆகும்.

6.2.2 (i) தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையை அமைத்தல் – தொடர்ச்சியானத் தொடர்

எடுத்துக்காட்டு 6.2

ஒரு கிராமத்திலுள்ள 26 வீடுகளின் மின்சாரக் கட்டணம் (₹ இல்) கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயார் செய்க.

215	200	120	350	800	600	350	400	180	210	170	305	204
220	425	540	315	640	700	790	340	586	660	785	290	300

தீர்வு:

அதிகபட்சக் கட்டணம் = ₹ 800

குறைபட்சக் கட்டணம் = ₹ 120

வீச்சு = அதிகபட்ச மதிப்பு – குறைந்தபட்ச மதிப்பு

வீச்சு = 800 – 120 = ₹ 680

பிரிவின் அளவினை 100 என எடுக்க நினைத்தால்,

$$\text{சாத்தியமான பிரிவு இடைவெளியின் எண்ணிக்கை} = \frac{\text{வீச்சு}}{\text{பிரிவின் அளவு}} = \frac{680}{100} = 6.8 \simeq 7$$

பிரிவு இடைவெளி	நேர்க்கோட்டு குறிகள்	நிகழ்வெண்
100-200	|||	3
200-300	~~||||~~ |	6
300-400	~~||||~~ |	6
400-500	||	2
500-600	||	2
600-700	|||	3
700-800	||||	4
	மொத்தம்	26

6.2.2 (ii) தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையை அமைத்தல் – தொடர்ச்சியற்றத் தொடர்

எடுத்துக்காட்டு 6.3

கொடுக்கப்பட்ட தொடர்ச்சியற்ற தொடரை தொடர்ச்சியானத் தொடராக மாற்றுக.

பிரிவு	0-5	6-11	12-17	18-23	24-29
நிகழ்வெண் (f)	7	10	9	5	12

தீர்வு:

மேலே கூறியவாறு முதலில் நாம் இடைவெளியை நிரப்பவேண்டும். இடைவெளி அளவின் பாதியைக் கொண்டு இரண்டு அடுத்தடுத்த எல்லைகளுக்கு இடையிலுள்ள இடைவெளியை நிரப்பவேண்டும். இங்கு இடைவெளி அளவு 1 ஆகும். எனவே, இடைவெளி அளவின் பாதியை நீக்கவும், சேர்க்கவும் வேண்டும். அதாவது 0.5 ஐக் கீழ் எல்லையிலிருந்து கழித்தும், மேல் எல்லையுடன் கூட்டியும் ஒவ்வொரு பிரிவினையும் தொடர்ச்சியானதாக மாற்ற வேண்டும்.

பிரிவு	–0.5-5.5	5.5-11.5	11.5-17.5	17.5-23.5	23.5-29.5
நிகழ்வெண் (f)	7	10	9	5	12



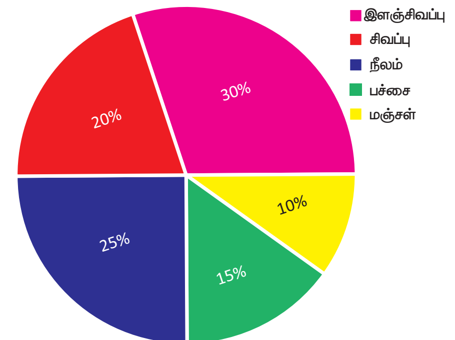
இவற்றை முயல்க

1. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயார் செய்க.
   3, 4, 2, 4, 5, 6, 1, 3, 2, 1, 5, 3, 6, 2, 1, 3, 2, 4
2. தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியலைத் தயார் செய்க.
   10, 9, 3, 29, 17, 34, 23, 20, 39, 42, 5, 12, 19, 47, 18, 19, 27, 7, 13, 40, 38, 24, 34, 15, 40

6.3 தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளுக்கு வரைபட விளக்கமுறையில் நிகழ்வெண் பரவலைக் குறித்தல்

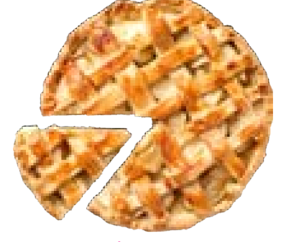
வரைபட விளக்கமுறையில் குறித்தல் என்பது தரவுத் தொகுப்பின் வடிவியல் அமைப்பு ஆகும். இது ஒரு கணித வடிவம் ஆகும். இந்த பட விளக்க முறையானது புள்ளியியல் கணக்குகளை கண்டுணர்ந்து சிந்திக்க வைக்கிறது. ஒரு குறிப்பிட்டச் செய்தியை விளக்க வார்த்தைகளைவிட வரைபட விளக்கம் அதிகப் பயனுள்ளதாக இருக்கிறது. படவிளக்க முறையில் தரவுகளைக் குறிப்பது புரிந்துகொள்ளுவதற்கு அதிகப் பயனுள்ளதாகவும் இருக்கிறது. சென்ற வகுப்பில் நாம் சில தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளை வரைபட விளக்க முறையில் அதாவது நேர்க்கோட்டு வரைபடம், செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படம் மற்றும் படவிளக்கம் மூலம் குறித்தோம். இப்போது, நாம் கொடுக்கப்பட்ட தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளை வட்டவடிவில் குறிக்கப்போகின்றோம். அதனை வட்ட விளக்கப்படம் அல்லது வட்டவிளக்க வரைபடம் என அழைக்கின்றோம்.

6.3.1 வட்ட விளக்கப் படம்



வட்ட விளக்கப்படம் என்பது ஒரு வட்ட வடிவ வரைபடம், இதன் மொத்த மதிப்பைக் கூறுகளாகப் (பகுதிகளாக) பிரிக்கப்படும். வட்டத்தின் பரப்பளவு கூறுகளின் மொத்த மதிப்பால் குறிக்கப்படும். மேலும், வட்டத்தின் ஒவ்வொரு வட்ட கோணப்பகுதியும் வெவ்வேறு கூறுகளால் குறிக்கப்படும். இங்கு ஒரு வட்டமானது வட்டகோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. மேலும், ஒவ்வொரு வட்டக் கோணப் பகுதியின் பரப்பளவும் கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களுக்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும். வட்ட விளக்கப்படத்தில்

அதிகபட்சமாக தரவுகள் சதவீதத்தில் குறிக்கப்பட்டிருக்கும். மொத்த மதிப்பில் இத்தனை சதவீதம் என ஒவ்வொரு கூறும் குறிக்கப்பட்டிருக்கும். இது வட்ட விளக்கப்படம் (pie chart) என அழைக்கப்படுகிறது ஏனெனில், இதன் மொத்தப் படமும் அமெரிக்கர்களின் உணவான 'பை'(pie) போன்று தோற்றம் அளிப்பதாலும் இதன் கூறுகள் 'பை' (pie) உணவின் துண்டுகளைப் போன்று இருப்பதாலும் இவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது.


அமெரிக்க உணவு 'பை' (pie)

6.3.2 வட்ட விளக்கப்படம் வரையும் முறை

ஒரு வட்ட விளக்கப்படத்தில் வெவ்வேறு கூறுகளை வட்டகோணப் பகுதி மூலம் குறிக்கப்படும். மேலும், அனைத்துக் கூறுகளின் மொத்த மதிப்பும் முழு வட்டத்தைக் குறிக்கிறது என்று நமக்குத் தெரியும். எனவே ஒரு வட்டத்தின் மொத்த மையக்கோண அளவான 360° ஐ கூறுகளின் மதிப்புகளுக்குத் தக்கவாறு வெவ்வேறு வட்டகோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம்.

ஒரு கூறின் (பகுதி) மையக்கோண அளவு $= \dfrac{\text{கூறின் மதிப்பு}}{\text{மொத்த மதிப்பு}} \times 360^\circ$

சில நேரங்களில், கூறுகளின் அளவு சதவீதங்களாகக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். இதுபோன்ற சமயங்களில்

ஒரு கூறின் மையக் கோண அளவு $= \dfrac{\text{கூறின் சதவீத மதிப்பு}}{100} \times 360^\circ$

வட்டவிளக்கப்படம் அமைப்பதற்கான படிநிலைகள்:

1) ஒவ்வொரு கூறின் மையக்கோண அளவையும் மேற்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிட்டு அட்டவணைப்படுத்துக.
2) நம் வசதிக்கேற்ப ஏதேனும் ஓர் ஆரமுடைய வட்டம் வரைந்து, அவ்வட்டத்தினுள் கிடைமட்டமாக ஓர் ஆரம் வரைக.
3) கிடைமட்ட ஆரத்துடன் முதல் கூறின் கோணத்தை வட்ட மையத்தில் ஏற்படுத்துமாறு ஆரத்தை வரைக. இந்த ஆரத்திலிருந்து இரண்டாவது கூறின் கோணத்தை வட்ட மையத்தில் ஏற்படுத்துமாறு அடுத்த ஆரத்தை வரைக. மேலும் இதேபோன்று அனைத்துக் கூறுகளும் முடியும் வரை வரைக.
4) ஒவ்வொரு வட்ட கோணப்பகுதியையும் வேறுபடுத்திக் காட்ட வெவ்வேறு வண்ணமிடவும்.
5) ஒவ்வொரு வட்டகோணப்பகுதியின் விவரக் குறிப்பினை எழுதுக.

இங்கு சில எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன . கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நாம் வட்ட விளக்கப்படம் வரைவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 6.4

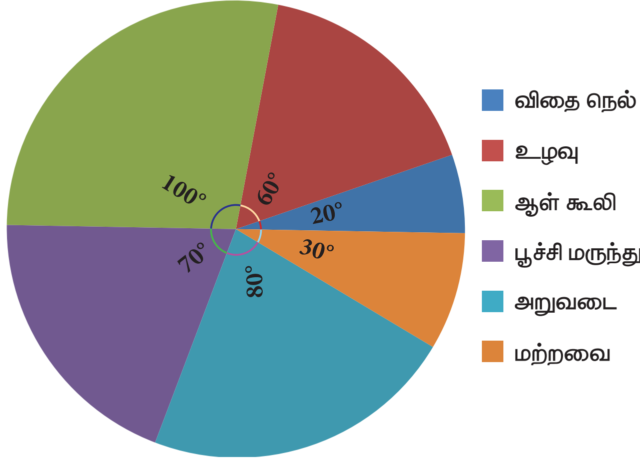
2 ஏக்கர் நிலத்தில் நெல்லைப் பயிரிட ஆகும் செலவு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. கீழ்க்காணும் தரவுகளைக் குறிக்கும் வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

விவரங்கள்	விதை நெல்	உழவு	ஆள் கூலி	பூச்சி மருந்து	அறுவடை	மற்றவை
செலவுகள் (₹)	2000	6000	10000	7000	8000	3000

மேலும், 1. எந்தத் தலைப்பின் கீழ் அதிகத் தொகைச் செலவிடப்படுகிறது. அதன் சதவீதம் எவ்வளவு?
2. எத்தனைச் சதவீதப் பணமானது விதை நெல் வாங்கச் செலவிடப்படுகிறது?

தீர்வு:

2 ஏக்கர் நிலத்தில் நெல் பயிரிட ஆகும் செலவு



விவரங்கள்	மையக் கோணம் = $\frac{\text{கூறின் மதிப்பு}}{\text{மொத்த மதிப்பு}} \times 360^\circ$
விதை நெல்	$\frac{2000}{36000} \times 360^\circ = 20^\circ$
உழவு	$\frac{6000}{36000} \times 360^\circ = 60^\circ$
ஆள் கூலி	$\frac{10000}{36000} \times 360^\circ = 100^\circ$
பூச்சி மருந்து	$\frac{7000}{36000} \times 360^\circ = 70^\circ$
அறுவடை	$\frac{8000}{36000} \times 360^\circ = 80^\circ$
மற்றவை	$\frac{3000}{36000} \times 360^\circ = 30^\circ$
மொத்தம்	360°

1. அதிகபட்சமாக ஆள்கூலிக்காக ₹10,000 செலவு செய்துள்ளார். இதனைச் சதவீதமாக மாற்ற,

   ஆள் கூலி $= \frac{10000}{36000} \times 100\% = 27.7\%$

2. விதை நெல்லுக்காக ₹2000 செலவு செய்துள்ளார். சதவீதமாக மாற்ற,

   விதை நெல் $= \frac{2000}{36000} \times 100\% = 5.55\%$

எடுத்துக்காட்டு 6.5

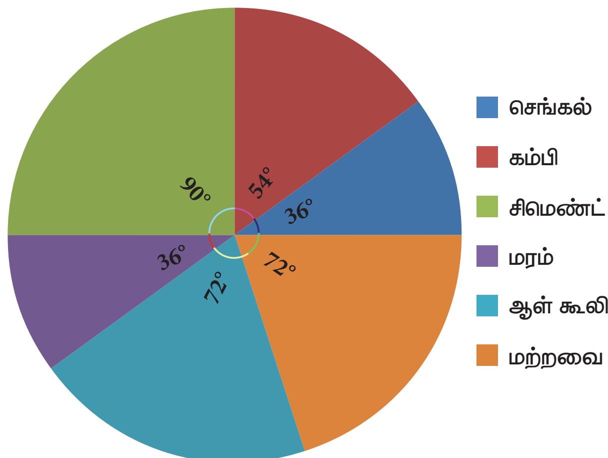
ஒரு வீடு கட்டுவதற்கு ஆகும் செலவுக்குத் தொடர்புடையக் கீழ்க்கண்டத் தரவுகளுக்குப் பொருத்தமான வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

விவரங்கள்	செங்கல்	கம்பி	சிமெண்ட்	மரம்	ஆள் கூலி	மற்றவை
செலவு	10%	15%	25%	10%	20%	20%

மேலும், ₹55000 சிமெண்ட்டுக்காகச் செலவு செய்திருந்தால் ஆள் கூலிக்காக எவ்வளவு செலவு செய்துள்ளார் எனக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

ஒரு வீடு கட்டுவதற்கு ஆகும் செலவு



விவரங்கள்	மையக் கோணம்
செங்கல்	$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$
கம்பி	$\frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$
சிமெண்ட்	$\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$
மரம்	$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$
ஆள் கூலி	$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$
மற்றவை	$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$
மொத்தம்	360°

சிமெண்ட்டுக்காகச் செலவு ₹55000 எனில், இது 25% குறிக்கிறது. ஆள் கூலிக்காக 20% செலவு செய்துள்ளார்.

சதவீதம்	செலவு
25	55000
20	?
நேர் விகிதம்	

எனவே, ஆள்கூலிக்கானச் செலவு $= \frac{26}{22} \times 55000 = ₹\ 44000$



குறிப்பு

வட்ட விளக்கப்படத்தின் பயன்கள்:

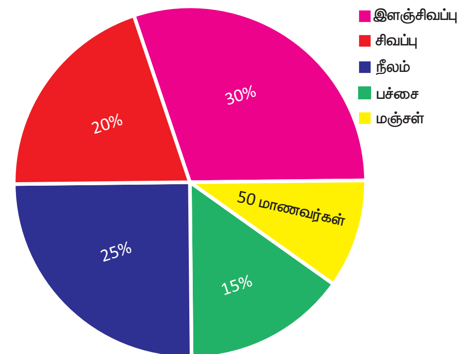
1. தொழிற்துறை மற்றும் ஊடகத் துறையினர் வட்ட விளக்கப்பட முறையைப் பரவலாகப் பயன்படுத்துகின்றனர்.
2. ஒருவர் வட்ட விளக்கப்படமுறையைப் பயன்படுத்தி அரசாங்கத்தின் செலவினங்கள் அல்லது வெவ்வேறு தலைப்பின் கீழ் தொழிற்துறையினர் செய்யும் செலவுகளைக் காட்சிப்படுத்தலாம்.
3. ஆராய்ச்சித் துறையினர் தங்கள் முடிவுகளை வட்ட விளக்கப்படம் பயன்படுத்தித் தெரிவிக்கின்றனர்.

பயிற்சி 6.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.**
   (i) வேறொருவரால் முன்பே சேகரித்து வைத்திருக்கும் தரவுகள் ______________ தரவுகள்.
   (ii) (25-35) பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லை _______________.
   (iii) 200,15,20,103,3,197 இன் வீச்சு _______________.
   (iv) பிரிவு அளவு 10 மற்றும் வீச்சு 80 எனில், பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை _________.
   (v) வட்ட விளக்கப்படம் என்பது ___________ வரைபடம்.

YKJQ4

2. **சரியா தவறா எனக் கூறுக.**
   (i) உள்ளடக்கியத் தொடர் ஒரு தொடர்ச்சியானத் தொடர்.
   (ii) வட்ட விளக்கப்படம் மூலம், மொத்த பகுதிகளின் கூறுகளை ஒப்பிட்டு பார்க்கமுடியும்.
   (iii) ஊடக மற்றும் தொழிற்துறையினர் வட்ட விளக்கப்படத்தைப் பயன்படுத்துகின்றனர்.
   (iv) வட்ட விளக்கப்படம் என்பது வட்டத்தைப் பல்வேறு வட்டக்கோணபகுதிக் கூறுகளாகப் பிரிப்பது.
3. 25 குடும்பங்களிலுள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கைத் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதனைத் தொகுக்கப்படாத நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையில் குறிக்க.
   1, 3, 0, 2, 5, 2, 3, 4, 1, 0, 5, 4, 3, 1, 3, 2, 5, 2, 1, 1, 2, 6, 2, 1, 4
4. பத்தாம் வகுப்பு பொதுத் தேர்வில் 30 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்களுக்குத் தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயார் செய்க.
   328, 470, 405, 375, 298, 326, 276, 362, 410, 255, 391, 370, 455, 229, 300, 183, 283, 366, 400, 495, 215, 157, 374, 306, 280, 409, 321, 269, 398, 200.
5. ஒரு வண்ண உற்பத்தித் தொழிற்சாலை நிர்வாகத்தினர் ஒரு பகுதி மாணவர்களிடம் தங்களுக்கு விருப்பமான வண்ணம் பற்றி கேட்டு, அத்தரவுகளுக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைந்துள்ளார்கள். அத்தகவல்களைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.
   (i) எத்தனைச் சதவீத மாணவர்கள் சிவப்பு வண்ணத்தை விரும்புகின்றனர்?
   (ii) எத்தனை மாணவர்கள் பச்சை வண்ணத்தை விரும்புகின்றனர்?



(iii) நீலவண்ணத்தை விரும்பும் மாணவர்களின் பின்னம் என்ன?

(iv) எத்தனை மாணவர்கள் சிவப்பு வண்ணத்தை விரும்பவில்லை?

(v) எத்தனை மாணவர்கள் இளஞ்சிவப்பு அல்லது நீல வண்ணத்தை விரும்புகின்றனர்?

(vi) எத்தனை மாணவர்களிடம் தங்களுக்குப் பிடித்தமான வண்ணம் பற்றிக் கேட்கப்பட்டது?

6. ஒரு கருத்துக் கேட்பில், அப்பகுதி மக்களால் விரும்பப்படும் உணவு வகைகள் பற்றிய விவரங்கள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்விவரங்களுக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

உணவு வகைகள்	காய்கறிகள்	மாமிசம்	காய்கறிக் கலவை	பழங்கள்	முலைக்கட்டிய தானியங்கள்	ரொட்டி
எண்ணிக்கை	160	90	80	50	30	40

7. இந்திய அரசாங்கத்திற்குப் பல்வேறு வரிவருவாய் வழிகளில் இருந்துவரும் ஒரு ரூபாயிற்கான வருமானம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

வரிவருவாய் வழி	நிறுவன வரி	வருமான வரி	சுங்க வரி	கலால் வரி	சேவை வரி	மற்றவை
வருமானம் (பைசாவில்)	19	16	9	14	10	32

8. குமரனின் மாத குடும்பச் செலவு கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்குப் பொருத்தமான வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

விவரங்கள்	உணவு	கல்வி	வாடகை	போக்குவரத்து	இதர செலவுகள்
செலவுகள் (%)	50 %	20 %	15 %	5 %	10 %

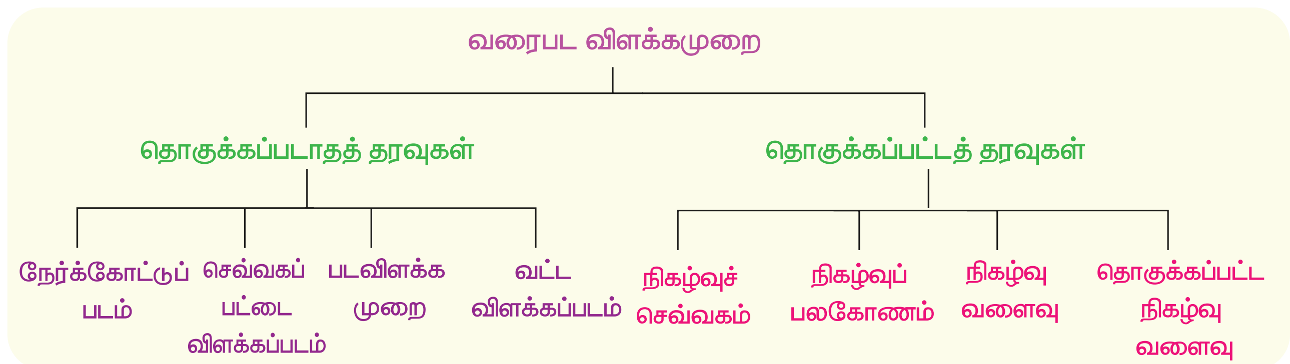
மேலும்,

1. குமரன் வாடகைக்காக ₹6000 ஐ செலவுச் செய்தால் அவர் கல்விக்குச் செய்யும் செலவைக் காண்க.
2. குமரனின் மொத்த மாத வருமானம் எவ்வளவு?
3. கல்வியை விட உணவுக்கு எவ்வளவு அதிகமாகச் செலவுச் செய்கிறார்?

6.4 தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கான நிகழ்வெண் பரவலை வரைபட விளக்கமுறையில் குறித்தல்.

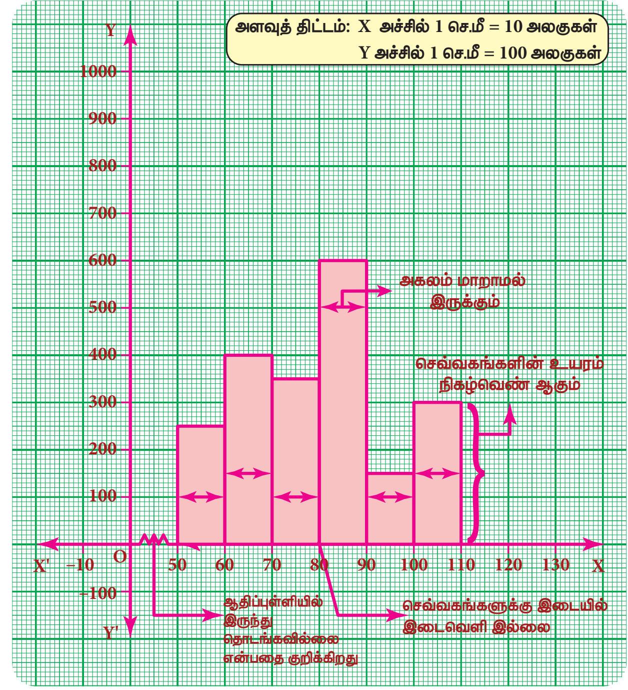
நேர்க்கோட்டுப்படம், செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படம், படவிளக்க முறை மற்றும் வட்ட விளக்கப்படம் ஆகியவை தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளுக்கான நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிக்கும் வரைபட விளக்க முறை ஆகும். நிகழ்வுச் செவ்வகம், நிகழ்வுப் பலகோணம், நிகழ்வு வளைவு, தொகுத்த நிகழ்வு வளைவு (Ogives) ஆகியவை சில தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கான நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிக்கும் வரைபட விளக்கமுறை ஆகும்.

இந்த வகுப்பில் தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கான நிகழ்வெண் பரவலை நிகழ்வுச் செவ்வகம், நிகழ்வுப் பலகோணம் ஆகியவற்றால் மட்டும் குறிக்கக் கற்றுக்கொள்வோம். மற்ற வகையில் குறிப்பதுப் பற்றி மேல் வகுப்புகளில் படிக்கலாம்.



6.4.1 நிகழ்வுச் செவ்வகம்

நிகழ்வுச்செவ்வகம் என்பதுதொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவல் வரைபடம் ஆகும். ஒரு செவ்வகத் தொகுப்பை நிகழ்வுச் செவ்வகம் பெற்றிருக்கும். செவ்வகங்களின் அடிப்பக்க நீளம் பிரிவு இடைவெளியாகவும், ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளிகளின் நிகழ்வெண்ணை உயரமாகவும் கொண்டிருக்கும். அதாவது பிரிவு இடைவெளிகள் கிடைமட்டக் கோட்டில் (x-அச்சு) குறிக்கப்படும். மேலும் மற்றும் நிகழ்வெண்கள் குத்துக்கோட்டில் (y-அச்சு) குறிக்கப்படும்.



ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவும் அதன் பிரிவு இடைவெளியின் நிகழ்வெண்களுக்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும். மேலும் நிகழ்வுச் செவ்வகத்தின் மொத்தப் பரப்பளவானது அனைத்து நிகழ்வெண்களின் கூடுதலுக்கும் நேர்விகிதத்தில் இருக்கும். ஏனெனில், தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலில் செவ்வகம் ஒன்றன் பக்கத்தில் ஒன்றாக இடைவெளியின்றித் தொடர்ச்சியாக அடுத்தடுத்த செவ்வகங்களாக வரையப்பட்டிருக்கும்.

நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையும் வழிமுறைகள்:

1. தொடர்ச்சியற்ற முறையில் (உள்ளடக்கிய தொடர்) தரவுகள் இருந்தால் அவற்றைச் சரிசெய் காரணியைப் பயன்படுத்தித் தொடர்ச்சியானத் ((விலக்கியத்தொடர்) தரவாக மாற்றிக் குறிக்கவேண்டும்.
2. x-அச்சு மற்றும் y-அச்சின் மீது பொருத்தமான அளவுத் திட்டத்தை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.
3. அனைத்துப் பிரிவு இடைவெளிகளின் கீழ் எல்லைகளையும் x-அச்சில் குறிக்க வேண்டும்.
4. பரவலின் நிகழ்வெண்களை y-அச்சின் மீது குறிக்க வேண்டும்.
5. பிரிவு அளவை அடிப்பக்கமாகவும், அதன் நிகழ்வெண்களை உயரமாகவும் கொண்டு செவ்வகங்கள் வரைக. ஒவ்வொரு பிரிவும் மேல் மற்றும் கீழ் மதிப்பைப் பெற்றிருக்கும். இது நமக்கு நிகழ்வெண்களைக் குறிக்கும் இரண்டு சமச் செங்குத்துக் கோடுகளைக் கொடுக்கும். கோடுகளின் மேல் பகுதியை ஒன்றோடொன்று இணைத்தால் தொடர்ச் செவ்வகங்கள் கிடைக்கும்.



குறிப்பு

செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படத்திற்கும், நிகழ்வுச் செவ்வகத்திற்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடு.

	செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படம்	நிகழ்வுச் செவ்வகம்
1	தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளைக் குறிக்க பயன்படுகிறது	தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளைக் குறிக்க பயன்படுகிறது
2	பட்டைகளுக்கு இடையில் இடைவெளி இருக்கும்	செவ்வகங்களுக்கு இடையில் இடைவெளி இருக்காது
3	பட்டையின் உயரம் கவனிக்கத்தக்கது ஆனால் அகலம் அல்ல	ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் உயரம் மற்றும் அகலம் கவனிக்கத்தக்கது

6.4.1 (i) தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 6.6

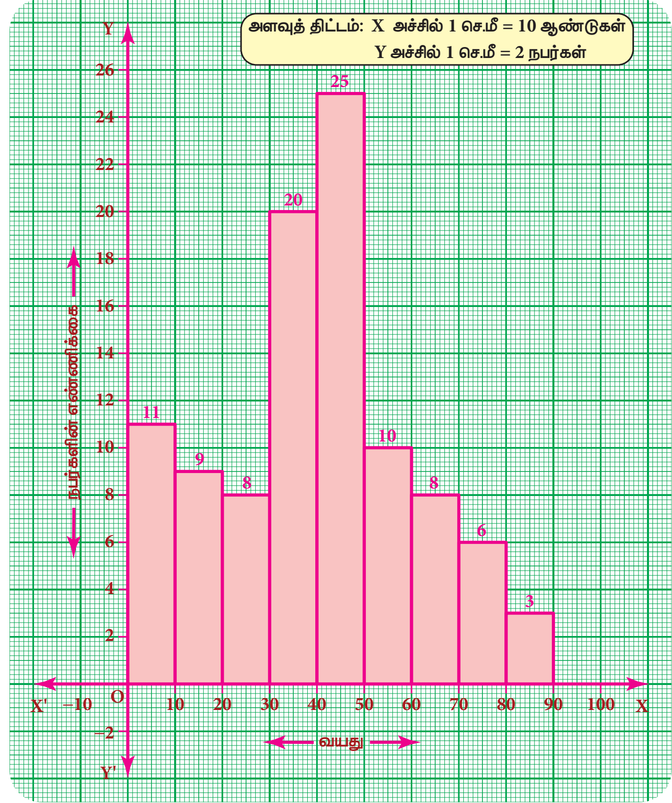
கீழ்க்காணும் அட்டவணையில் ஒரு கிராமத்திலுள்ள 100 பேர்களின் வயது குறிக்கப்பட்டுள்ளது, இதற்கான நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

வயது	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
எண்ணிக்கை	11	9	8	20	25	10	8	6	3

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவு ஒரு தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலைக் கொண்டுள்ளது. x-அச்சில் பிரிவு இடைவெளிகள் குறிக்கப்படும். மேலும் அவற்றின் நிகழ்வெண்கள் y-அச்சில் குறிக்கப்படும். பிரிவுகள் (வயது) மற்றும் அதன் நிகழ்வெண்கள் (எண்ணிக்கை) இரண்டையும் ஒரு சேரக் குறித்துச் செவ்வகம் உருவாகிறது.

கீழ்க்காணுமாறு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையவேண்டும்.





குறிப்பு

பிரிவு இடைவெளி ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து (O) தொடங்கவில்லை எனில், இதனை ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து x அச்சின் மீது ஒரு முறுக்கு வளைவு (⋀⋀⋀_) வரைந்துக் குறிப்பிடுவோம். இந்த முறுக்கு வளைவு (⋀⋀⋀_) y அச்சின் மீதோ அல்லது இரண்டு அச்சுகளின் மீதோ தேவைப்பட்டால் வரையலாம். அதாவது கொடுக்கப்பட்டத் தரவு ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து தொடங்கவில்லை என்பதை இது குறிக்கிறது.

6.4.1 (ii) தொடர்ச்சியற்ற நிகழ்வெண் பரவலுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைதல்

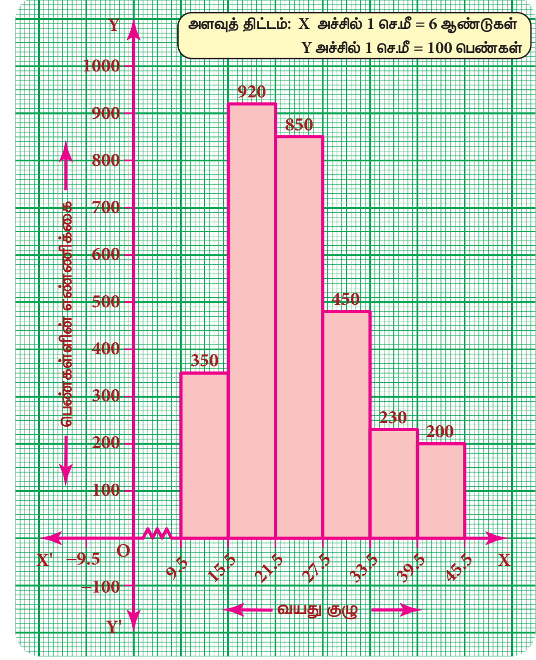
எடுத்துக்காட்டு 6.7

ஒரு நகரத்தில் 10 முதல் 45 ஆண்டுகள் வயது வரையுள்ள படித்த பெண்களின் எண்ணிக்கை கீழ்க்காணும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வயது (ஆண்டுகளில்)	10-15	16-21	22-27	28-33	34-39	40-45
பெண்களின் எண்ணிக்கை	350	920	850	480	230	200

மேற்காணும் தரவுகளுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

தீர்வு:



கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் தொடர்ச்சியற்றதுடன் தரவுகளை அவ்வாறே வரைபடத்தில் குறித்தால், இரண்டு பிரிவுகளுக்கு இடையில் இடைவெளி இருப்பதால் செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படத்தை நாம் பெறுவோம். எனவே சரிசெய் காரணியைப் (0.5) பயன்படுத்தித் தொடர்ச்சியானப் பரவலாக மாற்ற வேண்டும்.

முதல் பிரிவு இடைவெளியை 9.5-15.5 என எழுதமுடியும்.மேலும்மீதமுள்ளபிரிவுஇடைவெளிகளையும் இதேபோல் மாற்ற வேண்டும். நிகழ்வெண்களில் எந்த மாற்றமும் இல்லை.

புதிய தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை.

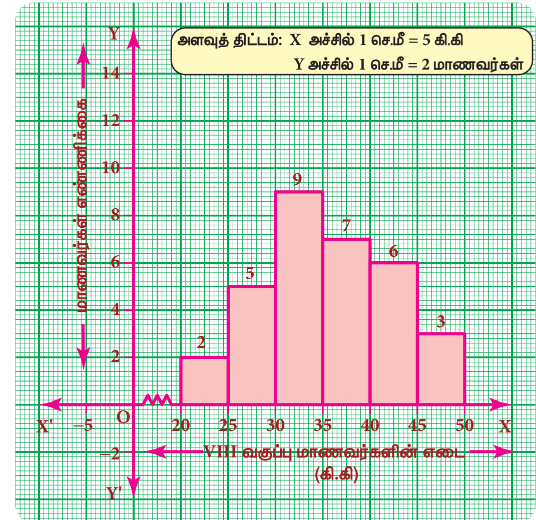
வயது (ஆண்டுகளில்)	9.5-15.5	15.5-21.5	21.5-27.5	27.5-33.5	33.5-39.5	39.5-45.5
பெண்களின் எண்ணிக்கை	350	920	830	480	230	200

கீழ்க்காணுமாறு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைய வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 6.8

கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வுச் செவ்வகத்தை உற்றுநோக்கிக் கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

குறிப்பு: குறைந்த எடை பிரிவு: 30 கி.கி இக்கும் குறைவாக; சரியான எடை பிரிவு : 30-45 கி.கி; அதிக எடை பிரிவு: 45 கி.கி இக்கும் அதிகம்.



1. நிகழ்வுச் செவ்வகம் குறிக்கும் விவரம் என்ன?
2. எந்தக் குழுவில் அதிகபட்சமான மாணவர்களின் எண்ணிக்கை உள்ளது?
3. எத்தனை மாணவர்கள் குறைந்த எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்?
4. எத்தனை மாணவர்கள் அதிக எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்?.
5. எத்தனை மாணவர்கள் 30-40 கி.கி எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்?

தீர்வு:

1. எட்டாம் வகுப்பு மாணவர்கள் எடையைச் சேகரித்து, அதனை நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ளது.
2. 30-35 கிகி எடைப் பிரிவில் அதிகபட்சமாக 9 மாணவர்கள் உள்ளனர்.
3. $7(=2+5)$ மாணவர்கள் குறைந்த எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்.
4. 3 மாணவர்கள் அதிக எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்.
5. 16 (= 9 + 7) மாணவர்கள் 30-40 கிகி எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்.

6.4.2 நிகழ்வுப் பலகோணம்

நிகழ்வுப் பலகோணம் என்பது வரைபடமுறையில் நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிக்கும் கோட்டு வரைபடம் ஆகும். நிகழ்வுச் செவ்வகத்திலுள்ள செவ்வகங்களின் மேல்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியைக் குறித்து அவற்றை நேர்க்கோடு மூலம் இணைக்கக் கிடைக்கும் வடிவம் நிகழ்வுப் பலகோணம் ஆகும். ஒரு பலகோணத்தைப் போன்று பல பக்கங்களைக் கொண்டுள்ளதால் இதனை நிகழ்வுப் பலகோணம் என அழைக்கின்றோம்.

ஒரு நிகழ்வுப் பலகோணம், இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட நிகழ்வெண் பரவலை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கப் பயன்படுகிறது. தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பரவலுக்கான நிகழ்வுப் பலகோணத்தை இரண்டு வழிகளில் வரையலாம்.

(i) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி

(ii) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல்

6.4.2 (i) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்வுப் பலகோணத்தை வரைதல்

1. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வு செவ்வகம் வரைக.
2. அடுத்தடுத்து அமைகின்ற செவ்வகங்களின் மேற்பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளைக் குறித்து நேர்க்கோடுகள் மூலம் இணைக்கவும்.
3. நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில் முதல் செவ்வகத்திற்கு முன் ஒரு பிரிவு இடைவெளியும், கடைசிச் செவ்வகத்தைத் தொடர்ந்து ஒரு பிரிவு இடைவெளியும் இருப்பதாகக் கொண்டு மேலும் இந்தப் பிரிவு இடைவெளியின் ஒவ்வொன்றின் நிகழ்வெண்ணும் பூச்சியம் எனவும் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். இந்தப் பிரிவு இடைவெளியைக் கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளி என்கிறோம்.
4. நிகழ்வுப் பலகோணம் பெற, கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளியின் மையப் புள்ளிகளை முறையே முதல் மற்றும் கடைசி செவ்வகத்தின் மேல் பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியுடன் இணைக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 6.9

ஒரு பள்ளியில் படிக்கும் 200 மாணவர்கள் நூலகத்தில் செலவிடும் நேர பரவல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

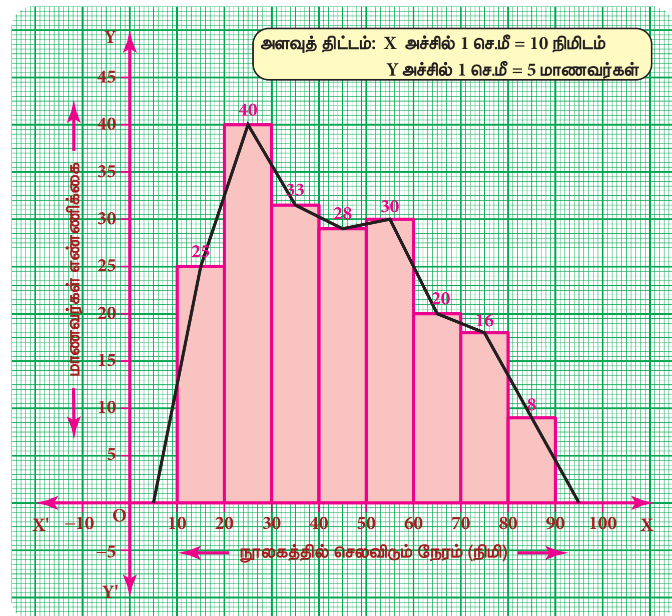
நூலகத்தில் செலவிடும் நேரம்	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	25	40	33	28	30	20	16	8

நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

தீர்வு:

மாணவர்கள் நூலகத்தில் செலவிடும் நேரத்தை x அச்சின் மீதும், மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை y-அச்சின் மீதும் குறிக்கவும்.

கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக. இப்பொழுது அடுத்தடுத்த செவ்வகங்களின் மேல்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளிகளைக் குறிக்க. மேலும் x-அச்சின் மீது நிகழ்வெண் பூச்சியத்தைக் கொண்ட கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளியின் நடுப்புள்ளிகளையும் குறிக்க. அளவுகோல் உதவியுடன் அனைத்து நடுப்புள்ளிகளையும் இணைக்க. இப்போது நாம் நிகழ்வுச் செவ்வகத்தின் மீது அமைந்த நிகழ்வுப் பலகோணத்தைப் பெறுகிறோம்.





குறிப்பு

சில நேரங்களில் கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளிகள் அமைவதில்லை. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு தேர்வில் மாணவர்கள் பெறும் மதிப்பெண்களில், பூச்சிய மதிப்பெண்ணிற்குக் கீழும், அதிகபட்ச மதிப்பெண்ணுக்கு மேலும் என இருபுறமும் செல்ல முடியாது. இதுபோன்ற நிகழ்வுகளின் கடைக்கோடுகள் முறையே முதல் செவ்வகத்தின் இடப்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியையும், கடைசிச் செவ்வகத்தின் வலப்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியையும் எடுத்துக்கொண்டு இணைக்க வேண்டும்.

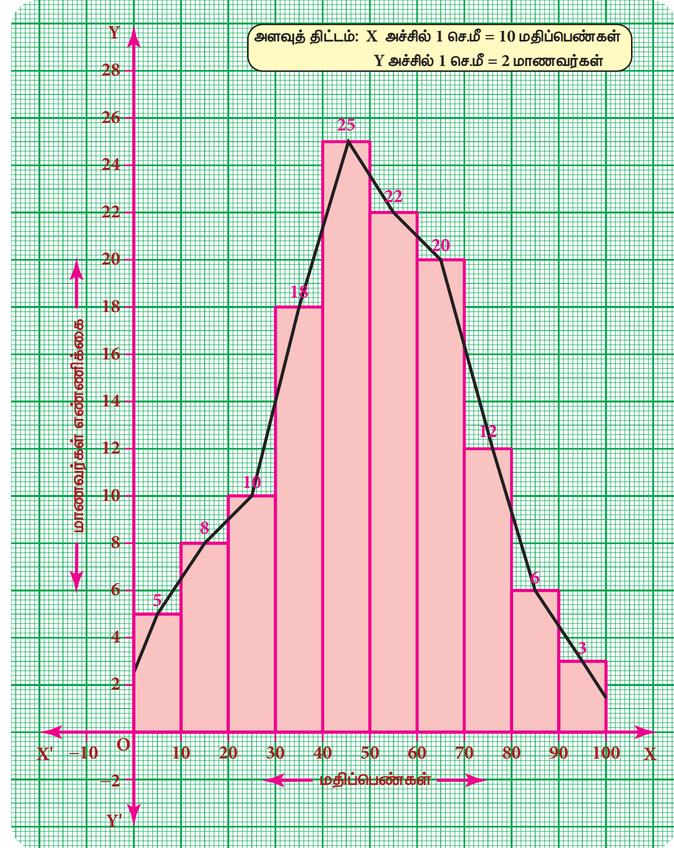
எடுத்துக்காட்டு 6.10

நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	5	8	10	18	25	22	20	13	6	3

தீர்வு:

பிரிவு இடைவெளியை x-அச்சின் மீதும், மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை y-அச்சின் மீதும் குறிக்கவும். கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைந்து, செவ்வகத்தின் நடுப்புள்ளிகளைக் குறித்து அவற்றை நேர்க்கோடுகளால் இணைக்கவும். நாம் நிகழ்வுப்பலகோணத்தைப்பெறுகிறோம். நிகழ்வுப் பலகோணத்தின் முதல் மற்றும் கடைசி விளிம்புகள் முறையே முதல் மற்றும் கடைசிச் செவ்வகத்தின் இடது மற்றும் வலது செங்குத்துப் பக்கத்தின் நடுப்புள்ளிகளில் இணைக்கப்பட்டுள்ளதைக் கவனிக்கவும். ஏனெனில், மதிப்பெண்களுக்குக் கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளிகள் அமைவதில்லை. (மேற்காணும் குறிப்பைக் கருத்தில் கொள்க)



6.4.2 (ii) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல் நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைதல்

(1) பிரிவு இடைவெளிகளின் நடுப்புள்ளியைக் கண்டுபிடித்து அட்டவணைப்படுத்தவும்.

(2) பிரிவு இடைவெளிகளின் நடுப்புள்ளியை x-அச்சின் மீதும், நிகழ்வெண்களை y-அச்சின் மீதும் குறிக்கவும்.

(3) ஒவ்வொரு மையப்புள்ளியிலும் அதன் நிகழ்வெண்ணிற்கேற்பப் புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.

(4) அளவுகோலைப் பயன்படுத்திப் புள்ளிகளை இணைக்க, நிகழ்வுப் பலகோணம் கிடைக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 6.11

நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல் கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
நிகழ்வெண்	4	6	8	12	10	14	5	7

தீர்வு:

பிரிவு இடைவெளியின் நடுப்புள்ளியைக் கண்டுபிடித்து அதனை அட்டவணைப்படுத்துக.

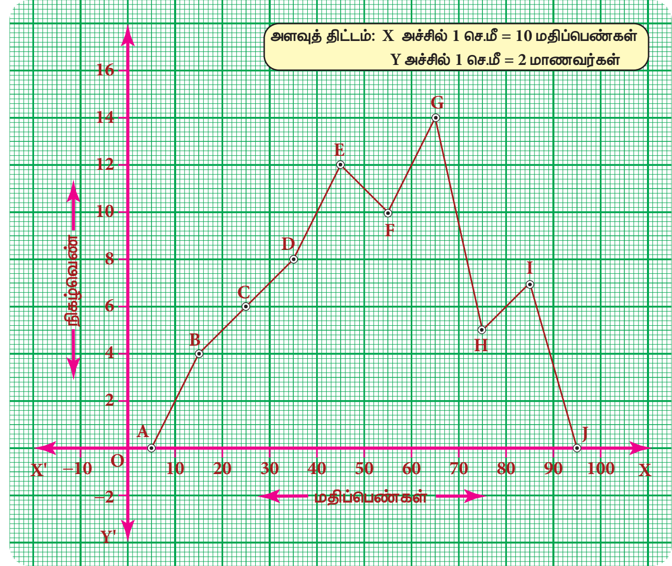
பிரிவு இடைவெளி (C.I)	நடுப்புள்ளி (x)	நிகழ்வெண் (f)
10-20	15	4
20-30	25	6
30-40	35	8
40-50	45	12
50-60	55	10
60-70	65	14
70-80	75	5
80-90	85	7

புள்ளிகள் (15,4) (25,6) (35,8) (45,12) (55,10) (65,14) (75,5) (85,7) ஆகும்.

வரைபடத்தாளில், நடுப்புள்ளியை x-அச்சிலும், நிகழ்வெண்களை y-அச்சிலும் குறிக்கவும்.

கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளி 0-10 ஐ தொடக்கத்திலும், 90-100 ஐ முடிவிலும் எடுத்துக்கொண்டு நிகழ்வெண்ணை பூச்சியம் எனக் கொள்ளவேண்டும்.

அட்டவணையிலிருந்து, நமக்குத் தேவையான ABCDEFGHIJ என்ற நிகழ்வுப் பலகோணம் பெறுவதற்கு AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IJ ஆகிய கோட்டுத்துண்டுகளை இணைக்கவும்.

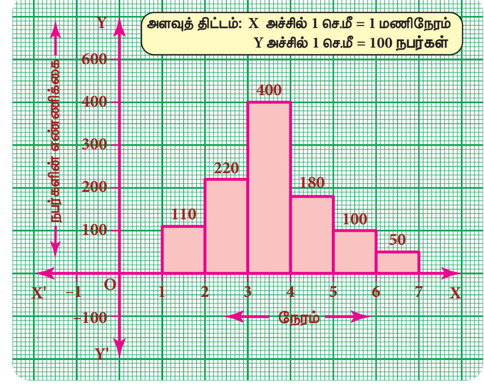


பயிற்சி 6.2

1. கீழ்க்காணும் எந்தத் தரவுகளை நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில் குறித்துக் காட்ட முடியும்?
   (i) 20 முதல் 60 வயதுப் பிரிவிலுள்ள மலை ஏறுபவர்களின் எண்ணிக்கை.
   (ii) வெவ்வேறு ஆண்டுகளில் தயாரிக்கப்பட்ட மிதிவண்டிகளின் எண்ணிக்கை.
   (iii) ஒரு பள்ளியிலுள்ள ஒவ்வொரு பிரிவு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை.
   (iv) ஒரு பொதுத் தேர்தலில் காலை 7 மணி முதல் மாலை 6 மணி வரை பதிவான வாக்குகளின் எண்ணிக்கை..
   (v) ஒரு நாள் கிரிக்கெட் போட்டியில் முதல் ஓவரிலிருந்து 50 வது ஓவர் வரை வெளியேறிய வீரர்களின் எண்ணிக்கை.

2. **கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக:**
   (i) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தின் மொத்தப் பரப்பளவானது கொடுக்கப்பட்ட மொத்த நிகழ்வெண்களின் கூடுதலுக்கு __________ இருக்கும்.
   (ii) __________ என்பது ஒரு வரைபடம். அது ஒரு குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் தொடரிச்சியாக மாறிக் கொண்டே இருக்கும் மதிப்புகளின் இடபெயர்ச்சி ஆகும்.
   (iii) நிகழ்வுச் செவ்வகம் என்பது ______________ விவரங்களின் வரைபட விளக்க முறை ஆகும்.

3. ஒரு கிராமத்தில் 570 பேர் அலைபேசி வைத்துள்ளார்கள். ஒரு தன்னார்வத் தொண்டு நிறுவனம் அவர்களின் அலைபேசிப் பயன்பாட்டை ஆய்வு செய்தது. அந்த ஆய்வின்படி ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைந்துள்ளனர் அதைக்கொண்டு கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.



(i) 3 மணிநேரத்திற்குக் குறைவாக அலைபேசிப் பயன்படுத்துபவர்கள் எத்தனை பேர்?

(ii) 5 மணிநேரத்திற்கு அதிகமாக அலைபேசிப் பயன்படுத்துபவர்கள் எத்தனை பேர்?

(iii) 1 மணிநேரத்திற்கும் குறைவாக அலைபேசியைப் பயன்படுத்துபவர்கள் இருக்கிறார்களா?

4. கீழ்க்காணும் விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக

பிரிவு இடைவெளி	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	5	15	23	20	10	7

5. ஒரு வகுப்பிலுள்ள 40 மாணவர்களின் மொத்த மதிப்பெண் பரவல் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

மதிப்பெண்	90-110	110-130	130-150	150-170	170-190	190-210
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	9	5	10	7	4	6

6. 100 பேரின் உயரங்களின் பரவல் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனில், நிகழ்வுச் செவ்வகத்தின் மீதுள்ளவாறு நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

உயரம் (செ.மீ)	125-135	136-146	147-157	158-168	169-179	180-190	191-201
நிகழ்வெண்	12	22	18	24	15	7	2

7. பல் பிரச்சனைகளுக்கான ஆய்வில் கீழ்க்கண்ட விவரங்கள் பெறப்பட்டன.

வயது	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
நோயாளிகளின் எண்ணிக்கை	5	13	25	14	30	35	43	50

மேற்காணும் விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

8. 50 மாணவர்களின் கணித மதிப்பெண்கள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. (i) பிரிவு அளவு 10 மதிப்பெண்கள் என எடுத்துக்கொண்டு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயார் செய்க. (ii) நிகழ்வுச் செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வுப் பல கோணம் வரைக.

52	33	56	52	44	59	47	61	49	61
47	52	67	39	89	57	64	58	63	65
32	64	50	54	42	48	22	37	59	63
36	35	48	48	55	62	74	43	41	51
08	71	30	18	43	28	20	40	58	49

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. தரவு என்பது __________இன் தொகுப்பு
   (அ) எண்கள் (ஆ) எழுத்துகள் (இ) அளவுகள் (ஈ) இவை அனைத்தும்

10. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளில் ஒரு மதிப்பு எத்தனை முறை வருகிறது எனக் கூறுவது அம்மதிப்பின் __________
   (அ) நேர்க் கோட்டுக் குறிகள் (ஆ) தரவு (இ) நிகழ்வெண் (ஈ) ஏதுமில்லை

11. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களில் மிகப் பெரிய மற்றும் மிகச்சிறிய அளவுகளின் வித்தியாசம் ________
   (அ) வீச்சு (ஆ) நிகழ்வெண் (இ) மாறி (ஈ) ஏதுமில்லை

12. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை ஒரு குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் எடுத்துக்கொள்வது __________
   (அ) தொகுக்கப்படாத (ஆ) தொகுக்கப்பட்டது
   (இ) நிகழ்வெண் (ஈ) ஏதுமில்லை

13. உள்ளடக்கியத் தொடர் ஒரு __________ தொடர்
   (அ) தொடர்ச்சியான (ஆ) தொடர்ச்சியற்ற (இ) இரண்டும் (ஈ) ஏதுமில்லை

14. பிரிவு இடைவெளிகளில், ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லையானது அடுத்தப் பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையாக இருந்தால் அது __________ தொடர்.
   (அ) உள்ளடக்கிய (ஆ) விலக்கிய (இ) தொகுக்கப்படாத (ஈ) ஏதுமில்லை

15. தொகுக்கப்படாத விவரங்களின் வரைபட விளக்கமுறை __________
   (அ) நிகழ்வுச் செவ்வகம் (ஆ) நிகழ்வுப் பலகோணம்
   (இ) வட்ட விளக்கப்படம் (ஈ) இவை அனைத்தும்

16. நிகழ்வுச் செவ்வகம் என்பது ஒரு __________ நிகழ்வெண் பரவல்
   (அ) தொடர்ச்சியான (ஆ) தொடர்ச்சியற்ற (இ) தனித்த (ஈ) ஏதுமில்லை

17. __________ என்பது வரைபட முறையில் தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலுக்கான நேர்கோட்டு வரைபடம் ஆகும்.
   (அ) நிகழ்வுப் பலகோணம் (ஆ) நிகழ்வுச் செவ்வகம்
   (இ) வட்ட விளக்கப்படம் (ஈ) பட்டை விளக்கப்படம்

18. தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கான வரைபட விளக்கப்படம் __________
   (அ) பட்டை விளக்கப்படம் (ஆ) பட விளக்க முறை
   (இ) வட்ட விளக்கப் படம் (ஈ) நிகழ்வுச் செவ்வகம்

பயிற்சி 6.3

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணைக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

கண்டங்கள்	ஆசியா	ஆப்ரிக்கா	வட அமெரிக்கா	தென் அமெரிக்கா	ஐரோப்பா	ஆஸ்திரேலியா	அண்டார்டிகா
பரப்பு	30 %	20 %	16 %	12 %	7 %	6 %	9 %

2. பள்ளிக்கு வருவதற்கு மாணவர்களால் பயன்படுத்தப்படும் வாகனங்களின் விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களுக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

வாகனங்கள்	பேருந்து	மிதிவண்டி	நடந்து	இருசக்கர மோட்டர் வாகனம்	மகிழுந்து
மாணவர் சதவீதம்	40 %	30 %	15 %	10 %	5 %

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

வயது	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75
நிகழ்வெண்	4	9	17	25	15	8	2

4. கீழ்க்காணும் விவரத்திற்கு ஒரே படத்தில் நிகழ்வுச் செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

எடை (கிகி)	50-55	56-61	62-67	68-73	74-79	80-85	86-91
நபர்களின் எண்ணிக்கை	15	8	12	17	9	10	6

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. கீழ்க்காணும் விவரத்திற்குத் தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயார் செய்க, மேலும் நிகழ்வு செவ்வகம் வரைக.

வயது (ஆண்டுகளில்)	நபர்களின் எண்ணிக்கை
5 வயதுக்குக் குறைவு	1
10 வயதுக்குக் குறைவு	12
15 வயதுக்குக் குறைவு	19
20 வயதுக்குக் குறைவு	26
25 வயதுக்குக் குறைவு	27
30 வயதுக்குக் குறைவு	35
35 வயதுக்குக் குறைவு	38
40 வயதுக்குக் குறைவு	45
45 வயதுக்குக் குறைவு	48
50 வயதுக்குக் குறைவு	53

7. துணி உற்பத்திச் செய்யும் தொழிற்சாலையின் 1 ரூபாய்க்கான செலவு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதனை வட்ட விளக்கப்படத்தில் குறிக்க.

விவரங்கள்	பைசா
விவசாயி	20
நூல் நூற்றல்	35
சாயம் போடுபவர்	15
நெசவாளி	15
அச்சிடுபவர்	05
சம்பளம்	10

8. கீழ்க்காணும் விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக

மைய மதிப்பு (x)	15	25	35	45	55	65	75
நிகழ்வெண் (f)	12	24	30	18	26	10	8

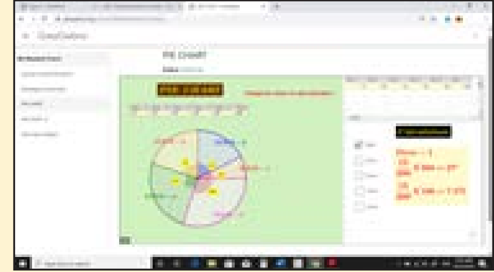
பாடச்சுருக்கம்

- தரவு என்பது எண்கள், எழுத்துகள், அளவுகள் மற்றும் உற்றுநோக்கும் மதிப்புகள் போன்ற விவரங்களின் தொகுப்பு ஆகும்.
- நிகழ்வெண் பரவல் என்பது கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை அட்டவணை வடிவில் ஒவ்வொரு மாறிக்கும் நிகழ்வெண்ணை வரிசைப்படுத்துதலே ஆகும்.
- பிரிவு இடைவெளிகளில், மேல் எல்லையும், கீழ் எல்லையும் அந்தப் பிரிவு இடைவெளியில் உள்ளடங்கி இருந்தால் அது உள்ளடக்கியத் தொடர் எனப்படும்.
- பிரிவு இடைவெளிகளில், ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லையானது அடுத்த பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையாக இருந்தால் அது விலக்கியத் தொடர் ஆகும்.
- வட்ட விளக்கப்படம் என்பது ஒரு வட்ட வடிவ வரைபடம், இதன் மொத்த மதிப்பைக் கூறுகளாகப் (பகுதிகளாக) பிரிக்கப்படும்.
- நிகழ்வுச் செவ்வகம் என்பது தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவல் வரைபடம் ஆகும்.
- நிகழ்வுப் பலகோணம் என்பது வரைபடமுறையில் நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிக்கும் கோட்டு வரைபடம் ஆகும்.

இணையச் செயல்பாடு

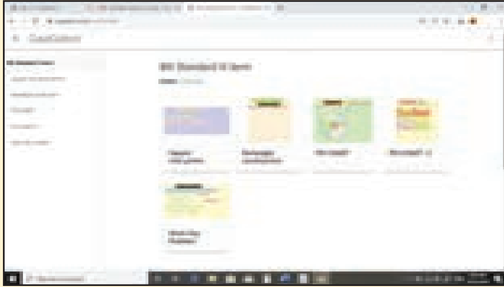


எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்

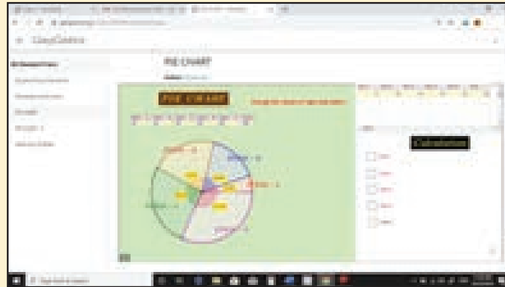


படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'வட்ட விளக்கப்படம்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி 2 உங்கள் மதிப்புகளை வலது பக்கத்தில் உள்ள தேர்வு பெட்டியில் தட்டச்சு செய்க. வட்ட விளக்கப்படத்தின் மாற்றத்தை நீங்கள் கவனிக்கலாம். அந்தந்த கணக்கீடுகளைக் காண சோதனை பெட்டிகளில் கிளிக் செய்க.



படி 1



படி 2



இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

புள்ளியியல்:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r மற்றும் விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

7 தகவல் செயலாக்கம்

கற்றல் நோக்கங்கள்

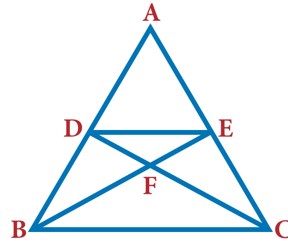
- வெவ்வேறு எண்ணிக்கையிலான பொருட்களின் அனைத்து சாத்தியமான வரிசைகளைத் தீர்மானித்து, அவ்வரிசைகளின் பட்டியல் மற்றும் எண்ணுதல் கொள்கைகளை விவரித்தல்.
- தருக்க சிந்தனைகளை வளர்க்க உதவும் சேர்ப்பு (SET) விளையாட்டைக் கற்றுக்கொள்ளுதல்.
- கணிதக் கருத்துகளைக் குறித்துக்காட்டவும் மற்றும் உருவகப்படுத்தவும் நிலவரைபட வண்ணமிடுதலின் பங்கை ஆராய்தல்.
- பிபனோசி எண் அமைப்பை உடல் மற்றும் உயிரியல் அமைப்புகளில் கண்டுணர்ந்து கற்றுக்கொள்ளுதல்.
- கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் (மீ. பொ. கா.) கண்டுபிடிக்கும் சிறந்த முறையினை ஆராய்ந்து அறிதல்.
- கொடுக்கப்படும் தகவல்களை மறைகுறியாக்கம் (Encryption) மற்றும் மறைகுறிவிலக்கம் (Decryption) செய்யும் முறையினைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- பொருள்களை விலைக்கு வாங்குவதற்கு முன் பல்வகை வாய்ப்புகளை கருத்தில் கொள்ளவும், ஒரு பொருளுக்கான (Unit) விலையைக் கணக்கிட்டு, வரையறுக்கப்பட்ட தொகைக்குள் பொருள்களை வாங்கவும் கற்றுக்கொள்ளுதல்.
- கொடுக்கப்பட்ட இடத்தில் பொருள்களை எவ்வாறு திறம்பட நிரப்புவது என்பதற்கான உகந்த தீர்வை அறிந்து கொள்ளுதல்.

மீள்பார்வை

கீழ்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிப்பதன் மூலம் பட்டியலிடுதல், எண்ணுதல், பிபனோசி எண் தொடர்களின் அமைப்பு மற்றும் ஒரு பொருளுக்கான (Unit) விலையைக் கணக்கிடுதல் போன்ற பாடக் கருத்துகளை நினைவுகூர்வோம்.

1. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்திலிருந்து எத்தனை முக்கோணங்களை உருவாக்க முடியும் எனக் காண்க?



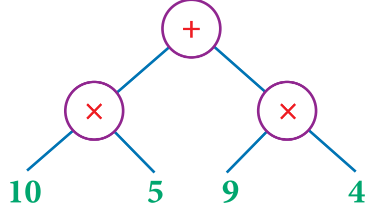


விடை:______________

2. பின்வரும் படத்திலுள்ள எண்களை ஒருமுறை மட்டுமே பயன்படுத்தி 3 x 3 என்ற மாயச்சதுரத்தை அமைக்க.

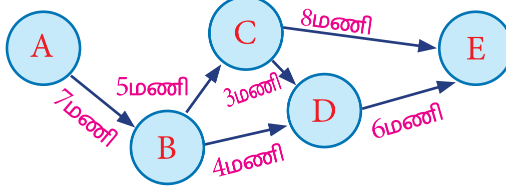
		13		
	15		7	
17		9		1
	11		3	
		5		

3. கீழ்கண்ட மரவுரு வரைபடத்தை எண் கோவையாக மாற்றுக..



விடை:______________

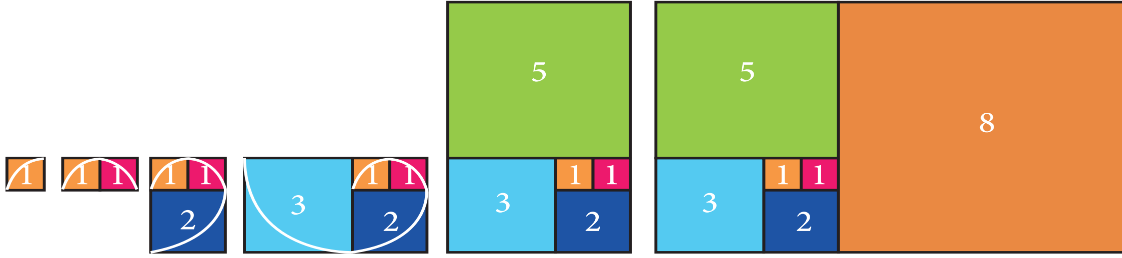
4. (i) A இலிருந்து E இக்கு B, C மற்றும் D வழியாகச் செல்வதற்கு ஆகும் மொத்த நேரத்தைக் காண்க.
   (ii) A இலிருந்து E இக்கு செல்லக் குறைந்த அளவு நேரத்தை எடுத்துக் கொள்ளும் வழித்தடம் எது?



(i) ....மணிகள்.

(ii) A → ... → ... → E

5. படத்தில் காட்டியுள்ளதுப்போல் பிபனோசி சதுரங்களின் மூலைவிட்டங்களை ஒன்றோடொன்று வளைவுக் கோட்டினால் இணைப்பதன் மூலம் தங்கச் சுருளை (**Golden Spiral**) வரைக.



பிபனோசி சதுரங்கள்

6. நீங்கள் ஒரு மேல்சட்டை வாங்கத் திட்டமிடும்போது, ஓர் அங்காடியில் விற்பனை விலை ₹1000 இக்கு ₹200 தள்ளுபடி செய்யப்படுகிறது மற்றொரு அங்காடியில் அதே விற்பனை விலைக்கு 15% தள்ளுபடி செய்யப்படுகிறது எனில், நீங்கள் எங்கே மேல்சட்டையை வாங்குவீர்கள்?

7. ஒரு பூங்காவானது, ஒருவர் 5 சவாரிகளை விளையாடுவதற்கு ₹130 எனச் சிறப்பு சலுகையினையும், 1 சவாரி விளையாடுவதற்கு ₹30 எனவும் நுழைவு சீட்டின் விலையை நிர்ணயித்துள்ளது எனில், நீங்கள் சிறப்புச் சலுகையினை ஏற்றுக் கொண்டு சவாரிகளை விளையாட விரும்பும் போது எவ்வளவு தொகையினை சேமிப்பீர்கள்?

7.1 அறிமுகம்

கணிதத்தில் தேர்ச்சி பெறுவது என்பது எண் அறிவு, விவாதத்திறன், அறிவார்ந்த சிந்தனைகளை வளர்த்துக் கொள்வதாகும். நாம் இந்த வகுப்பில் பல்வேறு முறைகளில் இருந்து தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள், குறைந்தபட்ச வண்ணங்களைக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்ட நில வரைபடத்தை வண்ணமிடல் போன்ற செயல்களுக்கு நடைமுறை தீர்வுகளை காண்போம். மேலும் நாம் பிபனோசி எண் தொடர் எவ்வாறு உயிரியல் மற்றும் உடலியல் அமைப்புகளில் தொடர்புடையதாக அமைந்துள்ளது என்பதையும், மேற்சிந்தனை யுக்திகளை வளர்த்துக் கொள்ள உதவும் சைபர் இரகசிய குறியீடுகள் பற்றியும் நாம் அறிந்து கொள்வோம். இது, போட்டித் தேர்வுகளை எளிதாக நாம் எதிர்கொள்ளப் பயன்படும். மேலும், அங்காடிகளில் பொருள்களை வாங்கும் போதும், பொதித்தல் அணுகு முறைகளின் படி குறிப்பிட்ட எடையுள்ள கொள்கலனில் பொருள்களை நிரப்பும் போதும் நாம் ஒரு அறிவார்ந்த நுகர்வோராக இருப்பது எப்படி என்றும் விவாதிப்போம். இதற்கிடையில் உங்களுடைய மனகிளர்ச்சியை அதிகரிக்கும் செயலாக தருக்க சிந்தனைகளை வளர்க்க உதவும் சேர்ப்பு விளையாட்டை விளையாடுவோம். மேற்கண்ட அனைத்தும் உங்களுக்கு மிகவும் பயனுள்ளதாக அமையும்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் தகவல் செயலாக்கம்	
	
உயிரியலில் பிபனோசி எண்களுக்கான எடுத்துக்காட்டு	கட்டடத் தொழிலாளி இரு தூண்களுக்கிடையில் உகந்த முறையில் செங்கற்களை நிரப்பிச் சுவரைக் கட்டுதல்

7.2 எண்ணுதலில் அடிப்படைக் கொள்கைகள்

எண்ணுதலில் சில அடிப்படை உத்திகள் உள்ளன. பொருட்களை வரிசைப்படுத்துதல் அல்லது தெரிவு செய்தல் போன்ற அந்த உத்திகள் பல்வேறு வழிகளின் மூலமாக எண்களைத் தீர்மானிக்க உதவுகிறது. இதன் அடிப்படையில் அமைந்த சில அடிப்படை எண்ணுதல் கொள்கைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

7.2.1 எண்ணுதலில் கூட்டல் கொள்கை

ஒன்றையொன்று சார்ந்திராத இரண்டு செயல்பாடுகள் முறையே m வழிகளில் அல்லது n வழிகளில் செயல்படமுடியும் எனில், பிறகு அந்த இரண்டு செயல்பாடுகளும் $(m + n)$ வழிகளில் செயல்பட முடியும்.

பின்வரும் சூழ்நிலை எண்ணுவதில் கூட்டல் கொள்கையினைப் பற்றிப் நாம் மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம்.

சூழ்நிலை:

எட்டாம் வகுப்பில் 16 மாணவர்கள் மற்றும் 9 மாணவிகள் பயில்கின்றனர். அவர்களில் ஒரு மாணவரையோ ஒரு மாணவியையோ வகுப்புத் தலைவராகத் தேர்ந்தெடுக்க ஆசிரியர் விரும்புகிறார் எனில், ஆசிரியர் எத்தனை வழிகளில் வகுப்புத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுக்க முடியும் என்பதைப் பார்ப்போம்.



படம் 7.1

ஆசிரியர் கீழ்க்கண்ட வழிகளில் ஏதேனும் ஒரு வழியில் வகுப்புத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.

(i) முதல் வாய்ப்பில், 16 மாணவர்களிலிருந்து **1 மாணவரைத்** தேர்ந்தெடுக்க **16 வழிகள்** உள்ளன.

(ii) இரண்டாவது வாய்ப்பில், 9 மாணவிகளிலிருந்து **1 மாணவியைத்** தேர்ந்தெடுக்க **9 வழிகள்** உள்ளன.

ஆகவே, வகுப்பிலுள்ள **25 மாணவர்களில் (16 மாணவர்கள் + 9 மாணவிகள்) 1 மாணவரை அல்லது 1 மாணவியை வகுப்புத் தலைவராகத்** தேர்ந்தெடுக்க ஆசிரியருக்கு **25 வெவ்வேறு விதமான வழிகள்** உள்ளன.

இதிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வது, **A** எனும் ஒரு செயல் m வழிகளிலும், **B** எனும் மற்றொரு செயல் n வழிகளிலும் செயல்படுகிறது, மேலும் இந்த இரண்டு செயல்களும் ஒரே சமயத்தில் செயல்பட முடியாது எனில் **செயல் A அல்லது செயல் B ஆனது** $(m + n)$ வழிகளில் செயல்படும் என்பதாகும்.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டு மூலம் இதனை மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம்.



எடுத்துக்காட்டு 7.1

நீங்கள் ஒரு உணவு விடுதியில் சாப்பிடுவதற்கு செல்வதாகக் கொள்வோம். அந்த உணவு விடுதியில் கீழே படம் 7.2இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போன்று பல்வேறு விதமான உணவு வகைகள் உள்ளன. உங்களுக்குத் தேவையான ஒரு சிற்றுண்டி உணவையோ அல்லது ஒரு மதிய உணவையோ சாப்பிடுவதற்கு எடுத்துக்கொள்ள எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?

சிற்றுண்டிகள் | மதிய உணவு

படம் 7.2

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 7.2 இன் மூலம் நாம் அறிவது,

(i) 1 சிற்றுண்டியைத் தேர்ந்தெடுக்க 7 வழிகளும்

(ii) 1 மதிய உணவு வகையினைத் தேர்ந்தெடுக்க 9 வழிகளும் உள்ளது என்பதாகும்.

ஆகவே, உணவகத்தில் 1 சிற்றுண்டி உணவையோ அல்லது 1 மதிய உணவையோ சாப்பிட தேர்ந்தெடுப்பதற்கு **16 (7 சிற்றுண்டி வகைகள் + 9 மதிய உணவு வகைகள்) வெவ்வேறு விதமான வழிகள்** உள்ளன

7.2.2 எண்ணுதலில் பெருக்கல் கொள்கை

ஒன்றையொன்று சார்ந்து அமையும் இரண்டு செயல்பாடுகள் முறையே m வழிகளில் மற்றும் n வழிகளில் செயல்பட முடியும் எனில், பிறகு அந்த இரண்டு செயல்பாடுகளும் இணைந்து $(m \times n)$ வழிகளில் செயல்பட முடியும்.

பின்வரும் சூழ்நிலை எண்ணுவதில் பெருக்கல் கொள்கையினைப் பற்றிப் நாம் மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம்.

சூழ்நிலை:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 7.3இல் உள்ளவாறு, ஒரு நகரில் A, B மற்றும் C என்ற மூன்று இடங்கள் உள்ளன. A இலிருந்து B இக்கு a1, a2 மற்றும் a3 ஆகிய மூன்று பாதைகளும், B இலிருந்து C இக்கு b1 மற்றும் b2 என இரண்டு பாதைகளும் உள்ளன எனில், ஒருவர் A இலிருந்து C இக்கு B வழியாக எத்தனை வழிகளில் சென்றடைய இயலும் என்பதைக் காணலாம்.

A — a1, a2, a3 — B — b1, b2 — C

படம் 7.3

(i) முதலில் A இலிருந்து B இக்கு a1, a2 மற்றும் a3 என **3 வெவ்வேறு வழிகளில்** சென்றடைய முடியும்.

(ii) இரண்டாவதாக B இலிருந்து C இக்கு b1 மற்றும் b2 என **2 வெவ்வேறு வழிகளில்** சென்றடைய முடியும்.

எனவே, படம் 7.4 இல் விளக்கிக் காட்டப்பட்டுள்ளதுப் போல் மொத்தம் **6 (3 × 2) வெவ்வேறு விதமான வழிகளில்** செல்ல முடியும்.

A → a1 → B → b1 → C = (a1, b1)
A → a1 → B → b2 → C = (a1, b2)
A → a2 → B → b1 → C = (a2, b1)
A → a2 → B → b2 → C = (a2, b2)
A → a3 → B → b1 → C = (a3, b1)
A → a3 → B → b2 → C = (a3, b2)
6 விதமான வழிகள்

படம் 7.4

இதிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வது, A எனும் ஒரு செயல் m வழிகளிலும், B எனும் மற்றொரு செயல் n வழிகளிலும் செயல்படுகிறது, மேலும் இந்த இரண்டு செயல்களும் ஒன்றையொன்று சார்ந்துள்ளது எனில், **செயல் A மற்றும் செயல் B ஆனது** ($m \times n$) வழிகளில் செயல்படும் என்பதாகும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் இதனை மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.2

பிரவீன் தனது பிறந்த நாளுக்காக படம் 7.5 இல் காட்டியுள்ளபடி 3 மேல்சட்டைகள், 2 முழுக்கால் சட்டைகள் மற்றும் 3 ஜோடி காலணிகள் வாங்கினான். அவன் தன்னுடைய பிறந்த நாளன்று எத்தனை விதமான வழிகளில் தான் வாங்கிய புதிய உடைமைகளை அணிந்துக் கொள்வதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளது?



படம் 7.5

தீர்வு:

பிரவீனிடத்தில் 3 மேல்சட்டைகள் 2 முழுக்கால் சட்டைகள் மற்றும் 3 ஜோடி காலணிகள் உள்ளன

பிரவீன் பிறந்த நாளன்று, இப்படியும் ஆடை அணியலாம் அல்லது கீழே படம் 7.6 இல் காட்டியுள்ளதுப் போலவும் ஆடை அணியலாம்.



3 மேல்சட்டைகள் × 2 முழுக்கால் சட்டைகள் × 3 ஜோடி காலணிகள் = 18 வாய்ப்புகள்

படம் 7.6

ஆக, பிரவீனுக்கு 18 ($3 \times 2 \times 3$) வெவ்வேறு விதங்களில் பிறந்தநாள் உடைமைகளை அணிந்துக் கொள்வதற்கான வாய்ப்புகள் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 7.3

எட்டாம் வகுப்பில் உள்ள ஒரு கணித மன்றத்தில் M, A, T மற்றும் H என்ற 4 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர் எனில், கீழ்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

(i) கணித மன்றத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள் யாவை?

(ii) கணித மன்றத் தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள் யாவை?

தீர்வு:

(i) கணித மன்றத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள்

எட்டாம் வகுப்பில் உள்ள ஒரு கணித மன்றத்தில் M, A, T மற்றும் H என்ற 4 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர் என்பதால் அவர்களில் ஒருவரை குழுத்தலைவராகத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு 4 (4×1) வாய்ப்புகள் உள்ளது.

(ii) கணித மன்றத் தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள்

குழுத்தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகளை நாம் படம் 7.7–இல் குறித்துள்ளவாறு அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும். இந்த அட்டவணையில் **சிவப்பு** வண்ணத்தில் வண்ணமிடப்பட்டுள்ள கட்டங்களின்படி ஒருவரேத் தலைவர் மற்றும் உபதலைவர் என இரு பதவிகளையும் வகிக்க இயலாது. எனவே, சிவப்பு வண்ணமிடப்பட்டுள்ள கட்டங்களைத் தவிர்த்துக் கணக்கிட்டால், **பச்சை** வண்ணமிட்ட கட்டங்களின்படியோ அல்லது **மஞ்சள்** வண்ணமிட்ட கட்டங்களின்படியோ குழுத்தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு 12 ((4 × 4) – 4) **வெவ்வேறு விதமான வாய்ப்புகள்** உள்ளன.

	உபதலைவர்			
தலைவர்	M	A	T	H
M	MM	MA	MT	MH
A	AM	AA	AT	AH
T	TM	TA	TT	TH
H	HM	HA	HT	HH

[1 (M (அ) A (அ) T (அ) H) × 4 (தலைவர்) × 4 (உபதலைவர்)] – 4 (தலைவர் மற்றும் உபதலைவர்) = 12 வாய்ப்புகள்

படம் 7.7



செயல்பாடு

1. 3 மற்றும் 5 என்ற எண்களைப் பயன்படுத்தி அமையக்கூடிய ஈரிலக்க எண்களை எழுதுக. (இலக்கங்களை மறுமுறையும் பயன்படுத்தலாம்).

செயல்பாடு இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

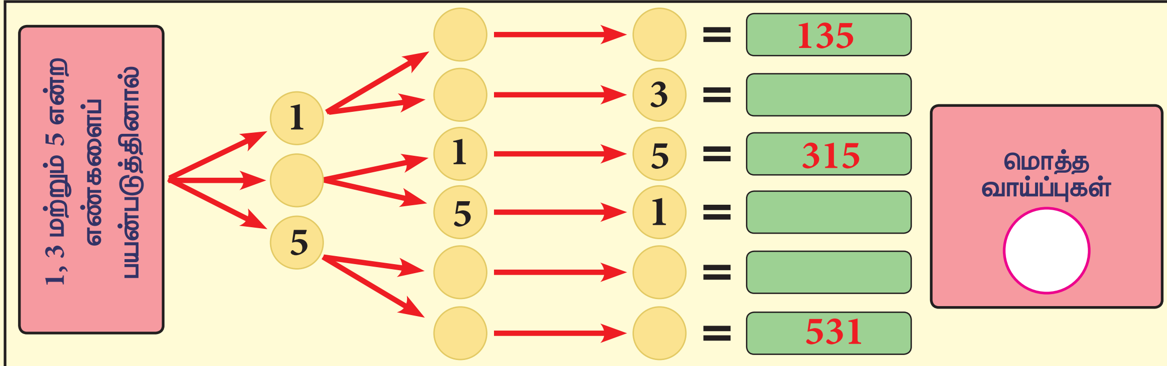
(i) ஒன்றாம் இலக்கத்தைத் தெரிவுச் செய்தல்

(ii) பத்தாம் இலக்கத்தைத் தெரிவுச் செய்தல்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையினை நிரப்புக.

		ஒன்றாம் இடமதிப்பு		
		1	3	5
பத்தாம் இடமதிப்பு	1			15
	3		33	
	5	51		

2. 1, 3 மற்றும் 5 என்ற எண்களைப் பயன்படுத்தி அமைக்கக் கூடிய மூவிலக்க எண்களைக் கண்டுபிடிக்கக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மரவுரு வரைப்படத்தைப் பூர்த்திச் செய்க. (இலக்கங்களை மறுமுறைப் பயன்படுத்தக் கூடாது).





6 உருக்கள் கொண்ட ஒரு **கடவுச்சொல்லில்** (password) முதல் இரு உருக்கள் ஒவ்வொன்றும் 26 **ஆங்கில எழுத்துக்களில்** ஏதேனும் ஒரு எழுத்தாகவும், மூன்றாவது உரு **@, #, $, %, &, _,+,~, * அல்லது –** என்ற 10 சிறப்பு உருக்களில் ஏதேனும் ஒன்றாகவும் மற்றும் அடுத்து வரும் 3 உருக்கள் ஒவ்வொன்றும் **0** முதல் **9 வரையிலான எண்களாகவும்** அமைந்துள்ளது எனில் அத் தனித்துவமான ஒரு கடவுச்சொல்லை உருவாக்க மொத்தம் 26 x 26 x 10 x 10 x 10 x 10 = 67,60,000 விதமான வெவ்வேறு வாய்ப்புகள் உள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 7.4

சரியா, தவறா என விடையளிக்கும் 3 வினாக்கள் அடங்கிய சிறுத்தேர்வில் ஒரு மாணவர் மொத்தம் எத்தனை வழிகளில் விடையளிக்க முடியும்?

தீர்வு:

(i) படம் 7.8 இல் காட்டியுள்ளது போல் மாணவர்கள் முதல் வினாவிற்கு **சரி** என விடையளிக்கிறார்கள் என்று எடுத்துக் கொண்டால், இரண்டாவது மற்றும் மூன்றாவது வினாக்களுக்கு **(சரி, சரி), (சரி, தவறு), (தவறு, சரி) மற்றும் (தவறு ,தவறு)** போன்ற 4 விதங்களில் விடையளிக்க வாய்ப்புகள் உள்ளது.

(ii) அதே போல் மாணவர்கள் முதல் வினாவிற்கு **தவறு** என விடையளிக்கிறார்கள் என்று எடுத்துக் கொண்டால், இரண்டாவது மற்றும் மூன்றாவது வினாக்களுக்கு **(சரி , சரி), (சரி, தவறு), (தவறு, சரி) மற்றும் (தவறு, தவறு)** போன்ற 4 விதங்களில் விடையளிக்க வாய்ப்புகள் உள்ளது.

ஆக, ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் **சரி அல்லது தவறு** என்ற இரு வாய்ப்புகள் உள்ளதால் 3 சரியா தவறா வினாக்களுக்கு மாணவர்கள் 8 $(2 \times 2 \times 2)$ **வெவ்வேறு விதமான வழிகளில்** விடையளிக்க முடியும்.

வினாக்களுக்கு விடையளிக்கும் வழிகளின் எண்ணிக்கை

	வினாக்கள்		
	வினா 1	வினா 2	வினா 3
	சரி/ தவறு	சரி/ தவறு	சரி/ தவறு
விடை 1	சரி	சரி	சரி
விடை 2	சரி	சரி	தவறு
விடை 3	சரி	தவறு	சரி
விடை 4	சரி	தவறு	தவறு
விடை 5	தவறு	சரி	சரி
விடை 6	தவறு	சரி	தவறு
விடை 7	தவறு	தவறு	சரி
விடை 8	தவறு	தவறு	தவறு

[(1 (வினா 1) × 2 (சரி/ தவறு)) × (1 (வினா 2) × 2 (சரி/ தவறு)) × (1 (வினா 3) × 2 (சரி/ தவறு))] = 8 வழிகள்

படம் 7.8

எடுத்துக்காட்டு 7.5

மதன் ஒரு புதிய மகிழுந்து (car) வாங்க விரும்புகிறார். அவருக்குக் கீழ்க்கண்டத் தெரிவுகள் (choice) உள்ளன. படம் 7.9–இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போன்று **இரண்டு வகையான** மகிழுந்துகள் இருப்பில் உள்ளது.

- ஒவ்வொரு வகையிலும் 5 **வண்ணங்கள் கொண்ட மகிழுந்துகள்** இருப்பில் உள்ளது.
- ஒவ்வொரு வகையிலும்
  (i) GL (நிலையான இரகம்)
  (ii) SS (விளையாட்டு இரகம்)
  (iii) SL (சொகுசு இரகம்) என 3 **விதமான இரகத்தில்** மகிழுந்துகள் இருப்பில் உள்ளது.



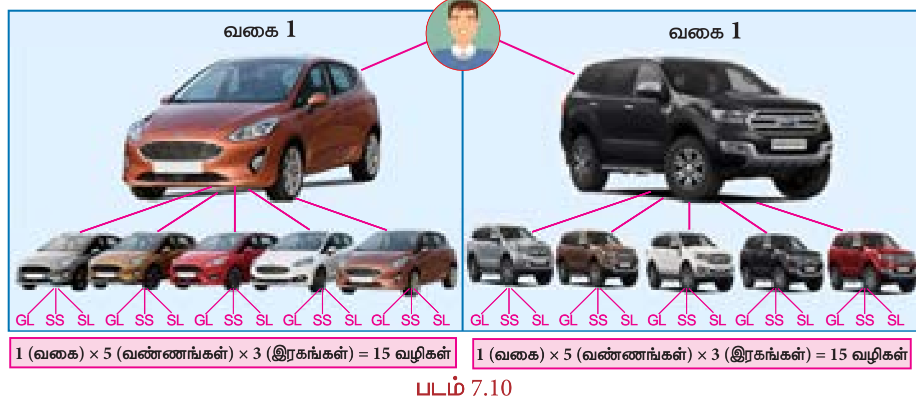
படம் 7.9

(i) கொடுக்கப்பட்டுள்ள வாய்ப்புகளிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மகிழுந்தினை மதன் வாங்குவதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?

(ii) இரண்டாவது வகை மகிழுந்தில் வெள்ளை வண்ண மகிழுந்து இல்லையென்ற நிலையில், பிறவாய்ப்புகளிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மகிழுந்தினை மதன் வாங்குவதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?

தீர்வு:

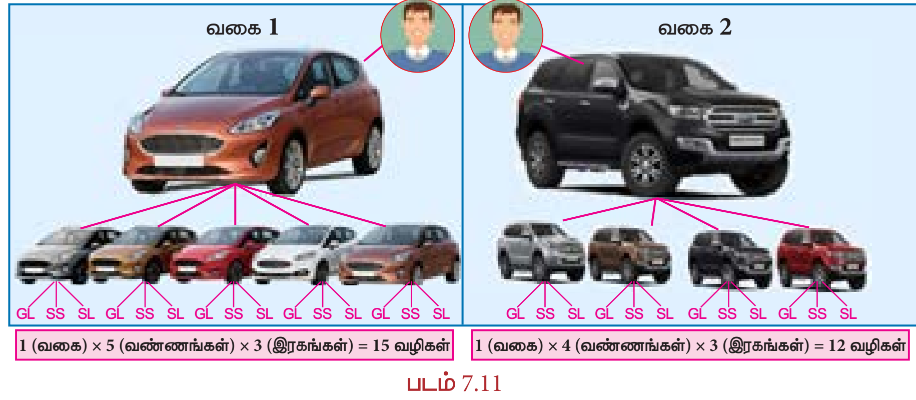
(i) கொடுக்கப்பட்டுள்ள வாய்ப்புகளிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மகிழுந்தினை மதன் வாங்குவதற்கான வழிகள்



படம் 7.10

இங்கு 2 **வகையான** மகிழுந்துகளும், ஒவ்வொரு வகையில் 5 **வண்ணங்களும்,** ஒவ்வொரு வகையில் 3 **இரகங்களும்** உள்ளது. எனவே, ஒரு மகிழுந்து வாங்குவதற்கு மொத்தமாக மதனுக்கு **30** $[2 (1 \times 5 \times 3)]$ **வெவ்வேறு விதமான வழிகள்** உள்ளன.

(ii) இரண்டாவது வகை மகிழுந்தில் **வெள்ளை வண்ண** மகிழுந்து இல்லையென்ற நிலையில்.



படம் 7.11

(i) முதல் வகையில், 5 **வண்ணங்களும்,** 3 **இரகங்களும்** வாங்குவதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளபடியால் மொத்தமாக 15 $(1 \times 5 \times 3)$ **வெவ்வேறு விதமான வழிகளும்,**

(ii) இரண்டாவது வகையில் 4 **வண்ணங்களும்,** 3 **இரகங்களும்** வாங்குவதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளபடியால் மொத்தமாக 12 $(1 \times 4 \times 3)$ **வெவ்வேறு விதமான வழிகளும்** உள்ளன.

ஆக, இங்கு ஒரு மகிழுந்து வாங்குவதற்கு மொத்தமாக மதனுக்கு **27** $(15 + 12)$ **வெவ்வேறு விதமான வழிகள்** உள்ளன.

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டு எண்ணுதலில் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் விதிகளை விளக்குவதாக உள்ளது.

7.3 சேர்ப்பு விளையாட்டு (SET Game)

எந்த ஒரு விளையாட்டின் கூறுகளும் கணிதத்தின் தனித்துவமான எண்ணங்களை வெளிக் கொண்டு வருவதற்கும், விவாதிக்கும் சிந்தனையை தூண்டுவதற்கும், ஆர்வம் மற்றும் சவாலானச் சூழல்களை எதிர்கொள்ளுவதற்கும் வாய்ப்புகளை வழங்குகிறது.

இனி **சேர்ப்பு (SET)** விளையாட்டுப் பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம்.

சேர்ப்பு (SET) விளையாட்டானது பொருட்களின் பண்புகள் அடிப்படையில் ஒருங்கிணைக்கும் செயல்பாடுகளுக்கு ஒரு சிறந்த எடுக்காட்டாகும். **சேர்ப்பு (SET)** விளையாட்டு அறிவுச்சார்ந்த, விவாதம் மற்றும் வெளிச்சார்ந்த பகுத்தறியும் திறன்களையும், காட்சி மூலம் உள்வாங்கும் திறனையும் வளர்க்க உதவுகிறது.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள **சேர்ப்பு (SET)** விளையாட்டு என்பது ஒரு புதிர் விளையாட்டாகும். அதில் நான்கு வெவ்வேறு அடையாளங்களைக் கொண்ட அட்டைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். அவைகள் **வடிவங்கள், வண்ணங்கள், நிழல்கள்** மற்றும் **வடிவங்களின் எண்ணிக்கைக்** கொண்டவையாக உள்ளன.

ஒரு முழு சேர்ப்பு (SET) அட்டை தொகுப்பு

திண்மம்

எல்லைக்கோடு

சுருள் வடிவம்

திண்மம்

எல்லைக்கோடு

சுருள் வடிவம்

திண்மம்

எல்லைக்கோடு

சுருள் வடிவம்

படம் 7.12

ஒரு முழு சேர்ப்பு அட்டைத் தொகுப்பில் **வட்டம், நட்சத்திரம், சதுரம்** என 3 வடிவங்களில், **சிவப்பு, பச்சை, நீலம்** என 3 வண்ணங்களில் அட்டைகள் உள்ளது. மேலும் இந்த 9 அட்டைகள் (**3 வடிவங்கள்** × **3 வண்ணங்கள்**) **திண்மம் (Solid), எல்லைக்கோடு (Outline), சுருள் வடிவம் (Spiral)** என 3 நிழல் உருவங்களைக் கொண்ட **ஒன்று, இரண்டு, மூன்று** என்ற எண்ணிக்கைகளில் மொத்தமாக **81 அட்டைகள்** (**3 வடிவங்கள் × 3 வண்ணங்கள் × 3 நிழல் உருவங்கள் × 3 எண்ணிக்கைகள்**) படம் 7.12 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

ஒரு முழு சேர்ப்பு என்பது 3 அட்டைகளைக் கொண்ட தொகுப்பாகும். இத்தொகுப்பானது, பின்வரும் நான்கு நிபந்தனைகளையும் நிறைவு செய்வதாக இருக்க வேண்டும்.

(i) 3 அட்டைகளும் **ஒரே விதமான வடிவத்தைக்** கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும் அல்லது அனைத்தும் **வெவ்வேறு வடிவங்களைக்** கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.

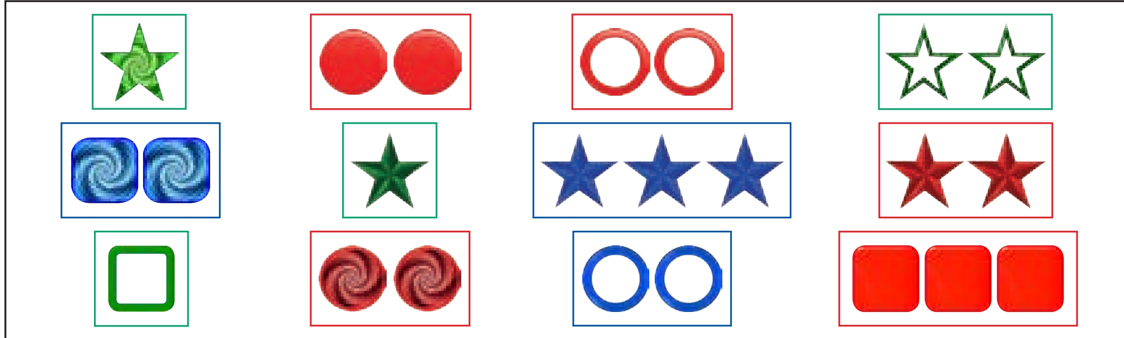
(ii) 3 அட்டைகளும் **ஒரே விதமான வண்ணத்தைக்** கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும் அல்லது அனைத்தும் **வெவ்வேறு வண்ணங்களைக்** கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.

(iii) 3 அட்டைகளும் **ஒரே விதமான நிழல் உருவத்தைக்** கொண்டவையாக இருக்கவேண்டும் அல்லது அனைத்தும் **வெவ்வேறு நிழல் உருவங்களைக்** கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.

(iv) 3 அட்டைகளும் **ஒரே எண்ணாக** இருக்க வேண்டும் அல்லது **மூன்று எண்களும் வெவ்வேறு எண்களாக** இருக்க வேண்டும்.

சூழ்நிலை:

ஆசிரியர், படம் 7.13 – இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதுப் போன்று 12 அட்டைகளை மேசை மீது பரப்பி ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பினை (SET)** [பச்சை நட்சத்திரம்] மற்றும் [இரண்டு சிவப்பு நட்சத்திரங்கள்] என்ற இந்த இரு அட்டைகளை எடுத்துக்கொண்டு இவற்றுடன் எந்த அட்டையினை சேர்க்கும் போது ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பாகிறது(SET)** என்பதை விளக்குகிறார். இப்போது இந்த சேர்ப்பினை முழுமையாக அமைக்க மூன்றாவதாக எந்த அட்டையை இணைக்க வேண்டுமென்பதை பின்வரும் படிப்படியான வழிமுறைகள் மூலம் நாம் காணலாம்.



படம் 7.13

மூன்று அட்டைகள் அவற்றிற்கான **நான்கு பண்புகளையும்** பெற்றிருந்தால் மட்டுமே **சேர்ப்பு (SET)** என்பதை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

படி 1: வடிவத்தின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது, முதல் அட்டையும் [பச்சை நட்சத்திரம்], இரண்டாவது அட்டையும் **நட்சத்திரமாக** [இரண்டு சிவப்பு நட்சத்திரங்கள்] உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி மூன்றாவது அட்டையும் **நட்சத்திரமாகவே** [மூன்று நீல நட்சத்திரங்கள்] இருக்க வேண்டும்.

படி 2: வண்ணத்தின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது, முதல் அட்டை **பச்சை வண்ண** நட்சத்திரமாகவும் [பச்சை நட்சத்திரம்] இரண்டாவது அட்டை **சிவப்பு வண்ண நட்சத்திரங்களாகவும்** [இரண்டு சிவப்பு நட்சத்திரங்கள்] உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி அடுத்தது மூன்றாவது வண்ணமான **நீல வண்ண நட்சத்திரங்களாகவே** [மூன்று நீல நட்சத்திரங்கள்] இருக்க வேண்டும்.

படி 3: நிழல் உருவத்தின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது, முதல் அட்டையும் , இரண்டாவது அட்டையும் திண்மமாக (solid) உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி மூன்றாவது அட்டையும் திண்மமாகவே (solid) இருக்க வேண்டும்.

படி 4: எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது, முதல் அட்டையில் ஒரு பச்சை வண்ண நட்சத்திரமும் , இரண்டாவது அட்டையில் இரண்டு சிவப்பு வண்ண நட்சத்திரங்களும் உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி அடுத்து மூன்றாவது அட்டையும் மூன்று நீல வண்ண நட்சத்திரங்களாக இருக்க வேண்டும்.

முடிவாக,

வடிவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓ வண்ணம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓
நிழல் உருவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓ எண்ணிக்கை : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓

ஆக, இம் மூன்று அட்டைகளும் இணைந்து அனைத்து நிபந்தனைகளின் படி ஒரு முழுமையான சேர்ப்பை (SET) உருவாக்குகிறது.

அடுத்ததாக, ஆசிரியர் படம் 7.12 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டைகளிலிருந்து மேலும் இரு சேர்ப்புகளை (SETs) அமைத்து மாணவர்களைச் சரிபார்க்கச் சொல்கிறார்.

1.

வடிவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓ வண்ணம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓
நிழல் உருவம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓ எண்ணிக்கை : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓

எனவே, **இது ஒரு முழுமையான** சேர்ப்பு (SET) ஆகும்.

2.

வடிவம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓ வண்ணம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓
நிழல் உருவம் : அனைத்தும்வெவ்வேறானவை ✓ எண்ணிக்கை : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓

எனவே **இதுவும், ஒரு முழுமையான** சேர்ப்பு (SET) ஆகும்.

மறுபடியும் ஆசிரியர், கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள 3 அட்டைகளை வரிசைப்படுத்தி, அவை சரியான தானா என சரிபார்க்கக் கூறுகிறார்.



சிந்திக்க

கொடுக்கப்பட்ட படம் 7.13-இல் உள்ள 12 அட்டைத் தொகுப்பிலிருந்து முழுமையாக 7 சேர்ப்புகளை (SETs) உருவாக்க இயலும். ஆராய்க. (அட்டைகளை மறுபடியும் பயன்படுத்தலாம்)

3.

வடிவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✗
வண்ணம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✗
நிழல் உருவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✗
எண்ணிக்கை : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✗

மேற்காணும் **அட்டைத் தொகுப்பு** நிபந்தனைகளின்படி அமையாததால் இது ஒரு முழுமையான சேர்ப்பு(SET) அல்ல.

இதிலிருந்து, ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பு (SET)** என்பது, அனைத்து பண்புகளும் ஒரே மாதிரியானவையோகவோ அல்லது அனைத்து பண்புகளும் வெவ்வேறானவையாகவோ அமைந்துள்ள 3 அட்டைகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதை அறிந்து கொள்கிறோம்.



செயல்பாடு

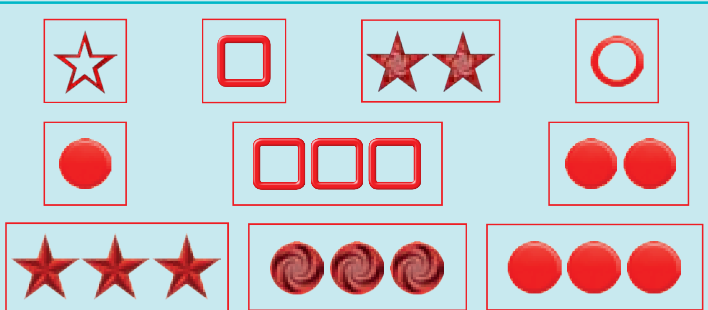
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொகுப்பிலிருந்து சரியான அட்டையினைத் தேர்ந்தெடுத்து ஒரு முழுமையானச் **சேர்ப்பினை (SET)** உருவாக்கவும்.

1. ?
   (i) (ii) (iii) விடை:
2. ?
   (i) (ii) (iii)
3. ?
   (i) (ii) (iii)
4. ?
   (i) (ii) (iii)
5. ?
   (i) (ii) (iii)

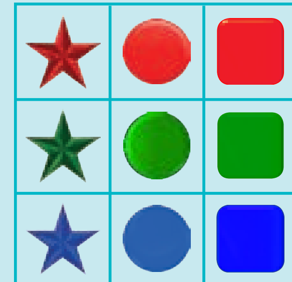


இவற்றை முயல்க

1. இந்த அட்டை தொகுப்பிலிருந்து ஏதேனும் 5 **சேர்ப்புகளை (SETs)** அமைக்க. (அட்டைகளை மறுபடியும் பயன்படுத்தலாம்)



2. இது ஒரு **சேர்ப்பில்(SET)** உள்ள மாயச் சதுரத்திற்கான எடுத்துக்காட்டாகும். இதே போன்று, மேலும் இரண்டு மாயச் சதுரங்களை உருவாக்க முயல்க



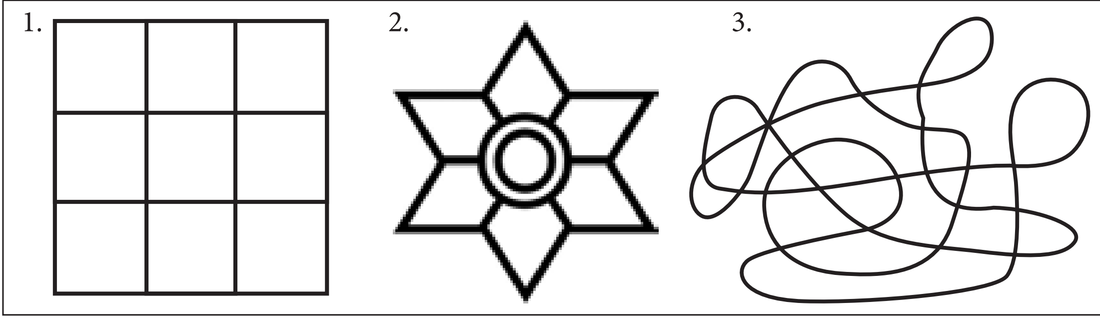
7.4 நிலவரைபடத்தில் வண்ணமிடல்

நிலவரைபடத்தில் வண்ணமிடல் என்பது நிலவரைபடத்தின் வெவ்வேறு சிறப்பியல்புகளுக்கேற்ப வண்ணங்களைக் குறித்துக்காட்டும் செயலாகும். கணிதத்தில் நிலவரைபடத்தை வண்ணமிடல் என்பது பல்வேறு வகையான நில வரைபடங்களின் அடிப்படைக் கூறுகளை வகைப்படுத்தி அடுத்தடுத்த இரு பரப்புகள் (regions) ஒரே வண்ணத்தில் நிரப்பப்படாமல் மிகக் குறைந்த வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி வண்ணமிடுவதாகும். பின்வரும் சூழ்நிலையிலிருந்து நிலவரைபடத்தில் வண்ணமிடுதலைப் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

சூழ்நிலை:

ஆசிரியர், வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களை இரண்டு குழுக்களாகப் பிரித்துக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 7.14 இல் வடிவங்களுக்கு, ஒரு குழுவை அதிகமான வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தியும், மற்றொரு குழுவை மிகக்குறைந்த வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தியும் வண்ணமிட அறிவுறுத்துகிறார்.

இங்கு ஒரே ஒரு நிபந்தனை, அடுத்தடுத்த இரண்டு பரப்புகள் (regions) ஒரே வண்ணத்தில் நிரப்பப்படக்கூடாது. தேவைப்படின் இரண்டு பகுதிகளின் முனைகள் ஒரே வண்ணம் கொண்டவைகளாக அமையலாம்.

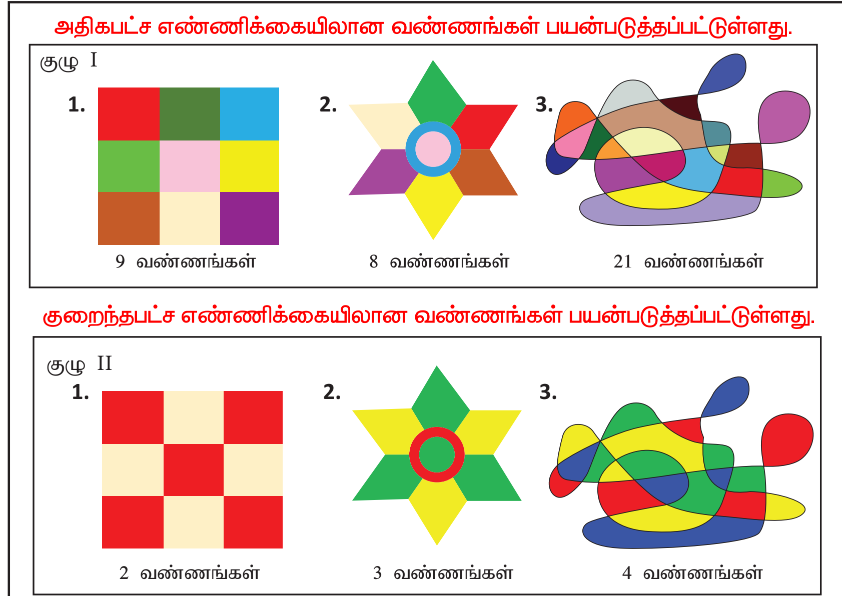


படம் 7.14

படம் 7.15 இல் ஒவ்வொரு குழுவும் எவ்வாறு வண்ணமிட்டுள்ளனர் என்பதைக் காணலாம்

நாம் மேற்கண்ட கணிதக் கருத்தைப் புரிந்து கொண்ட பின் நிலவரைபடங்களை வண்ணமிடுதல் என்பது மிக ஆர்வமுள்ளதாகவும் எளிதாகவும் அமைகிறது.

நிலவரைபடத்தில் உள்ள அடுத்தடுத்த இரு பரப்புகளை (regions) வெவ்வேறு வண்ணங்களைக் கொண்டு வண்ணமிடுவதுப் பற்றி நாம் கீழ்காணும் எடுத்துக்காட்டுமூலம் காணலாம்.

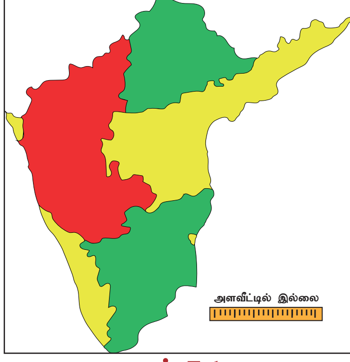


படம் 7.15

எடுத்துக்காட்டு 7.6

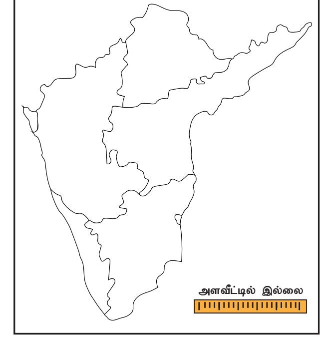
படம் 7.16 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தென்னிந்திய மாதிரி வரைபடத்தில் மிக குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி வண்ணமிடவும்.

தீர்வு:



படம் 7.17

இவ்வாறு மிக குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி வண்ணமிடுவது ஒரு தீர்வு ஆகும். இதுபோல மேலும் பல வழிகளில் வண்ணமிட முயற்சிக்கவும்.



படம் 7.16

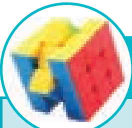


செயல்பாடு

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இந்தியா (மாநிலங்கள்) மாதிரி வரைபடத்தில் மிக குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி மாவட்டங்களுக்கு வண்ணமிடவும்.



படம் 7.18



இவற்றை முயல்க

தலைமையாசிரியர் அறை, ஆசிரியர் அறை, வகுப்பறைகள், உடற்கல்விக் கூடம், சத்துணவுக் கூடம், அறிவியல் ஆய்வகம், நூலகம், அலுவலகம் என உங்கள் பள்ளிச் சூழலுக்கேற்ப நிலவரைப்படம் வரைக. நிலவரைப்பட வண்ணமிடல் (Map Colouring) மூலம் மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி உங்கள் பள்ளி நிலவரைபடத்தில் வண்ணமிடுக.

பயிற்சி 7.1



1. நீங்கள் பனிக்கூழ்(ice cream) அல்லது இனிப்புரொட்டி(cake) வாங்க கடைக்குச் செல்கிறீர்கள். கடையில் பனிக்கூழில்(ice cream), சாக்லேட், ஸ்டாபெர்ரி மற்றும் வெண்ணிலா என 3 வகைகளும், இனிப்புரொட்டியில்(cake) ஆரஞ்சு மற்றும் வெல்வெட் என 2 வகைகளும் விற்கப்படுகிறது. எனில், நீங்கள் 1 பனிக்கூழோ (ice cream) அல்லது 1 இனிப்புரொட்டியோ(cake) வாங்குவதற்கு எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது?
2. சாந்தியிடம் 5 சுடிதார்களும் 4 கவுன்களும் உள்ளன எனில், எத்தனை விதமான வழிகளில் சாந்தி ஒரு சுடிதாரையோ அல்லது ஒரு கவுனையோ அணிவதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளது?
3. ஒரு மேல்நிலைப் பள்ளியில் பதினோறாம் வகுப்பில் கீழ்வரும் 3 பிரிவுகள் உள்ளன.



   I. அறிவியல் பிரிவு
      (i) இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல் மற்றும் கணிதம்
      (ii) இயற்பியல், வேதியியல், கணிதம் மற்றும் கணிணி அறிவியல்
      (iii) இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல் மற்றும் மனையியல்

   II. கலைப் பிரிவு
      (i) கணக்கு பதிவியல், வணிகவியல், பொருளாதாரம் மற்றும் வணிக கணிதம்
      (ii) கணக்கு பதிவியல், வணிகவியல், பொருளாதாரம் மற்றும் கணிணி அறிவியல்
      (iii) வரலாறு, புவியியல், பொருளாதாரம் மற்றும் வணிகவியல்

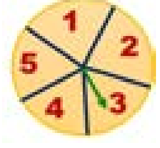
   III. தொழில்கல்வி பிரிவு
      (i) உயிரியல், செவிலியம் கருத்தியல், செவிலியம் செய்முறை I மற்றும் செவிலியம் செய்முறை II
      (ii) மனையியல், ஆடை அலங்காரம் கருத்தியல், ஆடை அலங்காரம் செய்முறை I மற்றும் ஆடை அலங்காரம் செய்முறை II

   உள்ளது எனில், ஒரு மாணவர் தனக்கு வேண்டிய ஒரு பாடப் பிரிவைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது?
4. உங்களிடத்தில் பள்ளிக்கு கொண்டு செல்வதற்காக 2 வகையான கைப்பைகளும் 3 வெவ்வேறு வண்ண நீர்குவளைகளும் (water bottles) உள்ளது எனில், நீங்கள் பள்ளிக்குச் செல்லும்போது 1 கைப்பை மற்றும் 1 வண்ண நீர்க்குவளையை கொண்டுச் செல்வதற்கு எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது ?
5. பள்ளி மாணவர்களுக்கான நான்கு இலக்க வரிசை எண்ணில், முதல் இலக்கம் A, B, C, D மற்றும் E என்ற ஐந்து எழுத்துக்களில் ஏதாவது ஒரு ஆங்கில எழுத்தினைக் கொண்டும், அதனைத் தொடர்ந்து வரும் மூன்று இலக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் 0 முதல் 9 வரையிலான 10 எண்களைக் கொண்டும் அமைந்துள்ளது எனில் வரிசை எண் அமைப்பதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது? (A000, B000, C000, D000 மற்றும் E000 தவிர)
6. ஒரு நகைக் கடையில் உள்ள பாதுகாப்பு பெட்டகத்திற்கான திறவுக்கோல் எண் 4 இலக்கங்களைக் கொண்ட தனித்துவமான எண்ணாக அமைப்பதற்கு, ஒவ்வொரு இடமதிப்பிலும் 0 முதல் 9 வரையிலான 10 எண்களை கொண்டு உருவாக்க வேண்டுமெனில், ஒரு தனித்துவமானத் திறவுக்கோல் எண் அமைப்பதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?

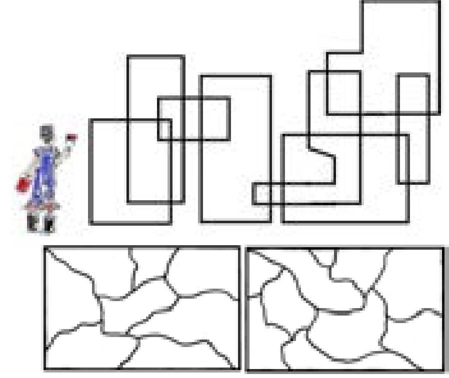


7. ஒரு தேர்வில் வழங்கப்பட்ட வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு பிரிவிலும் 5 வினாக்கள் வீதம் 3 பிரிவுகள் உள்ளது. மாணவர்கள் ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் பதிலளிக்க வேண்டுமெனில், அவர்களுக்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?

8. கொடுக்கப்பட்டுள்ள சுழல் சக்கரத்தினை இருமுறை சுழற்றும் போது கிடைக்கும் எண்களைக் கொண்டு இரண்டிலக்க எண்களை அமைத்தால் எத்தனை விதமான இரண்டிலக்க எண்களை அமைக்க முடியும்? (இலக்கங்களை மறுமுறையும் பயன்படுத்த இயலாது)



9. ரம்யா தனது வீட்டின் முகப்பறை சுவற்றில் உள்ள அமைப்பில் மிகக் குறைந்த செலவில் வண்ணமிட விரும்புகிறாள். அவள் இரண்டு வண்ணங்களை மட்டுமே பயன்படுத்தி அடுத்தடுத்த இரண்டு பகுதிகள் ஒரே வண்ணத்தில் அமையாதவாறு அந்த அமைப்பை வண்ணமிட உதவுங்கள்.



10. கொடுக்கப்பட்டுள்ள நில வரைபடத்தில் மிகக் குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையிலான வண்ணங்களைக் கொண்டு அடுத்தடுத்த இரண்டு பகுதிகள் ஒரே வண்ணத்தில் அமையாதவாறு வண்ணமிடுக

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. பள்ளிகளுக்கிடையிலான வினாடிவினா போட்டிக்கு, பள்ளியின் சார்பாக ஒருவரைத் தேர்ந்தெடுக்க 26 மாணவர்கள் மற்றும் 15 மாணவிகளுக்கு ஆசிரியர் பயிற்சியளிக்கிறார் எனில், இவர்களிலிருந்து ஒருவரை ஆசிரியர் தேர்ந்தெடுக்க எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது ?

    (அ) 41 (ஆ) 26 (இ) 15 (ஈ) 390

12. மூன்று நாணயங்களை ஒரே சமயத்தில் சுண்டும்போது எத்தனை விதமான விளைவுகள் கிடைக்கும்?

    (அ) 6 (ஆ) 8 (இ) 3 (ஈ) 2

13. மூன்று பலவுள் தெரிவு (multiple choice questions) வினாக்களில் A, B, C மற்றும் D தெரிவுகளிலிருந்து சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளன ?

    (அ) 4 (ஆ) 3 (இ) 12 (ஈ) 64

14. 7 ஐ ஓர் இலக்கமாகக் கொண்ட ஈரிலக்க எண்கள் எத்தனை உள்ளன ?

    (அ) 10 (ஆ) 18 (இ) 19 (ஈ) 20

7.5 பிபனோசி எண்கள்

இயற்கையின் அழகான வடிவங்கள் மற்றும் மனிதனால் உருவாக்கப்பட்ட பொருள்கள் அனைத்தும் எவ்வாறு கணிதத்துடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்பது குறித்து முந்தைய வகுப்புகளில் கற்றுக் கொண்டோம். இவ்வகுப்பில், நம்மைச் சுற்றியுள்ள பொருள்களில், உடல் மற்றும் உயிரியல் அமைப்புகளில் கணிதம் எவ்வாறு அழகாகத் தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது என்பதைப் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

இத்தாலி நாட்டைச் சார்ந்த பிபனோசி (இயற்பெயர் லியோனார்டோ பொனாச்சி) என்ற கணிதவியலார் பிபனோசி எண் தொடரை உருவாக்கினார். ஏற்கனவே இந்த எண் தொடரைப் பற்றி 6ஆம் வகுப்பில் நாம் படித்ததை நினைவுகூர்வோம் பிபனோசி எண்கள் 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34... என்ற தொடர்வரிசையாகக் காணப்படுகிறது.

பிபனோசி எண்தொடரை அட்டவணைப்படுத்துவதன் மூலம் அதிலுள்ள பொது விதியை, அறிந்துகொள்ளலாம்.

உறுப்பு (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	...

நாம் பிபனோசி எண் தொடரில் உற்றுநோக்கி அறிவது, அதன் **3வது உறுப்பானது இரண்டாவது மற்றும் முதலாவது உறுப்பின் கூட்டுத் தொகை** என்பது தான்.

அதாவது, F(3) = F(2) + F(1) எனலாம். மேலும் இதனைப் பொது விதியாகக் கூறினால் **F(n)= F(n–1) + F(n–2)** ஆகும்.

இங்கு **F(n)** என்பது **n**வது பிபனோசி உறுப்பு என எடுத்துக்கொண்டால்,

F(n–1) என்பது **n**வது உறுப்பின் முந்தைய மதிப்பாகும்,

F(n–2) என்பது **F(n–1)** இன் முந்தைய மதிப்பாகும்.

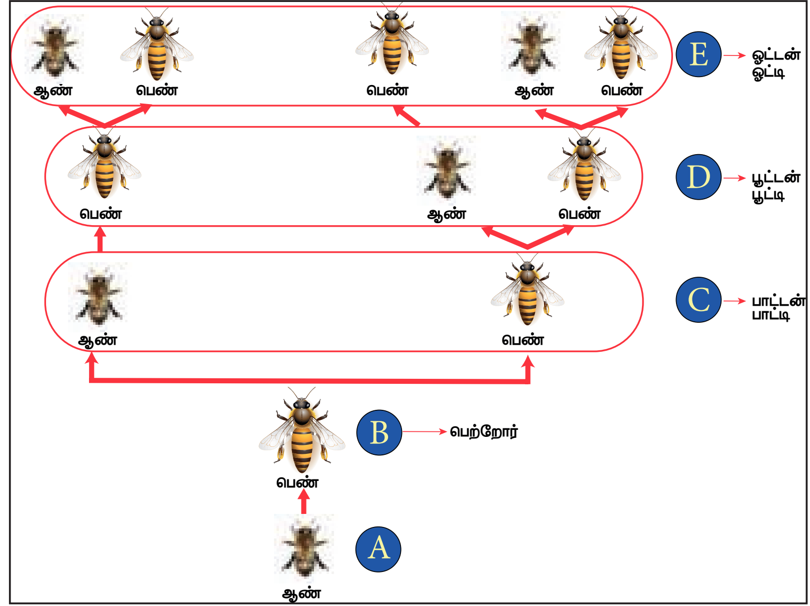
F(1)	F(2)	F(3)	F(4)	F(5)	F(6)	F(7)	...
1	1	2	3	5	8	13	...

+ = **F(3) = F(2)+F(1)**

இவ்வாறே, பிபனோசி எண் தொடர் முழுவதும் அமைந்துள்ளது. இதனைப் பின்வரும் வாழ்வியல் நிகழ்வுகள் மூலம் மேலும் நன்றாகப் புரிந்துக்கொள்ளலாம்.

சூழ்நிலை:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 7.19 இல் ஆண் தேனீ (drone bee) மற்றும் பெண் தேனீ (female bee) இன் மரவுரு வரைப்படத்தைப் பார்க்கவும். இங்கே, ஒரு பெண் தேனீக்கு 1 ஆண் தேனீ மற்றும் 1 பெண் தேனீ பெற்றோராக உள்ளனர். ஆனால், ஒரு ஆண் தேனீக்கு ஒரே ஒரு பெண் தேனீ மட்டும் பெற்றோராக உள்ளது. (ஏனெனில், ஒரு ஆண் தேனீயானது ஒரு பெண் தேனீயின் கருத்தரிக்கப்படாத முட்டைகளால் உருவாகிறது. எனவேதான் ஆண் தேனீக்கு ஒரு தாய் மட்டுமே இருக்கிறார், தந்தை இல்லை) இந்த வகையில் படம் 7.19 இலிருந்து நாம் அறிந்துகொள்வது.



படம் 7.19

1. ஒரு ஆண் தேனீக்கு Ⓐ 1 தாய் Ⓑ மட்டும் பெற்றோராக உள்ளது.
2. ஒரு ஆண் தேனீக்கு Ⓐ 1 பாட்டன் மற்றும் 1 பாட்டி Ⓒ) என இரண்டு பெற்றோர்கள் உள்ளனர்.
3. ஒரு ஆண் தேனீக்கு Ⓐ 1 பூட்டன் மற்றும் 2 பூட்டி Ⓓ, என மூன்று பெற்றோர்கள் உள்ளனர்.
4. ஒரு ஆண் தேனீக்கு Ⓐ 2 ஓட்டன் மற்றும் 3 ஓட்டி Ⓔ, என ஐந்து பெற்றோர்கள் உள்ளனர்.

இப்போது, ஆண் தேனீக்கு Ⓐ எத்தனை சேயோன் மற்றும் சேயோள் பெற்றோர் இருப்பார்கள் என்று கூறுங்கள் பார்க்கலாம்?

இங்கே, நாம் தேனீக்களின் எண்ணிக்கையினை அட்டவணைப்படுத்துவதன் மூலம் ஆண் மற்றும் பெண் தேனீக்களின் குடும்ப உறவுகளின் அமைப்பைப் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

எண்ணிக்கை Ⓐ	பெற்றோர் Ⓑ	பாட்டன், பாட்டி Ⓒ	பூட்டன், பூட்டி Ⓓ	ஓட்டன், ஓட்டி Ⓔ	சேயோன், சேயோள் Ⓕ
ஆண்தேனீ (1) (drone bee)	1	2	3	5	8
பெண் தேனீ (1) (female bee)	2	3	5	8	13

மேலேயுள்ள அட்டவணையில் நாம் 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13… பிபனோசி எண் தொடரின் அமைப்பைக் காண்கிறோம்.



குறிப்பு

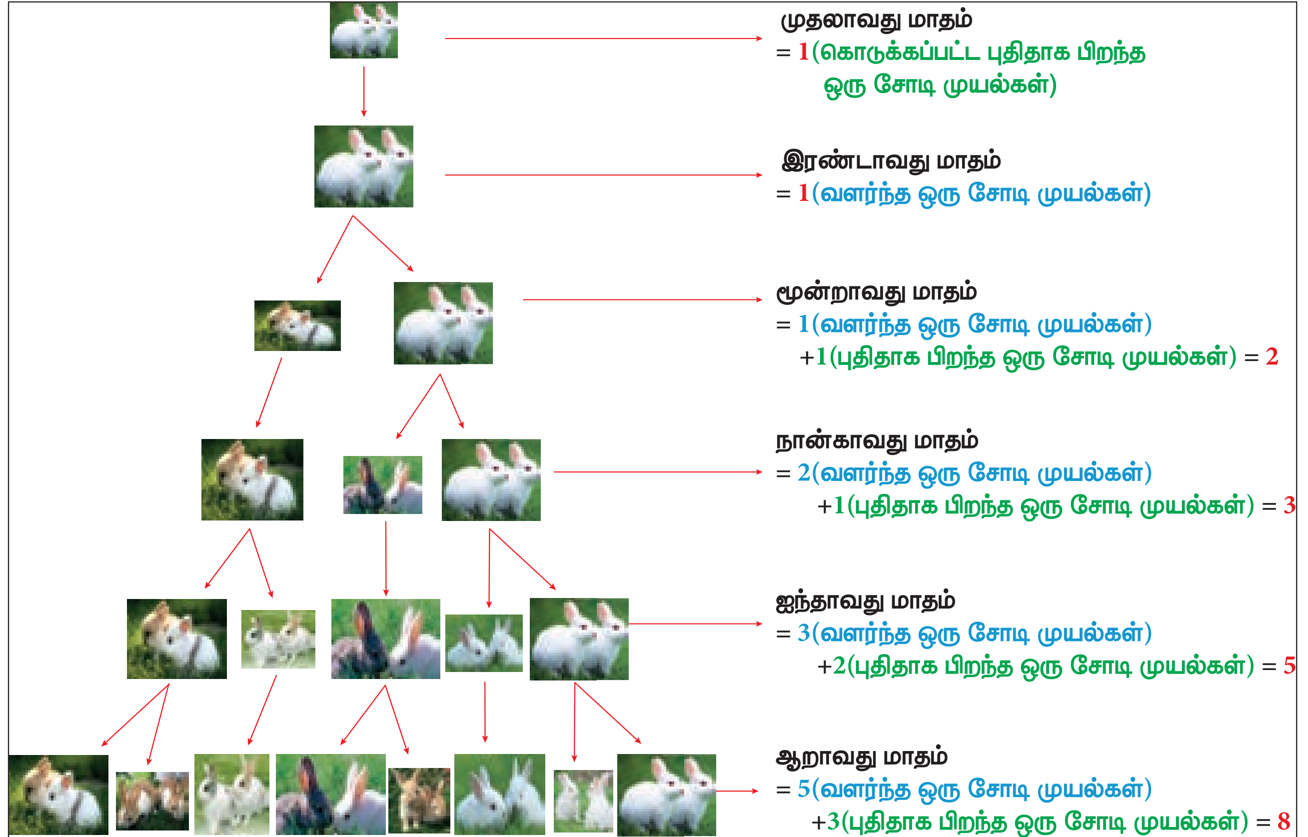
பிபனோசி எண் தொடரில் அடுத்தடுத்து வரும் இரு எண்களுக்கிடையேயுள்ள வித்தியாசம் விரைவாக அதிகரிக்கிறது. ((எடுத்துக் காட்டு: F(5) – F(4) = 5 – 3 = **2** ; F(10) – F(9) = 55 – 34 = **21** ; F(15) – F(14) = 610 – 377 = **233**)(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946 ...))

எடுத்துக்காட்டு 7.7

புதிதாக பிறந்த ஒரு சோடி முயல்கள் வளர்ந்து அடுத்த மாதத்திலிருந்து ஒவ்வொரு மாதமும் ஒரு புதிய சோடி முயல்களை இனப்பெருக்கம் செய்கின்றன எனக் கொள்வோம். அவற்றிற்குப் பிறந்த புதிய ஒரு சோடி முயல்களும் வளர்ந்தவுடன் அவையும் மறுமாதத்திலிருந்து அவ்வாறே ஒரு புதிய சோடி முயல்களை இனப்பெருக்கம் செய்கிறதென்றால் ஒவ்வொரு மாதத்திற்குப் பிறகும் உள்ள சோடி முயல்களின் எண்ணிக்கையினை அட்டவணைப்படுத்துக.

தீர்வு:

கீழேயுள்ளப் படத்தின் மூலம், முயல்களின் எண்ணிக்கை 1, 1, 2, 3, 5, 8…. என்ற வரிசையில் உருவாவதை தெளிவாகக் காணலாம். ஒவ்வொரு எண்ணும் அதன் முந்தைய இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக அமைந்துள்ளதால், இங்கும் பிபனோசி எண்தொடரை நாம் காண்கிறோம். இதனடிப்படையில் பனிரெண்டாவது மாதத்தில் 144 சோடி முயல்கள் நமக்கு கிடைக்கிறது. இது பிபனோசி எண்தொடரில் உள்ள பனிரெண்டாவது உறுப்பைக் (144) குறிக்கிறது.



இதனைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

மாதங்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
சோடி முயல்களின் எண்ணிக்கை	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144



செயல்பாடு

கொடுக்கப்பட்டுள்ள **அட்டவணை 1** ஐப் பயன்படுத்தி, கீழ்வரும் வினாக்களுக்கு விடையறிந்து **அட்டவணை 2**இல் வண்ணமிடுக. மாதிரிக்காக ஒரு விடை வண்ணமிடப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை 1

உறுப்பு (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	

1. இரட்டை பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
   உறுப்பு (n) மற்றும் பிபனோசி எண் **F(n)** ஆகிய இரண்டையும் மஞ்சள் நிறத்தில் வண்ணமிடுக.
   ஏதேனும் ஓர் எண் அமைப்பை உங்களால் காண முடிகிறதா ?
   ஒவ்வொரு **மூன்றாவது** பிபனோசி எண்ணும் **இரண்டின் மடங்காக** உள்ளது. அதாவது, பிபனோசி எண் F(3) ஆனது இரண்டின் மடங்கு ஆகும் அல்லது 2 = பிபனோசி எண் F(3) ஆகும்.
2. 3இன் மடங்கு பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
   உறுப்பு **(n)** மற்றும் பிபனோசி எண் **F(n)** இரண்டையும் சிவப்பு நிறத்தில் வண்ணமிடுக.
   நீங்கள் காணும் எண் அமைப்பை எழுதுக.
   ஒவ்வொரு .... பிபனோசி எண்ணும் ....எண்களாக உள்ளது.
3. 5இன் மடங்கு பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
   உறுப்பு **(n)** மற்றும் பிபனோசி எண் **F(n)** ஆகிய இரண்டையும் நீல நிறத்தில் வண்ணமிடுக.
   நீங்கள் காணும் எண் அமைப்பை எழுதுக.
   ஒவ்வொரு........................ .... எண்களாக உள்ளது.
4. 8இன் மடங்கு பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
   உறுப்பு **(n)** மற்றும் பிபனோசி எண் **F(n)** ஆகிய இரண்டையும் **பச்சை** நிறத்தில் வண்ணமிடுக.
   நீங்கள் காணும் எண் அமைப்பை எழுதுக.
   ஒவ்வொரு .... எண்களாக உள்ளது.

அட்டவணை 2

உறுப்பு (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	

மேற்கண்ட செயல்பாட்டைச் செய்வதன் மூலம் நாம் முடிவிற்கு வருவது, ஒவ்வொரு பிபனோசி எண்களும், அதன் உறுப்புகளின் மடங்கு பிபனோசி எண்களின் காரணி ஆகும்.

	n	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	...
	F(n)	**2**	**3**	**5**	**8**	**13**	**21**	**34**	**55**	**89**	**144**	**233**	**377**	**610**	...
காரணிகள்	**2=F(3)**	✓	×	×	✓	×	×	✓	×	×	✓	×	×	✓	ஒவ்வொரு 3வது பிபனோசி எண்ணும் 2இன் மடங்கு
	3=F(4)	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	ஒவ்வொரு 4வது பிபனோசி எண்ணும் 3இன் மடங்கு
	5=F(5)	×	×	✓	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	✓	ஒவ்வொரு 5வது பிபனோசி எண்ணும் 5இன் மடங்கு
	8=F(6)	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	ஒவ்வொரு 6வது பிபனோசி எண்ணும் 8இன் மடங்கு
	F(k)														ஒவ்வொரு Kவது பிபனோசி எண்ணும் F(k)இன் மடங்கு

மேற்கண்ட அட்டவணையின் மூலம் ஒவ்வொரு **k** ஆவது பிபனோசி உறுப்பும் **F(k)**இன் மடங்காகும் என்ற பொது விதியினை அறிந்துகொள்கிறோம்.

7.6 மீப்பெரு பொதுக்காரணி (மீ.பொ.கா (HCF))

கொடுக்கப்பட்ட அறிவுறுத்தல்கள் அல்லது அமைப்புகளைத் தொடர்ச்சியாக குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலோ அல்லது நிபந்தனைகளை நிறைவு செய்யும் வகையிலோ செய்யும் செயலானது தொடர் வளர் செயல்முறை என நாம் ஆறாம் வகுப்பில் படித்துள்ளோம். இதுவரையில் நாம், மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண அனைத்துக் காரணிகளையும் கண்டறிந்து அவற்றில் பெரியதைக் காண்போம். இவ்வகுப்பில் இந்த முறையைத் தவிர, மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண கொடுக்கப்பட்ட எண்களில் பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய எண்ணைத் தொடர்ச்சியாக கழிப்பதன் மூலமும், இந்தத் தொடர் கழித்தல் முறையானது எவ்வளவு விரைவாக விடையளிக்கிறது என்பதயும் பார்க்கலாம். மேலும் இந்த முறையில் சில படிநிலைகளிலேயே மீப்பெரு பொதுக்காரணியை எவ்வாறு பெறுகிறோம் என்பதையும் அறிந்துகொள்ளலாம்.

மீப்பெரு பொதுக்காரணியானது பின்னங்களை சுருக்க அல்லது திட்ட வடிவில் எழுதப் பயன்படுகிறது. இந்த கருத்தியலை மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்வதற்கும், நமது அன்றாட வாழ்வியல் நிகழ்வுகளில் எங்கு மீப்பெரு பொதுக்காரணியைப் பயன்படுத்துகிறோம் என்பதனைக் காண்பதற்கும் கீழ்க்காணும் சூழலைக் கற்பனை செய்துகொள்ளுங்கள்.

7.6.1 மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் (மீ.பொ.கா.) கண்டறியும் முறைகள்

1. காரணிகள் மூலம் கண்டறிதல்

சூழ்நிலை:

உங்களிடம் 20 மாம்பழங்களும் 15 ஆப்பிள்களும் உள்ளதாக வைத்துகொள்ளுங்கள். இப்பழங்களைச் சமமாக நீங்கள் ஆதரவற்ற குழந்தைகளுக்குக் கொடுத்து உதவ நினைக்கிறீர்கள் எனில் அதிகபட்சமாக எத்தனை குழந்தைகளுக்கு உங்களால் உதவ முடியும் ?

இச்சூழலில், அடிப்படையில் நாம் இரண்டு எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிந்தாலே போதுமானதாகும். மீப்பெரு பொதுக்காரணி, **மீப்பெரு பொது வகுஎண்** என்றும் குறிக்கப்படுகிறது . மீப்பெரு பொதுக்காரணி என்பது கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களை முழுமையாக வகுக்கும் மிகப்பெரிய வகுஎண் ஆகும்.

இங்கு, முதலில் 20 மாம்பழங்கள் மற்றும் 15 ஆப்பிள்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்போம்.

20 இன் காரணிகள் = 1,2,4,**5**,10,20

15 இன் காரணிகள் = 1,3,**5**,15

ஆக, 20 மற்றும் 15 இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி **5** ஆகும். எனவே, உங்களால் அதிகபட்சமாக **5** குழந்தைகளுக்கு உதவ முடியும்.

இப்போது, உங்களால் தலா **4 மாம்பழங்களும்** $(20 \div 5 = 4)$ **3 ஆப்பிள்களும்** $(15 \div 5 = 3)$ என **5 குழந்தைகளுக்கு** சமமாகப் பகிர்ந்தளித்து உதவ முடியும்.

2. பகா காரணிகள் மூலம் கண்டறிதல்

சூழ்நிலை:

பள்ளியில், ஏழாம் வகுப்பில் 18 மாணவர்களும், எட்டாம் வகுப்பில் 27 மாணவர்களும் உள்ளனர். ஒவ்வொரு வகுப்பு மாணவர்களும் அணிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு வரவிருக்கும் விளையாட்டுப் போட்டிக்குத் தயாராகின்றனர். ஒவ்வொரு வகுப்பிலிருந்தும் வென்ற அணிகள் இறுதிப் போட்டியில் ஒருவருக்கொருவர் எதிர்கொள்ள வேண்டும் எனில், ஒவ்வொரு அணியிலும் ஒருவர் கூட மீதமில்லாமல் விளையாடக்கூடிய மிகப் பெரிய அணியின் எண்ணிக்கை என்ன ?

முதலில் 18 மற்றும் 27இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்போம்.

18இன் பகா காரணிகள் $= 2 \times \mathbf{3} \times \mathbf{3}$

27இன் பகா காரணிகள் $= 3 \times \mathbf{3} \times \mathbf{3}$

18 மற்றும் 27இன் மீ.பொ.கா. $= 3 \times 3 = \mathbf{9}$

18 மற்றும் **27**இன் மீ.பொ.கா. **9** என அறிந்துகொண்டோம்.

எனவே ஒவ்வொரு அணியிலும் விளையாடக்கூடிய மிகப் பெரிய அணியின் எண்ணிக்கை **9** ஆகும். ஆக ஏழாம் வகுப்பில் 2 அணிகளும், எட்டாம் வகுப்பில் 3 அணிகளும் இறுதிப் போட்டியில் பங்குபெறுவர்.

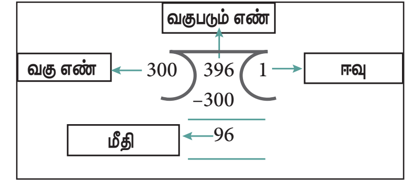
3. தொடர் வகுத்தல் முறை

மேற்கண்ட முறைகள் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிய எளிதான முறைகள் என்றாலும் இம்முறைகளில் மிகப் பெரிய எண்களுக்கு மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிவதென்பது மிகவும் கடினமாகும். இந்த மாதிரியான கணக்குகளில் தீர்வுக் காண கீழ்க்காணும் வழிமுறைகளைப் பயன்படுத்தலாம். மேலும், இந்த முறைகளைப் பற்றி அறிந்துகொள்வோம்.

மேற்கண்ட சூழலில் ஏழாம் வகுப்பில் 396 மாணவர்களும், எட்டாம் வகுப்பில் 300 மாணவர்களும் உள்ளனர் என்று எடுத்துக்கொண்டால் அணியின் அதிகபட்சமான எண்ணிக்கை என்னவாக இருக்கும்? இந்நிலையில் மேற்கண்ட இரு முறைகளில் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிவதென்பது எளிதானதல்ல. இதற்கு மாறாக, நாம் **தொடர் வகுத்தல் முறையில்** மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறியலாம்.

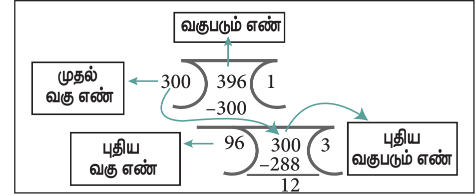
படி 1: மிகப்பெரிய எண்ணைச் சிறிய எண்ணால் வகுத்தல்

இங்கு 396 மிகப்பெரிய எண். எனவே 396 ஐ (வகுபடும் எண்) 300ஆல் (வகு எண்) வகுத்தால் நமக்கு 96 மீதியாகக் கிடைக்கிறது.



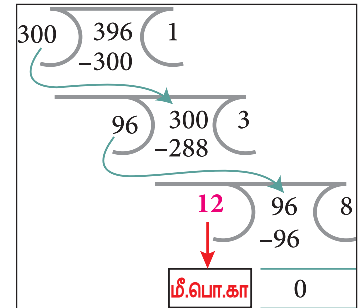
படி 2: படி 1இன் மூலம் பெறப்பட்ட மீதியானது புதிய வகுஎண்ணாகவும் படி 1இல் உள்ள வகுஎண்ணைப் புதிய வகுபடும் எண்ணாகவும் கொண்டு வகுத்தலை மீண்டும் செய்தல்

படி 1இல் மீதியாகக் கிடைத்த 96 என்பதை படி 2 இல் புதிய வகுஎண்ணாகவும், படி 1இல் வகு எண்ணாக இருந்த 300 என்பதை படி 2 இல் வகுபடும் எண்ணாகவும் கொண்டு வகுத்தலை மீண்டும் செய்தல் வேண்டும்.



படி 3: மீதியானது பூச்சியம் (0) என ஆகும் வரை மீண்டும் மீண்டும் இந்த முறையினைத் தொடருதல் வேண்டும். இறுதியாக உள்ள வகு எண் தேவையான மீப்பெரு பொதுக்காரணியாகும்.

படி 2 இல் 12 என்பது நமக்கு கிடைத்த மீதியாகும். எனவே, 96 என்பது வகுபடும் எண், 12 புதிய வகுஎண் ஆகும், எனவே, 96ஐ புதிய வகுபடும் எண்ணாகவும், 12 புதிய வகுஎண்ணாகவும் கொண்டு மீண்டும் வகுத்தலை செய்யும் போது மீதி பூச்சியம்(0) என்றானதால் **12 என்பது இறுதியான வகுஎண்ணாகும்**. எனவே 12 என்பதுதான் நமக்குத் தேவையான **மீப்பெரு பொதுக்காரணி** ஆகும்.



எனவே, **396** மற்றும் **300**இன் மீப்பெரு பொதுக் காரணி **12** ஆகும். எனவே, மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்திலிருந்து ஓர் அணியில் அதிகபட்சமாக **12 மாணவர்கள்** உள்ளனர் என்பதை அறிகிறோம்.

4. தொடர் கழித்தல் முறை:

இம்முறையில் **m** மற்றும் **n** என இரண்டு எண்களை எடுத்துக்கொண்டோமானால், **m** மற்றும் **n** என்ற இரண்டு எண்களும் சமமாகும் வரை **தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்தல்** வேண்டும். எடுத்துகாட்டாக, 144 மற்றும் 120இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணியினைக் காண்க.

படி 1: முதலில் $m = n$ எனச் சரிப்பார்போம்

இங்கு நாம் $m = 144$ மற்றும் $n = 120$ எனக் கொள்வோம். முதலில் அல்லது $m > n$ அல்லது $m < n$ எனச் சரிப்பார்போம். இங்கு $\mathbf{m > n}$ **(144 > 120)** ஆகும்.

படி 2: m >n ஆக இருந்தால், m = n ஆகும் வரை m - nஐ தொடரவும் அல்லது. m < n ஆக இருந்தால், m = n ஆகும் வரை n - mஐ தொடரவும்

m ஆனது **n**ஐ விட அதிகமாக இருந்தால், நாம் **m** இலிருந்து **n** ஐ கழித்து வரும் விடையை **m** இல் பிரதியிட வேண்டும். **m** மற்றும் **n** என்ற இரு எண்களும் சமமாக உள்ளதா என்பதைப் பரிசோதித்து. **m** மற்றும் **n** என்ற இரு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்தல் வேண்டும்.

மாறாக, **m** ஆனது **n** ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால், நாம் **n** இலிருந்து **m** ஐ கழித்து வரும் விடையை **n**இல் பிரதியிட வேண்டும். மறுபடியும், **m** மற்றும் **n** என்ற இரு எண்களும் சமமாக உள்ளதா என்பதைப் பரிசோதித்து. **m** மற்றும் **n** என்ற இரு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்தல் வேண்டும்.

இங்கு **140(m) > 120(n)** ஆகும். எனவே 144 இல் இருந்து 120 ஐ கழித்து m மற்றும் n என்ற இரு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர் கழித்தலைச் செய்தல் வேண்டும்.

முதலில்	144 – 120 = 24	மீண்டும்	120 – 24 = 96	மீண்டும்	96 – 24 = 72
மீண்டும்	72 – 24 = 48	மீண்டும்	48 – 24 = 24	மீண்டும்	24 – 24 = 0

படி 3: m மற்றும் n என்ற இரு எண்களும் சமமாகும்போது, அந்த எண்ணானது m மற்றும் n என்ற இரண்டு எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியாகும்.

இப்போது m = n என்றாகிறது. எனவே, **144 மற்றும் 120 இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி 24** ஆகும்.

மீப்பெரு பொதுக்காரணியினைக் கண்டறிய, தொடர் வகுத்தல் மற்றும் தொடர் கழித்தல் ஆகிய இரண்டு முறைகளை ஒப்பிட்டுப் பார்த்தோமானால் தொடர் கழித்தல் முறையானது எளிமையானதாகவும், விரைவாக செய்யக்கூடியதாகவும் உள்ளது. ஒருவருக்கு வகுத்தல் செய்வதைக்காட்டிலும் கழித்தல் செய்வது எளிதாக இருக்கும்தானே?

பயிற்சி 7.2

1. கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்குத் தொடர் வகுத்தல் முறையில் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்க.

   (i) 455 மற்றும் 26 (ii) 392 மற்றும் 256 (iii) 6765 மற்றும் 610 (iv) 184, 230 மற்றும் 276

2. கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்கு தொடர் கழித்தல் முறையில் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்க.

   (i) 42 மற்றும் 70 (ii) 36 மற்றும் 80 (iii) 280 மற்றும் 420 (iv) 1014 மற்றும் 654

3. கொடுக்கப்பட்ட கணக்குகளைத் தொடர் கழித்தல் முறையில் செய்து சரிபார்க்க.

   (i) 56 மற்றும் 12

   12) 56 (4
   –48
   8) 12 (1
   –8
   4) 8 (2
   –8
   0
   4 → மீ.பொ.கா

   (ii) 320, 120 மற்றும் 95

   120) 320 (2
   –240
   80) 120 (1
   –80
   40) 80 (2
   –80
   0
   40 → மீ.பொ.கா

   40) 95 (2
   –80
   15) 40 (2
   –30
   10) 15 (2
   –10
   5) 10 (2
   –10
   0
   5 → மீ.பொ.கா

5. கலை, 168 மி.மீ மற்றும் 196 மி.மீ அளவுள்ள காகிதத் தாளை, தன்னால் முடிந்த அளவு மிகப் பெரிய அளவில் சமமான சதுரங்களாக வெட்ட விரும்புகிறார் எனில், அவர் வெட்டிய மிகப் பெரிய சதுரத்தின் பக்க அளவு என்ன? (தொடர் கழித்தல் முறையை பயன்படுத்தி மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்க)

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

6. பதினோறாவது பிபனோசி எண் என்ன?

(அ) 55 (ஆ) 77 (இ) 89 (ஈ) 144

7. F(n) என்பதில் n = 8 எனில், பின்வருவனவற்றுள் எது உண்மையாகும்?

(அ) $F(8) = F(9) + F(10)$ (ஆ) $F(8) = F(7) + F(6)$

(இ) $F(8) = F(10) \times F(9)$ (ஈ) $F(8) = F(7) - F(6)$

8. பிபனோசி எண்தொடரில் ஒவ்வொரு மூன்றாவது உறுப்பும் ___________ இன் மடங்கு ஆகும்.

(அ) 2 (ஆ) 3 (இ) 5 (ஈ) 8

9. பிபனோசி எண்தொடரில் ஒவ்வொரு ___________ ஆவது உறுப்பும் 8இன் மடங்கு ஆகும்.

(அ) 2 ஆவது (ஆ) 4 ஆவது (இ) 6 ஆவது (ஈ) 8 ஆவது

10. பதினெட்டாவது மற்றும் பதினேழாவது பிபனோசி எண்களுக்கிடையிலான வித்தியாசம் ___________ ஆகும்.

(அ) 233 (ஆ) 377 (இ) 610 (ஈ) 987

11. 30 மற்றும் 250 இன் பொது பகாக் காரணிகள்_________ ஆகும்.

(அ) 2×5 (ஆ) 3×5 (இ) $2 \times 3 \times 5$ (ஈ) 5×5

12. 36, 60 மற்றும் 72 இன் பொதுப் பகா காரணிகள் _________ ஆகும்.

(அ) 2×2 (ஆ) 2×3 (இ) 3×3 (ஈ) $3 \times 2 \times 2$

13. இரண்டு எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணி_____ எனில் அவை சார் பகா எண்கள் எனப்படும்.

(அ) 2 (ஆ) 3 (இ) 0 (ஈ) 1

7.7 குறியாக்கவியல் (Cryptology)

இன்றைய உலகில், தகவல் பாதுகாப்பு என்பது இராணுவம், அரசியல் போன்ற துறைகளுக்கு மட்டுமல்லாமல் தனியார் தகவல் தொடர்புக்கும் ஓர் அடிப்படைத் தேவையாக உள்ளது. மேலும், நிதிசார் தகவல் பரிமாற்றம், படச்செயலாக்கம், தொடுஉணர்வு கருவி (Biometrics) மற்றும் மின் வணிகப் பரிவர்த்தனை போன்ற செயல்பாடுகளில் தகவல் தொடர்பின் பயன்பாடு இப்போது அதிகரித்துள்ளதால், தகவல் பாதுகாப்பு என்பது முக்கியமான பங்கினை வகிக்கிறது. **குறியாக்கவியல்** என்பது பாதுகாப்பான வடிவில் தகவல் தொடர்பினை மேற்கொள்ள செய்யும் அறிவியல் என வரையறுக்கலாம்.

7.7.1 குறியாக்கவியல் சில தொழில்நுட்ப விளக்கங்கள்:



சாதாரண உரை (Plain Text) : நடைமுறை வடிவில் உள்ள உண்மைச் செய்தியே சாதாரண உரை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

மறைகுறியீடு உரை (Cipher Text) அல்லது மறைகுறியீடு எண் (Cipher Number): மறைகுறியீடாக மாற்றப்பட்ட இரகசிய செய்தியானது மறைகுறியீடு உரை அல்லது மறைகுறியீடு எண் என அழைக்கப்படுகிறது. மறைகுறியீடு உரையானது ஆங்கில பெரிய எழுத்துகளாலும், சாதாரண உரையானது ஆங்கிலச் சிறிய எழுத்துகளாலும் எழுதப்படுவது வழக்கமாகும். **இரகசியக்குறிப்பு (Secret Key)** என்பது, சாதாரண உரையிலிருந்து மறைக்குறியீடாக மாற்றுவதற்கு பயன்படும் கருவியாகும்.

மறைகுறியாக்கமும் (Encryption) மறைகுறிவிலக்கமும் (Decryption): மறைகுறியாக்கம் என்பது எளிய சாதாரண உரையை இரகசியக்குறியீடாக மாற்றும் செயல்முறையாகும். அதேபோன்று, மறைகுறிவிலக்கம் என்பது இரகசியக் குறியீட்டை சாதாரண உரையாக மாற்றும் செயல்முறையாகும்.

நமது அன்றாட வாழ்வில் சில நேரங்களில் குறியீடு வடிவத்தில் நாம் பயன்படுத்தும் செய்திகளின் மறைகுறியீடு உரைகளை உருவாக்க முயற்சிப்போம்.

7.7.2 மறைகுறியீடுகளுக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகள்

1. இடம்பெயர்தல் முறையில் மறைகுறியாக்கம் (Shifting Cipher Text)

சீசர் மறைகுறியீடு (Ceasar Cipher)

சீசர் மறைகுறியீடு என்பது, ஆரம்பகாலம் முதல் பயன்படுத்தப்பட்டு வரும் எளிமையான மறைகுறியீடு முறை ஆகும். சாதாரண உரையின் **ஒவ்வோர் எழுத்தையும் ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையில் இடம்பெயர்த்து குறியீடாக** மாற்றி எழுதும் முறையாகும்.

ஒருவரிடமிருந்து, மற்றொருவருக்கு இரகசியக் குறியீடை பரிமாற்றம் செய்யும்போது, அதற்கான "குறிப்பு" (Key) இருவரிடமும் இருத்தல் அவசியம். இருவரிடமும் குறிப்பு இருந்தால்தான் செய்தி அனுப்புபவர் உரையை மறைகுறியாக்கம் செய்யவும், செய்தியினைப் பெறுபவர் சாதாரண உரையாக மாற்றவும் முடியும். சீசர் மறைகுறியீடு முறையில் குறிப்பு (key) என்பது ஒவ்வோர் எழுத்தையும் எத்தனை எழுத்துகள் இடம் பெயர்த்து எழுதவேண்டும் என்ற எண்ணிக்கையினைக் குறிப்பதாகும். எனவே, சீசர் மறைகுறியீடு முறையில் எத்தனை எழுத்துகள் இடம் பெயர்த்து எழுதப்பட்டுள்ளது என்ற குறிப்பை அறிந்திருக்க வேண்டும்.

கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் சூழ்நிலைகள் மூலம் இதனைப் பற்றி மேலும் அறிந்து கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.8

சீசர் மறைகுறியீடு +4 அட்டவணை தொகுப்பைப் பயன்படுத்தி மறைந்துள்ள இரகசிய வாக்கியத்தைக் காண்க.

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

தீர்வு:

முதலில் சீசர் மறைகுறியீடு +4 **அட்டவணைத்** தொகுப்பை உருவாக்குவோம். அதற்காக, ஆங்கில எழுத்துகளில் முதல் 4 எழுத்துகள் இடம் பெயர்த்து 'e'ஐ 'A' ஆகவும், 'f'ஐ 'B' ஆகவும் எழுதி வர, இறுதியில் 'd'ஐ 'Z' என மாற்றி எழுதி அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும்.

இப்போது, சீசர் மறைகுறியீடு +4 அட்டவணை பின்வருமாறு அமைந்திருக்கும்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
மறைகுறியீடு உரை	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

கொடுக்கப்பட்ட சாதாரண உரை **fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc** ஐ இரகசியக் குறியீடாக மாற்றியமைக்க கீழ்காணும் படிகளைப் பின்பற்றவும்.

படி 1: முதலில் சீசர் மறைகுறியீடு +4 **அட்டவணையைப்** பயன்படுத்தி மீண்டும் மீண்டும் வரும் எழுத்துக்களுக்குரிய குறியீடுகளுடன் பொருத்தவும். இது, உரையை விரைவாக மாற்ற நமக்கு உதவும்.

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
மறைகுறியீடு உரை	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

f v i e o   m r   g s h i w   g e r   f i   x v m g o c

B R E A K   I N   C   E   C A N   B E   R I C K

படி 2: பின்னர் மீதமுள்ள எழுத்துகளுக்குரிய குறியீடுகளைக் கண்டறிந்து நிரப்பவும்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
மறைகுறியீடு உரை	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

f v i e o   m r   g s h i w   g e r   f i   x v m g o c

B R E A K   I N   C O D E S   C A N   B E   T R I C K Y

எனவே, நமக்குத் தேவையான இரகசிய வாக்கியமானது **BREAK IN CODES CAN BE TRICKY** என்பதாகும்.

2. பிரதியிடுதல் முறையில் மறைகுறியாக்கம் (Substituting Cipher Text)

இந்த முறையில் தகவலைக் குறியாக்கம் அல்லது குறிவிலக்கம் செய்வதற்கு, உரையின் ஒவ்வோர் எழுத்தும் படங்களாகவோ, குறியீடுகளாகவோ, குறிப்புச் செய்தியாகவோ, குறிப்பிட்ட எழுத்துக்களின் தொகுப்பாகவோ, எழுத்துக்களாகவோ அல்லது அவற்றின் கலவையாகவோ மாற்றியமைக்கப்படுகிறது. இதைப் பற்றிப் பின்வரும் சூழ்நிலையிலிருந்து மேலும் அறிந்துகொள்ளலாம்.

சூழ்நிலை:

ஆசிரியர், வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களை இரு அணிகளாகப் பிரித்து விளையாட்டு முறையில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பயிற்சித்தாளை முடிக்குமாறு கூறுகிறார். இரு அணியில் உள்ளவர்களும் ஒவ்வோர் எழுத்திற்கும் பொருத்தமான குறிப்பு எண்களைக் கூற வேண்டும். ஒருவர் மட்டும் மற்றவர்கள் கூறும் குறிப்பு எண்களை அட்டவணையில் நிரப்ப வேண்டும். அதிகபடியாகவும், சரியாகவும் குறிப்பு எண்களைக் கூறுவதற்கேற்ப அணியினர் வெற்றிப்புள்ளிகளைப் பெறுவர்.

பயிற்சி தாள் 1 :– Additive Cipher [Key = 5]

கொடுக்கப்பட்ட சாதாரண உரையை கூட்டல் மறை உரை (Additive Cipher) எண் குறியீடாக மாற்றவும்.

“mathematics is a unique symbolic language in which the whole world works and acts accordingly”

கூட்டல் மறை குறியீடுகளை மாற்றியமைக்க உதவும் குறிப்புகள்:

* கூட்டல் மறைகுறியீடுகளை மாற்றியமைப்பதற்கு "குறிப்பு எண்" மட்டும் இருந்தால் போதுமானது. அதனைக் கொண்டு மற்ற எண்களுக்கான குறியீடுகளை வரிசையாக எழுதி அட்டவணை நிரப்பிவிடலாம்.
* உங்களால் ஆங்கில எழுத்துக்களுக்கு நிகழ்வெண் அட்டவணையினை (frequency table) உருவாக்க முடிந்தால், அது குறியீடாக மாற்றி எழுதத் தொடங்குவதற்கு உதவியாக இருக்கும்.
* முதலில், அதிகமான எண்ணிக்கையில் மீண்டும் மீண்டும் வரும் எழுத்துகளுக்குரிய மறை குறீயீடு எண்களை நிரப்பிக்கொள்ளலாம்.
* நன்கறிந்த ஓரெழுத்து (a அல்லது i) ஈரெழுத்து மற்றும் மூன்றெழுத்து வார்த்தைகள் (of, to, in, it, at, the, and, for, you ….. இன்னும் பல) போன்றவைகளை நிரப்பிக்கொள்ளலாம்.
* மறைகுறியீடு உரையில் உள்ள அடுத்தடுத்த எண்களைக் கண்டறிந்து அவற்றை சாதாரண உரையில் உள்ள அடுத்தடுத்த எழுத்துகளுக்காக நிரப்பிக்கொள்ளலாம்.

இப்போது, கொடுக்கப்பட்ட சாதாரண உரையை மறைகுறியீடு எண்ணாக மாற்றத் தொடங்கும் முன்பு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மறைகுறியீடு அட்டவணையை உருவாக்கவும். இங்கு குறிப்பு எண் (Key) = 5 என்பதால் முறையே a = 05, b = 06 எனத் தொடங்கி z = 04 வரை மறைகுறியீடு அட்டவணையினை உருவாக்குவோம்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
எண்கள்	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
மறைகுறியீடு எண்கள்	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	00	01	02	03	04

மறைகுறியாக்கத்தை தொடங்குவதற்கு முன் ஆங்கில எழுத்துக்களின் நிகழ்வெண்களை (frequency of alphabets) அறிந்து கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்வெண் அட்டவணையினை உருவாக்குவோம்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
நிகழ்வெண்	8	1	6	3	5	0	3	5	7	0	1	5	3	5	5	0	1	3	5	4	3	0	4	0	2	0

மறைகுறியீடு அட்டவணை மற்றும் நிகழ்வெண் அட்டவணை ஆகியவற்றின் உதவியுடன் மறைகுறியீடு எண்களை நிரப்புவோம். முதலில் 5 **அல்லது அதற்குமேற்பட்ட** எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துகளுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள் ஆகும். அடுத்ததாக 2 **முதல்** 4 **வரையிலான** எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துக்களுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள், மீதமுள்ள எழுத்துகளுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள் எனக் கீழே தரப்பட்டுள்ளவாறு ஒவ்வோர் படிகளாக மறைகுறியீடு எண்களைப் பொருத்துவோம்.

படி 1: 5 அல்லது அதற்குமேற்பட்ட எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துக்களுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள்

சாதாரண உரை	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
மறைகுறியீடு எண்கள்		05		12	09		05		13	07	23		13	23		05			18	13			09		23				19	16	13	07

சாதாரண உரை	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
மறைகுறியீடு எண்கள்	16	05	18			05		09		13	18			12	13	07	12			12	09			12	19	16	09

சாதாரண உரை	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
மறைகுறியீடு எண்கள்		19		16				19			23		05	18			05	07		23		05	07	07	19			13	18		16	

படி 2: 2 முதல் 4 வரையிலான எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துக்களுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள்

சாதாரண உரை	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
மறைகுறியீடு எண்கள்	17	05	24	12	09	17	05	24	13	07	23		13	23		05		25	18	13		25	09		23	03	17		19	16	13	07

சாதாரண உரை	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
மறைகுறியீடு எண்கள்	16	05	18	11	24	05	11	09		13	18		01	12	13	07	12		24	12	09		01	12	19	16	09

சாதாரண உரை	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
மறைகுறியீடு எண்கள்	01	19	22	16	08		01	19	22		23		05	18	08		05	07	24	23		05	07	07	19	22	08	13	18	11	16	03

படி 3: மீதமுள்ள எழுத்துகளுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள்

சாதாரண உரை	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
மறைகுறியீடு எண்கள்	17	05	24	12	09	17	05	24	13	07	23		13	23		05		25	18	13	21	25	09		23	03	17	06	19	16	13	07

சாதாரண உரை	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
மறைகுறியீடு எண்கள்	16	05	18	11	25	05	11	09		13	18		01	12	13	07	12		24	12	09		01	12	19	16	09

சாதாரண உரை	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
மறைகுறியீடு எண்கள்	01	19	22	16	08		01	19	22	15	23		05	18	08		05	07	24	23		05	07	07	19	22	08	13	18	11	16	03

எனவே, சாதாரண உரையின் கூட்டல் மறைகுறியீடு உரை (Additive Cipher text) பின்வருமாறு இருக்கும்.

"17 05 24 12 09 17 05 24 13 07 23 13 23 05 25 18 13 21 25 09 23 03 17 06 19 16 13 07 16 05 18 11 25 05 11 09 13 08 01 12 13 07 12 24 12 09 01 12 19 16 09 01 19 22 16 08 01 19 22 15 23 05 18 08 05 07 24 23 05 07 07 19 22 08 13 18 11 16 03"



செயல்பாடு

புதையல் வேட்டை

கணித மன்ற அறையில் உள்ள புதையல்

ஆசிரியர், வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை நான்கு குழுக்களாகப் பிரித்து ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் ஒரு இரகசியக் குறியீட்டினையும், அதைக் கண்டறிய உதவும் விடைக்குறிப்பையும் வழங்குகிறார். விடைக் குறிப்புகளைக் கொண்டு மறைகுறிவிலக்கம் செய்து பின்வருவனவற்றைக் கண்டறியக் கூறுகிறார்.
(i) புதையலின் அடையாளம் (ii) புதையல் இருக்கும் இடம் (iii) புதையல் இருக்கும் அறை எண் மேலும், தேடலின் போது இக்குறிப்புகளை ஒரு தாளில் பதிவுச் செய்துக் கொண்டு பயன்படுத்திக் கொள்ளவும் அனுமதிக்கிறார்.

குறியீடு 1–பிக்பென் (Pigpen)

தகவல் – இக்குறியீட்டினைக் குறிவிலக்கம் செய்தால் மறைந்துள்ள நான்கு புதையல்களின் பெயர்களை நீங்கள் பெறுவீர்கள்.

I. குறிவிலக்கம் செய்து கட்டத்தை நிரப்பவும்

பிக்பென் (Pigpen) குறியீடு பார்ப்பதற்குப் பொருளற்று எழுதுவது போல் இருப்பினும் மிகவும் எளிதாகப் புரிந்துக்கொள்ளக் கூடியதாகும். **ஒவ்வோர் எழுத்தும் அதைச் சுற்றியுள்ள பிக்பென் (Pigpen) பகுதிகளால் குறிக்கப்பட்டிருக்கும்**

உங்களுக்காக முதல் குறியீடு மாற்றிக் காட்டப்பட்டுள்ளது. மீதமுள்ளவற்றைக் அதே போன்று குறிவிலக்கம் செய்து கண்டறிக.

A	B	C
D	E	F
G	H	I

J	K	L
M	N	O
P	Q	R

(J–R: each letter marked with a dot)

S, T, U, V (X-grid); W, X, Y, Z (X-grid with dots)

[Pigpen symbols] = W A T E R   B O T T L E

[Pigpen symbols] = _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

[Pigpen symbols] = _ _ _ _ _ _ _ _

[Pigpen symbols] = _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

குறியீடு 2 – பாலிபியாஸ் சதுர மறைகுறியீடு (Polybius Square Cipher)

தகவல் – இக்குறியீட்டினை குறிவிலக்கம் செய்தால் புதையலின் அடையாளத்தை நீங்கள் அறிந்துகொள்ளலாம்

II. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக

பாலிபியாஸ் சதுர மறைகுறியீடு என்பது **கொடுக்கப்பட்ட எண்களை எழுத்துகளாக மாற்றியமைக்க உதவும் ஓர் அட்டவணையாகும்.** கொடுக்கப்பட்ட பாலிபியாஸ் சதுர மறைகுறியீடு அட்டவணையிலிருந்து தரப்பட்டுள்ள நிரை, நிரல் மதிப்பிற்குரிய எழுத்துகளாகக் கண்டறியலாம்.

5	A	B	C	D	E
4	F	G	H	I/J	K
3	L	M	N	O	P
2	Q	R	S	T	U
1	V	W	X	Y	Z
	1	2	3	4	5

(4,2) (3,4) (5,5)   (3,3) (1,5) (2,3) (5,5)   (4,3) (1,4)
T H E   ________   O F

(4,2) (2,2) (5,5) (1,5) (3,2) (5,2) (2,2) (5,5)   (4,5) (4,3) (5,5) (3,2)
________________   D O E S

(3,3) (4,3) (4,2)   (3,4) (1,5) (1,1) (5,5)   "(2,5)"   (1,5) (3,3) (4,5)   "(4,5)"
______   ________   ___   A N D   ____

குறியீடு 3 – அட்பாஷ் மறைகுறியீடு (Atbash Cipher)

தகவல் – இக்குறியீட்டினை குறிவிலக்கம் செய்தால் புதையல் இருக்கும் அறைஎண்ணை நீங்கள் அறிந்துகொள்ளலாம்.
(அறை எண்ணான 24 இலிருந்து 30 வரை உள்ள ஏதேனும் ஓர் எண்ணாக இருக்கலாம்)

III. அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட குறியீட்டைப் பயன்படுத்தித் தேவையான குறிப்பைப் பெறுக:

அட்பாஷ் மறை குறியீடு (Atbash Cipher) என்பது அனைத்து ஆங்கில எழுத்துகளையும் முழுவதுமாக வரிசைமாற்றி எழுதுவதாகும். அதாவது **A விலிருந்து Z வரை** உள்ள வரிசையை **Z இலிருந்து A வரை மாற்றி** எழுதுவதே ஆகும்.

சாதாரண உரை	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
மறைகுறியீடு உரை	Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N	M	L	K	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A

GSV ILLN MFNYVI RH Z NFOGRKOV LU ULFI ZMW HVEVM

THE

____ _____ ________ ___ __ __________ ___ ____ _____ ________.

குறியீடு 4 – பிரதிபலிப்பு குறியீடு அட்டவணை (Using a Key Reflection Table)

தகவல் – இக்குறியீட்டினை குறிவிலக்கம் செய்தால் புதையல் இருக்கும் இடத்தை நீங்கள் அறிந்துகொள்ளலாம். (இது உட்காருவதற்குப் பயன்படும்)

கொடுக்கப்பட்ட பிரதிபலிப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி எழுத்துகளுக்குரிய சரியான பிரதிபலிப்பு எழுத்துகளைக் கண்டறிந்து தேவையான குறிப்பைப் பெறுக.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

J V A Q B J - ________

P B Z C H G R E G N O Y R - ________

P U N V E - ________

P H O O B N E Q - ________

மாணவர்கள், அனைத்து குறிப்புகளையும் கண்டுப்பிடித்தவுடன் அக்குறிப்புகளை முறைப்படி வரிசைப்படுத்திப் புதையலைப் பெறுவதற்கான தீர்வைக் கண்டுபிடிக்குமாறு ஆசிரியர் சொல்கிறார்.

குறிப்புகள்

i. _

ii. _

iii. _

iv. _

தீர்வு

(i) புதையல் இருக்கும் அறை எண் ____________________.

(ii) புதையல் இருக்கும் இடம் ____________________

(iii) புதையலின் அடையாளம் ____________________.

(குறிப்பு – பயிற்சி 7.3 இல் உள்ள 5 ஆவது வினாவிற்கு விடையளித்து இருந்தால் நீங்கள் கண்டுபிடித்த புதையலுக்கான தீர்வைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளலாம்)

(பரிசுக்கான பற்றுச்சீட்டில் (Gift Voucher) உங்களுக்கு **20 முழு மதிப்பெண்கள்** வழங்கப்படுகிறது எனக் குறிப்பிடப்பட்டிருக்கும்)



இவற்றை முயல்க

1. பிக்பென்(Pigpen) குறியீட்டினைப் பயன்படுத்தி உங்களது பெயரையும் பின்வரும் பாடத்தலைப்புகளின் பெயரையும் மறைகுறியாக்கம் செய்க.
   (i) LIFE MATHEMATICS (ii) ALGEBRA
   (iii) GEOMETRY (iv) INFORMATION PROCESSING
2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரகசிய குறியீடுகளை இடம்பெயர்தல் மற்றும் பிரதிபலிப்பு முறைகளைப் பயன்படுத்திக் குறிவிலக்கம் செய்க. இவற்றில் எந்த முறை உங்களுக்கு எளிதாக உள்ளது ?.
   (i) இடம் பெயர்தல் முறை: MNSGHMF HR HLONRRHAKD
   (ii) பிரதியிடுதல் முறை: [Pigpen symbols]
3. உனது நண்பனுக்கு ஒரு குறுஞ்செய்தி அனுப்பி மறைகுறிவிலக்கம் செய்து அச்செய்தியை அறிந்துக் கொள்ளச் சொல்லவும். (இடம் பெயர்தல் மற்றும் பிரதியிடுதல் ஆகிய இரண்டு முறைகளில் ஏதேனும் ஒரு முறையினைப் பயன்படுத்திச் செய்தி அனுப்பவும்)

பயிற்சி 7.3

1. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக (குறியீடு 3இல் கொடுத்துள்ள அட்பாஸ் மறைகுறியீடு (Atbash Cipher) பயன்படுத்துக)
   (i) G Z N R O = ____________
   (ii) V M T O R H S = ____________
   (iii) N Z G S V N Z G R X H = ____________
   (iv) H X R V M X V = ____________
   (v) H L X R Z O H X R V M X V = ____________
2. கீழ்வருவனவற்றைச் சரியான குறியீடுகளுடன் பொருத்தவும் (a = 00................ z = 25)
   (i) mathematics - (அ) 18 20 01 19 17 00 02 19 08 14 13
   (ii) addition - (ஆ) 03 08 21 08 18 08 14 13
   (iii) subtraction - (இ) 12 00 19 07 04 12 0019 08 02 18
   (iv) multiplication - (ஈ) 00 03 03 08 19 08 14 13
   (v) division - (உ) 12 20 11 19 08 15 11 15 02 00 19 08 14 13

   9WMPS
3. குறிப்புஎண் = 4 (Key=4) எனக் கொண்ட அடிடிவ் மறைகுறியீடு அட்டவணையினை (Additive cipher table) உருவாக்கவும்.
4. **"Good Morning"** என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துகள் வரிசைமாற்றி இடம்பெயர்த்து **"Doog Gninrom"** என குறியாக்கம் செய்யப்பட்டுள்ளது எனில், கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வாக்கியத்தையும் இவ்வாறே குறிவிலக்கம் செய்க.
   "ot dnatsrednu taht scitamehtam nac eb decneirepxe erehwyreve ni erutan dna laer efil."
5. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பிக்பென் மறைகுறியீடு உரையினை (Pigpen Cipher Text) குறிவிலக்கம் செய்து செயல்பாடு 3 இக்கான தீர்வுடன் ஒப்பிடவும்.
   I. புதையல் இருக்கும் அறை எண்
   [Pigpen symbols]
   II. புதையல் இருக்கும் இடம் :
   [Pigpen symbols]
   III. புதையலின் அடையாளம் :
   [Pigpen symbols]

1 A	2 B	3 C
4 D	5 E	6 F
7 G	8 H	9 I

10 J	11 K	12 L
13 M	14 N	15 O
16 P	17 Q	18 R

19 S, 20 T, 21 U, 22 V (X grid)

23 W, 24 X, 25 Y, 26 Z (X grid with dots)

6. பிரவீன் சமீபத்தில் வாங்கிய புதிய இரு சக்கர வாகனத்தின் பதிவு எண்ணைப் பெற்றார். இங்கு அதன் கண்ணாடி பிரதிபலிப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. சரியானப் பதிவு எண்ணிற்குரிய கண்ணாடி பிரதிபலிப்பினைக் காண்க.

T N 1 2 H 2 5 8 9

(i) 6 8 ƽ Ƨ H Ƨ Ɩ N ⊥ (ii) ⊥ И Ɩ Ƨ H Ƨ ꙅ 8 ɘ

(iii) ɘ 8 ꙅ Ƨ H Ƨ Ɩ И T (iv) 9 8 5 2 H 2 1 N T

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

7. கொடுக்கப்பட்டுள்ள **(i)** மற்றும் **(ii)** கேள்விகளில் ஒவ்வொரு தொகுப்பிலும் நான்கு எழுத்துகள் உள்ளன. அவற்றில் மூன்று தொகுப்புகள் ஒரே மாதிரியாகவும், ஒன்று மட்டும் வேறுபட்டும் உள்ளது எனில், வேறுப்பட்ட ஒன்று எது எனக் காண்க.

(i) (அ) C R D T (ஆ) A P B Q (இ) E U F V (ஈ) G W H X

(ii) (அ) H K N Q (ஆ) I L O R (இ) J M P S (ஈ) A D G J

8. எழுத்துகளின் தொகுப்பு ஒன்று கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு எழுத்துக்கும் தனித்தனியே எண் குறியீடு வழங்கப்பட்டுள்ளது. இத்தொகுப்பு எழுத்துகளை இடம்பெயர்த்து மாற்றியமைத்தால் பொருளுள்ள வார்த்தைக் கிடைக்கும். அதன்படி, புதிதாகக் கண்டுபிடித்த வார்த்தைக்கான எண்குறியீடுனைக் காண்க.

L I N C P E
1 2 3 4 5 6

(அ) 2 3 4 1 5 6 (ஆ) 5 6 3 4 2 1 (இ) 6 1 3 5 2 4 (ஈ) 4 2 1 3 5 6

9 கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள **(iii)** மற்றும் **(iv)** கேள்விகள் ஒரு குறிப்பிட்ட குறியீடு மொழியைச் சார்ந்துள்ளது. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு தேர்வுகளிலிருந்து சரியான ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதவும்.

(iii) ஒரு குறிப்பிட்ட குறியீடு மொழியில் , 'M E D I C I N E' என்ற வார்த்தை 'E O J D J E F M' என மாற்றிக் குறியீடு செய்யப்பட்டுள்ளது எனில் 'C O M P U T E R' என்ற வார்த்தைக்கான குறியீடு எது எனக் காண்க.

(iii) (அ) C N P R V U F Q (ஆ) C M N Q T U D R

(இ) R F U V Q N P C (ஈ) R N V F T U D Q

(iv) ஒரு குறிப்பிட்ட குறியீடு மொழியில் , 'P H O N E ' என்ற வார்த்தை 'S K R Q H' என மாற்றிக் குறியீடுச் செய்யப்பட்டுள்ளது எனில் 'R A D I O' என்ற வார்த்தையை எவ்வாறு குறியீடு செய்யலாம்?

(iii) (அ) S C G N H (ஆ) V R G N G (இ) U D G L R (ஈ) S D H K Q

7.8 ஒப்பிட்டு பொருள்களை வாங்குதல்

மாணவர்களே, உங்கள் அனைவருக்கும் அங்காடிக்குச் சென்று பொருள்கள் வாங்கிய (shopping) அனுபவம் இருக்கும் என்று நம்புகிறேன். உங்களுடைய அனுபவங்களை நாம் இப்போது பகிர்ந்துக் கொள்ளலாமா? உங்கள் அனுபவங்களைச் சார்ந்து சில கேள்விகளை எழுப்ப விரும்புகிறேன். உங்களுக்குத் தேவையான பொருள்களை வாங்கச் செல்லும்போது (i) கவர்ச்சிகரமான வண்ணம் அல்லது (ii) சிறந்த விலை அல்லது (iii) அளவில் பெரியதாக அல்லது (iv) பார்க்கும் பொருள்களை வாங்குவீர்களா ? எம்மாதிரியாக நீங்கள் பொருள்களை வாங்கினாலும், இவை அனைத்திலும் இன்னும் ஒரு முக்கியமான விவரத்தைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். அது என்ன? ஆம், காலாவதி தேதி, உறைக்குள் அடைத்து வைக்கப்படும் பொருள்களின் மீது அச்சிடப்பட்டிருக்கும்

காலாவதி தேதியை நீங்கள் எப்பொழுதாவது கவனித்திருக்கிறீர்களா? அதைப் கவனிப்பது மிகவும் முக்கியமாகும். மேலும் சிறந்த முறையில் பொருள்களை வாங்குவது என்பது அதன் விலை, தரம், அளவு, சலுகை விலை தள்ளுபடி மற்றும் வாங்கும் பொருள்களுக்கேற்ப மற்ற விவரங்கள் என அனைத்தையும் கவனத்தில் கொள்வதாகும்.

சந்தையிலோ அல்லது பல்பொருள் அங்காடியிலோ உங்கள் பணத்தைச் செலவழித்து பொருள்களையும் வாங்குவதற்கு முன், சிறந்த விலைகள், சிறந்த தரம் மற்றும் பிற நம்பகமான விவரங்களைக் கவனியுங்கள். அதுவே, புத்திசாலித்தனமாக பொருள்களை வாங்கும் முறையாகும்.

பின்வரும் சூழ்நிலைகளிலிருந்து ஒரு பொருளை வாங்குவதற்கு முன் புத்திசாலித்தனமான நுகர்வோர் எப்படியிருக்க வேண்டுமென்பதை கற்றுக்கொள்வோம்.

சூழ்நிலை:

ஆசிரியர், உங்களையும் உங்களுடைய நண்பரையும், ஒரு வாரத்திற்கு உங்கள் பள்ளி உணவகத்தின் பழப் பிரிவிற்கு பொறுப்பாளராக நியமிக்கிறார் என கருதிக்கொள்ளுங்கள். மேலும் அவர் தேவைப்படும்போது தானும் உங்களுக்கு உதவுவதாகக் கூறி, பின்வரும் வழிமுறைகளை எடுத்துரைக்கிறார்.

கடையில் வாங்க வேண்டிய பொருட்களின் தேவைப்பட்டியல்

1. 20 கிலோ ஆப்பிள்
2. 20 கிலோ கொய்யா
3. 30 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரி
4. 20 டசன் வாழைப்பழம்

- உங்கள் தேவைப்பட்டியலின்படி 2 நாள்களுக்குத் தேவையான பழங்களை நீங்கள் வாங்க வேண்டும்.
- பொருள்களை வாங்குவதற்கு முன்பு பழங்களின் விலையை அறிந்து கொள்ள உங்களில் ஒருவர் சந்தை அங்காடிக்கும், மற்றொருவர் பல்பொருள் அங்காடிக்கும் செல்ல வேண்டும்,
- எந்த அங்காடியில் பழங்களை வாங்குவது சிறந்ததாக இருக்கும் என்பதை நீங்களே மதிப்பிட வேண்டும்.



அதன் பிறகு,

- ஒவ்வொரு பழ வகையிலும் எவ்வளவு தேவை என்பதை அறிய உங்கள் தேவைப் பட்டியலைச் சரிபார்க்க வேண்டும்..
- இரண்டு அங்காடிகளின் விலைப் பட்டியல்களிலிருந்து பழவகைகளின் எடை மற்றும் விலையை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க வேண்டும்.
- அனைத்து வகைப் பழவகைகளையும் ஒரே இடத்தில் வாங்கச் சிறந்த அங்காடியினைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.
- இரண்டு அங்காடிகளின் விலைப் பட்டியலைப் பற்றி விவாதித்து ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள், இதனால் பட்டியலிலுள்ள தேவையான பழங்களை எங்கு வாங்குவதென்று உங்களால் தீர்மானிக்க முடியும்.

எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு கடைகளிலிருந்து மாதிரி விலைப் பட்டியல் சேகரிக்கப்பட்டு, கீழே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

வ. எண்	பழங்களின் பெயர்	பல்பொருள் அங்காடி		சந்தை அங்காடி	
		அளவு	விலை (₹)	அளவு	விலை (₹)
1	ஆப்பிள்	1 கிலோ	120	1 கிலோ	110
2	கொய்யா	1 கிலோ	50	1 கிலோ	40
3	ஸ்ட்ராபெர்ரி	1 பெட்டி	80	1 பெட்டி	85
4	வாழைப்பழம்	1 டசன்	60	1 கிலோ	50

இப்போது, பல்பொருள் அங்காடி மற்றும் சந்தை அங்காடி இரண்டிலிருந்தும் தேவையான பழங்களின் மொத்த விலையைக் கணக்கிடுவோம்.

பல்பொருள் அங்காடியின் விலைப் பட்டியல்:

பழங்களின் பெயர்	தேவையான பழங்களின் விலை	மொத்தத் தொகை (₹)
ஆப்பிள்	1 கி.கி ஆப்பிளின் விலை = ₹120 20 கி.கி ஆப்பிள்களின் விலை = 20 × 120 = ₹2400	2400
கொய்யா	1 கி.கி கொய்யாவின் விலை = ₹50 20 கி.கி கொய்யாக்களின் விலை = 20 × 50 = ₹1000	1000
ஸ்ட்ராபெர்ரி	1 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரியின் விலை = ₹80 30 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரிகளின் விலை = 30 × 80= ₹2400	2400
வாழைப்பழம்	1 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = ₹60 20 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = 20 × 60 = ₹1200	1200

சந்தை அங்காடியின் விலைப் பட்டியல்:

பழங்களின் பெயர்	தேவையான பழங்களின் விலை	மொத்தத் தொகை (₹)
ஆப்பிள்	1 கி.கி ஆப்பிளின் விலை = ₹110 20 கி.கி ஆப்பிள்களின் விலை = 20 × 110 = ₹2200	2200
கொய்யா	1 கி.கி கொய்யாவின் விலை = ₹40 20 கி.கி கொய்யாக்களின் விலை = 20 × 40 = ₹800	800
ஸ்ட்ராபெர்ரி	1 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரியின் விலை = ₹85 30 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரிகளின் விலை = 30 × 85= ₹2550	2550
வாழைப்பழம்	1 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = ₹50 20 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = 20 × 50 = ₹1000	1000

இப்போது, நாம் பல்பொருள் அங்காடியின் விலைப் பட்டியலை சந்தை அங்காடியின் விலைப் பட்டியலுடன் ஒப்பிடுவோம்.

பழங்கள்	நம் தேவைகளுக்கேற்ப பொருள்களின் விலை (₹)	
	பல்பொருள் அங்காடி	சந்தை அங்காடி
20 கி.கி ஆப்பிள்	2400	2200
20 கி.கி கொய்யா	1000	800
30 பெட்டிகள் ஸ்ட்ராபெர்ரி	2400	2550
20 டசன் வாழைப்பழம்	1200	1000
மொத்தத் தொகை	**7000**	**6550**

மேலே உள்ள விலை ஒப்பீட்டிலிருந்து, நாம் சந்தை அங்காடியில் பழங்களை வாங்குவதென்பது அளவு மற்றும் விலையின் அடிப்படையில் சிறந்ததாக இருப்பதைக் காண்கிறோம். எனவே, இந்த விலைப் பட்டியல்களின்படி சந்தை அங்காடியில் பொருள்களை வாங்குவது அறிவார்ந்த முடிவாகும்.



செயல்பாடு

பின்வரும் நிபந்தனைகளின் படி கீழே விலைப் பட்டியலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பொருள்களின் அளவுகளை மாற்றாமல் பொருள்களை வாங்க உங்களிடம் உள்ள மொத்தத் தொகை ₹220 உடன் ஒரு கடைக்குச் செல்கிறீர்கள் எனக் கொள்க.



நிபந்தனைகள்:

(i) முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கான பொருள்களின் விலைப் பட்டியலை கணக்கீடு செய்துகொள்ள வேண்டும்.

(ii) உங்கள் கையிலிருக்கும் தொகை ₹220 இக்கு மிகாமல் கொடுக்கப்பட்ட விலைப் பட்டியலின்படி நீங்கள் மூன்று பொருள்கள் வாங்க வேண்டும்.

(iii) நீங்கள் பொருள்களை வாங்கிக் கொண்டு வீட்டிற்கு நடந்து செல்ல வேண்டும் என்பதால் 5 கி.கி. க்கு மிகாமல் பொருள்களை வாங்க வேண்டும்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

1. நீங்கள் பொருள்களை வாங்குவதற்கேற்ப கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விலைப் பட்டியல்களை நிரப்புக. உங்களுக்காக ஒரு விலைப் பட்டியல் நிரப்பப்பட்டுள்ளது.
2. எது சிறந்த விலைப் பட்டியல்? ஏன்?

விலைப் பட்டியல்

வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி–மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
1	அரிசி	37.50	2.50	
2	து. பருப்பு	62.00	1.00	
3	சர்க்கரை	32.50	1.50	
4	கோதுமை	26.50	1.00	
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

விலைப் பட்டியல்

வ. எண்	விளக்கம்	விலை / 1 கி (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
1	அரிசி	37.50	2.50	93.75
2	து. பருப்பு	62.00	1.00	62.00
3	கோதுமை	26.50	1.00	26.50
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				182.25

விலைப் பட்டியல்

வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி–மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

விலைப் பட்டியல்

வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி–மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

விலைப் பட்டியல்

வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி–மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

7.8.1 மாறுபட்ட அளவுகளுடைய கொள்கலன்களை ஒப்பிடுதல்

- பல நேரங்களில் பொருள்களானது வெவ்வேறு அளவுவைக் கொண்ட கொள்கலன்களில் கிடைக்கிறது.
- சில நேரங்களில், சிறிய அளவு கொள்கலன்களில் பொருள்களை அதிகமாக வாங்குவதை விட அதே பொருள்களைப் பெரிய அளவு கொள்கலன்களைத் தேர்ந்தெடுத்து வாங்கும் போது பணத்தைச் சேமிக்க முடியும். எடுத்துக்காட்டாக, 200 மில்லி லிட்டர் பால் உறை 5 வாங்குவது என்பது, 1 லிட்டர் பால் உறை ஒன்று வாங்குவதைவிட அதிகமாக செலவாகும்.

- சில நேரங்களில், ஒரு கடையில் ஒரே பொருளுக்கு இரண்டு விலைகள் இருக்கும். தனியாக ஒரு பொருளை வாங்கும்போது ஒரு குறிப்பிட்ட விலையிலும், அதேப் பொருளை அதிக எண்ணிக்கையில் வாங்கும்போது குறிப்பிட்ட விலையிலிருந்து குறைத்தும் வாங்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, நிலக்கடலை எண்ணெய் 1 லிட்டர் புட்டி ரூ 135 எனவும், 2லிட்டர் புட்டி ரூ.240 எனவும் விற்பனை செய்யும் போது நீங்கள் இரண்டு 1 லிட்டர் புட்டிகளை வாங்கினால், அது 2 லிட்டர் புட்டி ஒன்றின் விலையை விட அதிக விலையுள்ளதாக இருக்கும். இதுபோன்ற நேரங்களில் அதிக அளவுள்ள பொருள்களை வாங்கும் போது பணத்தைச் சேமிக்க முடியும்.
- சில நேரங்களில் அதிக அளவில் பொருளை வாங்கும்போது அப்பொருளைப் பயன்படுத்த முடியாமல் போகும் நிலைக்கு மாறுவதற்கு முன்போ அல்லது காலாவதியானதாக மாறும் முன்போ நாம் பயன்படுத்த முடியாமல் போகலாம். எனவே, எந்த அளவு கொள்கலன்களை வாங்குவது சிறந்தது என்பதை அறிய, ஒரு பொருளின் விலையினை (unit price) நாம் அறிந்து கொள்ள வேண்டும்.



செயல்பாடு

நீங்கள் வைத்திருக்கும் தொகையில் ஒரு லிட்டர் ₹250 ரூபாய்க்கு மிகாமல் ஒரே இரகத்தைச் சேர்ந்த 12 லிட்டர் சமையல் எண்ணெய்யை வாங்க விரும்புகிறீர்கள் என கற்பனை செய்துக் கொள்ளுங்கள். ஒரு பல்பொருள் அங்காடியில், வெவ்வேறு உற்பத்தியாளர்களின் எண்ணெய் இரகங்களில் நிறைய சலுகைகள் உள்ளன. அவற்றில் சில சலுகைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூர்த்திசெய்து, உங்களுக்கு எது சிறந்த சலுகை என்பதையும் அதனால் நீங்கள் சேமித்த தொகை எவ்வளவு என்பதைக் காண்க?

எது சிறந்த சலுகை?

தயாரிப்பு (சமையல் எண்ணெய்)	அளவு (லிட்டரில்)	வழக்கமான விலை (₹)	சலுகை	சிறப்பு விலை (₹)	சேமிப்புத் தொகை (₹)	1 லிட்டர் விலை (₹)	12 லிட்டர் விலை (₹)
	1	293	₹ 50 தள்ளுபடி	243		243	
	2	850	1 லி +1 லி சேர்ந்து	499	351 (850-499)	249.50	
	5+1 = 6	2000	5 லி வாங்கினால் 1 லி இலவசம்	1500			3000
	2+2 = 4	1486	1 வாங்கினால் 1 இலவசம்	743		185.75	
	1+1= 2	850	சிறப்பு சலுகை 2 ஒரு லி ₹ 390	390		195	
	12 (1) = 12	5100	1 லி 12	1650	3450		

உங்களுக்குக்கான சிறந்த சலுகை விலை ____________________

நீங்கள் சேமித்த தொகை __________________



இவற்றை முயல்க

ஆசிரியர் வகுப்பை நான்கு குழுக்களாகப் பிரித்து வகுப்பறையில் சந்தை அரங்கம் அமைத்து இரு குழுக்கள் வணிகர்களாகவும் இரு குழுக்கள் நுகர்வோர்களாகவும் நடிக்கச் சொல்கிறார். நுகர்வோர்களாக நடிக்கும் குழுமாணவர்கள் வெவ்வேறு அங்காடிகளில் பொருள்களை வாங்கி விலைப் பட்டியலைத் தயார்ச் செய்ய வேண்டும்.

ஸ்டார் உணவு அங்காடி (Star Food Mart) மற்றும் சூப்பர் மளிகைக் கடை (Super Provisions) என்ற இரண்டு பல்பொருள் அங்காடிகளில் இரு குழுக்களும் பொருள்களை வாங்குகின்றனர். ஸ்டார் உணவு அங்காடி ஒன்றில் (Star Food Mart) "**தள்ளுபடி விலையிலும்**" சூப்பர் மளிகைக் கடையிலும் (Super Provisions) "**ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம்**" என்ற சலுகை விலைகளில் பொருள்கள் விற்பனை செய்யப்படுகின்றன.

Star Food Mart
ஸ்டார் உணவு அங்காடி









₹114 மதிப்புள்ள ஒரு பாக்கெட் சாக்லேட் பிஸ்கட் இப்போது ₹30 தள்ளுபடி விலையில்

₹90 மதிப்புள்ள பிரீமியம் மிட்டாய்கள் இப்போது ₹20 தள்ளுபடி விலையில்

₹60 மதிப்புள்ள புரத பால் இப்போது ₹20 தள்ளுபடி விலையில்

₹450 மதிப்புள்ள ஒரு பாக்கெட் சாக்லேட் பிஸ்கட் இப்போது ₹150 தள்ளுபடி விலையில்

Super Provisions
சூப்பர் மளிகைக் கடை









₹180 மதிப்புள்ள ஒரு உறை சாக்லேட் பிஸ்கட் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்

₹150 மதிப்புள்ள பிரீமியம் மிட்டாய்கள் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்

₹80 மதிப்புள்ள புரத பால் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்

₹580 மதிப்புள்ள ஒரு பாதாம் பருப்புகள் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்

பின்வரும் கேள்விகளுக்குப் பதிலளிக்கவும்

I. நீங்கள் வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் பட்டியல்:

4 பாட்டில்கள் புரோட்டீன் பால் (200 மில்லி அளவு),
2 பாக்கெட் வேர்க்கடலை மிட்டாய்கள் (200 கிராம்),
1 பாக்கெட் சாக்லெட் பிஸ்கட் மற்றும்
1 பாக்கெட் பாதாம் பருப்புகள் (500 கிராம்) – எனில்

(i) நீங்கள் அனைத்துப் பொருள்களையும் ஒரே அங்காடியில் வாங்கினால், குறைந்த விலையில் எந்த அங்காடியில் வாங்க முடியும்?

(ii) நீங்கள் வெவ்வேறு கடைகளிலிருந்து பொருள்களை வாங்க முடிந்தால், குறைந்த பட்ச பணத்தைச் செலவழிக்க அதை எவ்வாறு செய்வீர்கள்?

II. நீங்கள் வைத்திருக்கும் தொகை ₹1000 எனில் நீங்கள் வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் பட்டியல்:

6 பாட்டில்கள் புரோட்டீன் பால் (200 மில்லி அளவு),
3 பாக்கெட் வேர்க்கடலை மிட்டாய்கள் (200 கிராம்),
3 பாக்கெட் சாக்லேட் பிஸ்கட் மற்றும்
1 பாக்கெட் பாதாம் பருப்புகள் (250 கிராம்)

(i) உங்களின் கையிருப்புத்தொகை ₹1000 ஐ மிகாமல் நீங்கள் எந்த அங்காடியில் பொருள்களை வாங்க முடியும்?

(ii) நீங்கள் ஒவ்வொரு பொருளையும் குறைந்த விலையில் எந்த அங்காடியில் வாங்க முடியும்?

(iii) சூப்பர் மளிகைக் கடை (Super Provisions) பல்பொருள் அங்காடியில் "ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம்" என்ற சலுகை விலை விற்பனை "50% தள்ளுபடி" என்ற விற்பனைக்குச் சமமானதா?

7.9 பொதித்தல்



நாம் ஒரு பெட்டியிலோ அல்லது கைப்பெட்டியிலோ அல்லது அலமாரியிலோ பொருள்களை பொதித்து (packed) வைக்க முற்படும்போது, முதலில் நாம் எவ்வாறு அடைக்கப் போகிறோம் என்பதை தீர்மானிக்க வேண்டும், அந்த நிலையான இடத்தில் எத்தனைப் பொருள்களை அடைக்க முடியும்? இதற்கு ஒரு சிறந்த எடுத்துக்காட்டு என்னவென்றால், நீங்கள் பள்ளிக்குச் செல்லுவதற்கு முன்பு, உங்களது புத்தகப் பையில் தேவையான அனைத்துப் பொருள்களையும் (புத்தகங்கள், குறிப்பேடுகள், வடிவியல் பெட்டி, விளையாட்டு உபகரணங்கள், உணவு மற்றும் தண்ணீர் பாட்டில் போன்றவை) அடைக்க முயற்சி செய்வீர்கள் அல்லவா?. எனவே, அவைகளை உங்கள் புத்தகப்பையில் அடைக்க முயற்சிக்கும்போது. உங்கள் புத்தகங்கள் சேதமடையக்கூடாது என்பதில் மிகத் தெளிவாக இருப்பீர்கள் அல்லவா? சிந்தியுங்கள்! ஒரு நண்பருக்கோ அல்லது குடும்ப உறுப்பினருக்கோ அல்லது மற்றவர்களுக்கோ பொருள்களை ஒரு பெட்டியில் பொதித்து (packed) அனுப்புவதற்கும் இதே விதிகள் பொருந்தும்.

இவை தவிர, தாள்கள், கண்ணாடி, காகிதம், மரம், துணி போன்ற பொருள்களை, சந்தையில் கிடைக்கும் அளவுகளை வீணாக்காமல் வெட்டுதல் மற்றும் அறை ஒதுக்கீடு, குறிப்பிட்ட இடத்தில் இருக்கை ஏற்பாடு, வாகனங்களை சரியான பாதையில் சீராக நிறுத்துதல் மற்றும் வன் வட்டு (hard disk), குறுவட்டு (CD) மற்றும் பென் டிரைவ் (pen drive) போன்ற சேமிப்பு சாதனங்களில் தரவை (data) சேமித்தல் போன்ற பல நிகழ்வுகளில் பொதித்தல் முறை பயன்படுகிறது.



பின்வரும் சூழ்நிலைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து சில பொதித்தல் முறைகளைப் பயன்படுத்தி கைப்பைகள் அல்லது கொள்கலன்கள் அல்லது அறைகள் போன்றவற்றில் பொருள்களை எவ்வாறு அடைப்பது என்பதைப் புரிந்துக்கொள்ள முயற்சிப்போம்.

7.9.1 பொதித்தல் அணுகு முறைகள் – பகுதிப்படுத்துதல் முறை

இம்முறையில், நாம் பொருள்களை பை அல்லது கொள்கலன்களில் நிரப்புவது என்பது, ஒவ்வொரு பொருளின் எடை, மதிப்பு மற்றும் எண்ணிக்கையை நிர்ணயிக்கக்கூடியதாக இருக்கிறது. அந்த கொள்கலனின மொத்த எடையானது ஒரு குறிப்பிட்ட வரம்பை விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கவேண்டும். அடைக்கும் பொருள்களின் மொத்த மதிப்பானது சாத்தியமான மிகப் பெரியத் தொகையாக இருக்கவேண்டும். பகுதிப்படுத்துதல் முறையானது கையில்வைத்திருக்கும் தொகையில் அதிகமானப் பொருள்களை வாங்குவதற்கான நுட்பத்தைப் பயன்படுத்த உதவுகிறது. பின்வரும் சூழ்நிலையிலிருந்து இந்த முறையைப் பற்றி மேலும் அறிந்து கொள்வோம்.

சூழ்நிலை:

படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடையில் சில காய்கறிகளையும், பழங்களையும் உங்களால் முடிந்த அளவு அதிகமானப் பொருள்களை கையில் வைத்திருக்கும் தொகை ₹550 இக்குள் வாங்க விரும்புகிறீர்கள் என்று வைத்துக் கொள்வோம், மேலும் 15 கிலோ எடையைச் சுமக்கும் திறன் கொண்ட கைப்பை உங்களிடம் உள்ளது. மொத்த பொருள்களின் எடை 15 கி.கி வை விட அதிகமாக இருப்பதால் நீங்கள் அனைத்துப் பொருள்களையும் உங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் ₹550 இக்குள் வாங்க முடியாது. எனவே, எவ்வாறு நீங்கள் வைத்திருக்கும் தொகை ₹550 இக்குள் அதிகமான பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம் என்பதைக் கண்டறிய, சில அணுகுமுறைகளை முயல்வோம்,. அதற்காகப் நீங்கள் வாங்க விரும்பும் பொருள்களை அவற்றின் எடைகள் மற்றும் விலையுடன் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதுப்போல் அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

படம் 7.20

பொருள்கள்							
எடை (கி.கி)	1	3	5	4	1	3	2
விலை (₹)	60	105	150	70	80	90	40

அணுகுமுறை I–அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களை வாங்குதல்:

இந்த அணுகுமுறையில், அதிகபட்ச விலைக்கேற்ப பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். இங்கே அட்டவணையில் அதிகபட்ச விலை ₹150 ஆகும். இப்போது, நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் தொகையில் காய்கறிகளையும் பழங்களையும் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கவும் மொத்த விலையைக் கண்டுபிடிக்கவும் அட்டவணைப்படுத்துவோம். (மேற்கூறிய அட்டவணையில் விலையைக் கருத்தில் கொள்க).

பொருள்கள்	எடை (கி.கி)	மீதி வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் எடை (கி.கி)	விலை (₹)
	5	15−5=10	150.00
	3	10−3=7	105.00

	3	7−3=4	90.00
	1	4−1=3	80.00
	3	3−3=0	$70 \times \frac{3}{4} = 52.50$
மொத்த தொகை	15 கி.கி		472.50

அதிபட்சமாக பொருளின் எடை 15 கி.கி ஆக இருக்க மீதம் 3 கி.கி பப்பாளி வாங்கினால் போதும். எனவே, 3 கிலோ பப்பாளியின் விலை ₹52.50 எனக் கணக்கிட்டு, 15 கிலோ காய்கறிகள் மற்றும் பழங்களை வாங்க இந்த அணுகுமுறையில் ₹472.50 ரூபாய் செலவிடுவோம்.

அணுகுமுறை II–குறைந்தபட்ச எடையின் அடிப்படையில் பொருள்களை வாங்குதல்:

இந்த அணுகுமுறையில், குறைந்தபட்ச எடைக்கேற்ப பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். இங்கே, நாம் அதிகமான பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்க முடியும். இப்போது, நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் தொகையில் காய்கறிகளையும் பழங்களையும் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கவும் மற்றும் மொத்த விலையைக் கண்டுபிடிப்பதற்கும் அட்டவணைப்படுத்துவோம். (மேற்கூறிய அட்டவணையில் எடையைக் கருத்தில் கொள்க).

பொருள்கள்	எடை (கி.கி)	மீதி வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் எடை (கி.கி)	விலை (₹)
	1	15−1=14	60
	1	14−1=13	80
	2	13−2=11	40
	3	11−3=8	105
	3	8−3=5	90
	4	5−4=1	70
	1	1−1=0	$150 \times \frac{1}{5} = 30$
மொத்தத் தொகை	15 கி.கி		475

அதிகபட்சமாக பொருளின் எடை 15 கி.கி ஆக இருக்க, மீதம் 1 கி.கி சப்போட்டா வாங்கினால் போதும். எனவே, 1 கிலோ சப்போட்டாவின் விலை ₹30 எனக் கணக்கிட்டு, 15 கிலோ காய்கறிகள் மற்றும் பழங்களை வாங்க இந்த அணுகுமுறையில் ₹475 செலவிடுவோம்.

அணுகுமுறை III –1 கி.கி பொருளுக்கான அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களை வாங்குதல்:

இந்த அணுகுமுறையில், 1 கி.கி பொருளுக்கான அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். (பொருள்களின் 1 கிலோவிற்கான விலையை நாம் கணக்கிட வேண்டும்) இப்போது, நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் தொகையில் காய்கறிகளையும் பழங்களையும் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கவும் மற்றும் மொத்த விலையைக் கண்டுபிடிப்பதற்கும் அட்டவணைப்படுத்துவோம். (மேற்கூறிய அட்டவணையில் எடை மற்றும் விலையைக் கருத்தில் கொள்க).

பொருள்கள்	எடை (கி.கி)	விலை 1 கிலோ	மீதி வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் எடை (கி.கி)	விலை (₹)
	1	80	15–1=14	80
	1	60	14–1=13	60
	3	35	13–3=10	105
	5	30	10–5=5	150
	3	30	5–3=2	90
	2	20	2–2=0	40
மொத்த தொகை	**15 கி.கி**			**520**

இந்த அணுகுமுறையில், பப்பாளி தவிர அனைத்து காய்கறிகளையும் பழங்களையும் நம் கையிலிருக்கும் தொகைக்குள் அதிகபட்ச விலையுடன் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கலாம். இம்மூன்று அணுகுமுறைகளையும் ஒப்பிட்டு பார்த்தால், இரண்டாம் அணுகுமுறையில் நாம் அதிகமானப் பொருள்களை வாங்க முடியும், ஆனால் குறைந்தபட்சத் தொகையை மட்டுமே செலவிட முடியும். மூன்றாவது அணுகுமுறையில் அதிகபட்சமானத் தொகையைப் பயன்படுத்தி 15 கி.கி பொருள்களை வாங்கியதனால் சிறந்தது என்று இம்முறையைநாம் கூறலாம். இல்லையா?

பயிற்சி 7.3

1. பின்வருவனவற்றுள் பொருள்களை வாங்குவதற்கான சிறந்த வழியைக் காண்க.
   (i) ₹175 இக்கு 5 இனிப்புக் கட்டிகள் அல்லது ₹114 இக்கு 3 இனிப்புக் கட்டிகள்.
   (ii) பாஸ்கர் 1½ டசன் முட்டைகளை ₹81 இக்கு வாங்குவது அல்லது அருணா 15 முட்டைகளை ₹ 64.50 இக்கு வாங்குவது.

2. பின்வரும் பொருள்களை வாங்குவதற்கு, புதிய அடுமனை மற்றும் இனிப்புத் தயாரிப்புகளின் சிறப்புச் சலுகை விலையில் வாங்கினால் மொத்தமாக நீங்கள் செலவழிக்கும் தொகை எவ்வளவு? ½ கிலோ லட்டு, 1 கிலோ கட்டிகை (cake), 6 ரொட்டித் துண்டுகள்.

புதிய அடுமனை மற்றும் இனிப்புத் தயாரிப்புகள் 20% தள்ளுபடி

1 கிலோ லட்டு ₹245


1 கிலோ கட்டிகை (cake) ₹550


ரொட்டித் துண்டுகள் ₹20

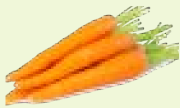

3. கொடுக்கப்பட்டப் படத்திலிருந்து விலைப் பட்டியலைத் தயார் செய்க.
1½ கிலோ ஆப்பிள், 2 கிலோ மாதுளை, 2 கிலோ வாழைப்பழம், 3 கிலோ மாம்பழம், வாங்கத் திட்டமிட்டு அவை அங்காடி 1 இல் ½ கிலோ பப்பாளி, 3 கிலோ வெங்காயம், 1½ கிலோ தக்காளி, 1 கிலோ கேரட், ஆகியவற்றை அங்காடி 2 உடன் ஒப்பிடும்போது எவ்வளவு சேமிப்பீர்கள்.

அங்காடி 1

புதிதாகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பழங்கள் மற்றும் காய்கறிகள்

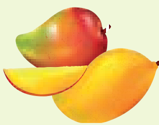
அனைத்துப் பொருள்களுக்கும் 15% சலுகை

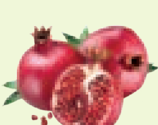
ஆப்பிள் 1 கிலோ ₹168


கேரட் 1 கிலோ ₹19


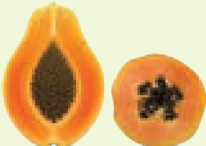
தக்காளி 1 கிலோ ₹46

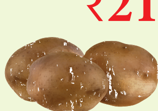

வெங்காயம் 1 கிலோ ₹22


மாம்பழம் 1 கிலோ ₹39


மாதுளை 1 கிலோ ₹82


வாழைப்பழம் 1 கிலோ ₹45


பப்பாளி 1 கிலோ ₹36


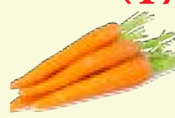
உருளைக்கிழங்கு 1 கிலோ ₹21


ப்ரோக்கோலி 250 கி ₹45


அங்காடி 2

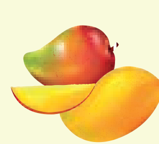
புதியப் பண்ணை பழங்கள் மற்றும் காய்கறிகள்

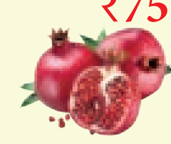
ஆப்பிள் 1 கிலோ ~~₹168~~ ₹148


கேரட் 1 கிலோ ~~₹19~~ ₹17


தக்காளி 1 கிலோ ~~₹45~~ ₹38


வெங்காயம் 1 கிலோ ~~₹22~~ ₹21


மாம்பழம் 1 கிலோ ~~₹39~~ ₹35


மாதுளை 1 கிலோ ~~₹82~~ ₹75


வாழைப்பழம் 1 கிலோ ~~₹45~~ ₹43


பப்பாளி 1 கிலோ ~~₹36~~ ₹30


உருளைக்கிழங்கு 1 கிலோ ~~₹21~~ ₹18


ப்ரோக்கோலி 250 கி ~~₹45~~ ₹37


4. படத்தில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் மளிகைப் பொருள்களை கையில் வைத்திருக்கும் ₹1000 இக்குள் வாங்க விரும்புகிறீர்கள். மேலும் உங்களிடம் 7 கிலோ எடையை சுமக்கும் கை பை உள்ளது எனில், 1 கி.கி பொருளுக்கான அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களை அட்டவணைப்படுத்தி 7 கிலோவிற்கு மிகாமல் நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் பணத்திற்கு அதிகபட்சமாக செலவிடும் தொகை எவ்வளவு எனக்கணக்கிடுக.

கடையில் வாங்க வேண்டிய பொருட்களின் தேவைப்பட்டியல்

1. 2 கி.கி சிவப்பு மிளகாய்
2. 2 கி.கி கொத்தமல்லி
3. 1 கி.கி பூண்டு
4. 1 கி.கி புளி
5. 2 கி.கி துவரம் பருப்பு

சிவப்பு மிளகாய்	கொத்தமல்லி	பூண்டு	புளி	துவரம் பருப்பு
₹145/1 கி.கி.	₹130/1 கி.கி.	₹82/1 கி.கி.	₹99/1 கி.கி.	₹78/1 கி.கி.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

5. இணையம் அல்லது தொலைக்காட்சி விளம்பரங்கள் மூலம் வணிகர்கள் பொருள்களை வாங்க வைக்கக் கையாளும் யுக்திகள்

(அ) சிறப்பு இசையைப் பயன்படுத்துதல்

(ஆ) கவர்ச்சிகரமான படங்களைப் பயன்படுத்துதல்

(இ) இப்பொருள் நமக்குத் தேவை என்ற எண்ணத்தைத் தூண்டுவது

(ஈ) மேற்கூறிய அனைத்தும்

6. நான் பொருள்கள் வாங்க அங்காடிக்குச் சென்றால்,

(அ) கவர்ச்சிகரமானதாகத் தோன்றும் பொருள்களை வாங்குவேன்

(ஆ) எனது நண்பரிடம் இருக்கும் பொருள்களைப் போல வாங்குவேன்

(இ) நான் வாங்க வேண்டிய பொருள்களை வாங்குவேன்

(ஈ) நான் கடையில் முதலில் பார்க்கும் பொருள்களை வாங்குவேன்

7. சிறந்த முறையில் பொருள்களை வாங்குதல் என்பது

(அ) எப்போதும் சிறந்த பெயர் பெற்ற அங்காடிகளில் பொருள்களை வாங்குதல்

(ஆ) வாங்குவதற்கு முன் சில அங்காடிகளில் பொருள்களை ஒப்பிடுதல்

(இ) எனது நண்பர்கள் வாங்கிய பொருள்களைப் போல வாங்குதல்

(ஈ) எப்போதும் வாங்கும் ஒரு வழக்கமான கடையில் பொருள்களை வாங்குதல்

விடைகள்

1 எண்கள்

பயிற்சி 1.1

1. (i) -4 மற்றும் -3 (ii) -3.75 (iii) 0 (iv) $\frac{30}{-48}$ (v) $\frac{-29}{39}$

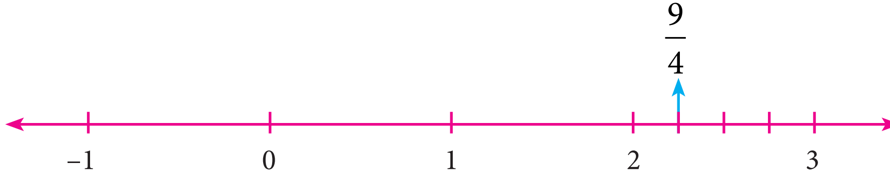
2.(i) தவறு (ii) சரி (iii) தவறு (iv) சரி (v) சரி

3. (i) $-\frac{11}{3}$ (ii) $\frac{-2}{5}$ (iii) $\frac{7}{4}$

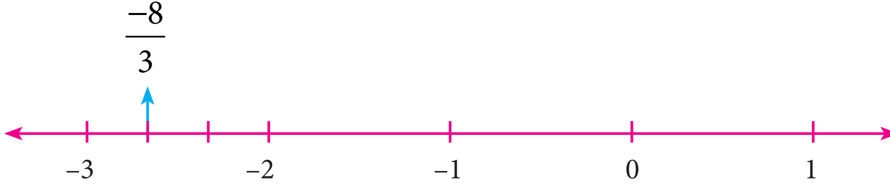
4. $Y=\frac{-5}{3}, N=\frac{-4}{3}, A=\frac{9}{4}, T=\frac{10}{4}, I=\frac{11}{4}$

5.

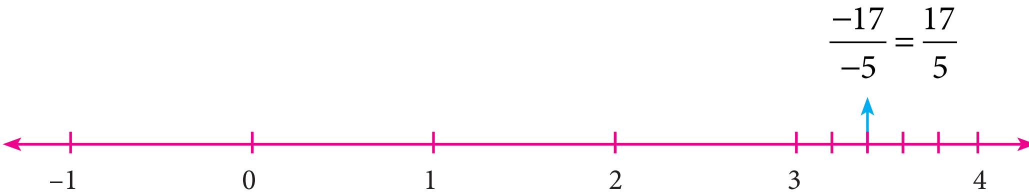
(i)



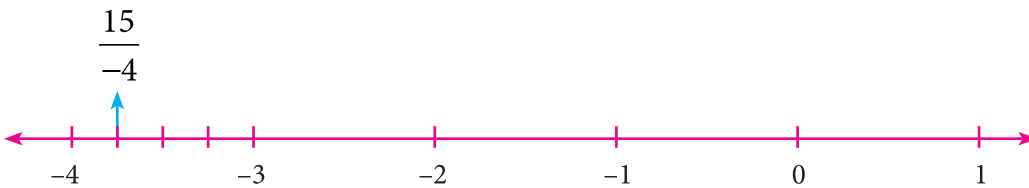
(ii)



(iii)



(iv)



6. (i) 0.0909... (ii) 3.25 (iii) -2.5714285714 (iv) 1.4 (v) -3.5

7. (i) $-2,\ 0 \rightarrow \frac{-19}{10}, \frac{-18}{10}, \frac{-7}{10}, \frac{-6}{10}, \frac{-5}{10}$ (ii) $\frac{-1}{2}, \frac{3}{5} \rightarrow \frac{-3}{10}, \frac{-1}{10}, 0, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{5}{10}$

(iii) $0.25,\ 0.35 \rightarrow \frac{26}{100}, \frac{27}{100}, \frac{30}{100}, \frac{32}{100}, \frac{33}{100}$ (iv) $-1.2,\ -2.3 \rightarrow \frac{-21}{10}, \frac{-20}{10}, \frac{-15}{10}, \frac{-14}{10}, \frac{-13}{10}$

8. $\frac{61}{15}$ and $\frac{103}{30}$, பல விடைகள் சாத்தியமாகும் 9. (i) $\frac{-11}{5} > \frac{-21}{8}$ (ii) $\frac{3}{-4} < \frac{-1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$

10. (i) ஏறுவரிசை: $\frac{-11}{8}, \frac{-15}{24}, \frac{-5}{12}, \frac{12}{36}, \frac{-7}{-9}$ இறங்குவரிசை: $\frac{-7}{-9}, \frac{12}{36}, \frac{-5}{12}, \frac{-15}{24}, \frac{-11}{8}$

(ii) ஏறுவரிசை: $\frac{-17}{10}, \frac{-7}{5}, \frac{-19}{20}, \frac{-2}{4}, 0$ இறங்குவரிசை: $0, \frac{-2}{4}, \frac{-19}{20}, \frac{-7}{5}, \frac{-17}{10}$

11. (ஆ) $\frac{-142}{99}$ 12. (ஆ) $\frac{16}{-30}, \frac{-8}{15}$ 13. (இ) −1 மற்றும் −2 11. (அ) $\frac{-17}{24}$ 15. (இ) 6

பயிற்சி 1.2

1. (i) $\frac{1}{20}$ (ii) 1 (iii) 1 (iv) 0 (v) −1
2. (i) சரி (ii) தவறு (iii) தவறு (iv) சரி (v) தவறு
3. (i) 2 (ii) $\frac{74}{35}$ (iii) $\frac{4}{15}$ (iv) $2\frac{3}{4}$ 4. $\frac{-15}{11}$ 5. (i) $\frac{-1}{4}$ (ii) $\frac{8}{45}$
6. (i) − 6 (ii) $\frac{1}{13}$ (iii) 5 7. (i) −7 (ii) $\frac{7}{11}$
8. $\frac{23}{2}\left(=11\frac{1}{2}\right)$ ஆகவே 11 மற்றும் 12 இக்கு இடையில் அமைகிறது. 9. (i) $\frac{133}{60}$ (ii) $\frac{-5}{2}$ 10. 120
11. (அ) 1 12. (இ) $\frac{5}{8}$ 13. (ஆ) $\frac{2}{3}$ 14. (ஈ) $\frac{15}{16}$ 15. (ஈ) இவை அனைத்தும்

பயிற்சி 1.3

வினாக்கள்1 முதல் 6 வரை நீங்களே சரிப்பார்க்கவும்.

7. (இ) 0 8. (ஈ) சேர்ப்பு 9. (அ) $\frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$ 10. (ஆ) கழித்தல்

பயிற்சி 1.4

1. (i) 9 (ii) 48 (iii) 5 (iv) 3 (v) 13, 14
2. (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு (iv) தவறு (v) சரி
3. (i) 289 (ii) 41209 (iii) 1205604 4. (i) இல்லை (ii) இல்லை (iii) ஆம் (iv) ஆம்
5. (i) 12 (ii) 16 (iii) 28 (iv) 34 (v) 69 (vi) 95
6. (i) 42 (ii) 83 (iii) 105 (iv) 134 (v) 647 7. (i) 21 (ii) 28 (iii) 32
8. (i) 1.7 (ii) 8.2 (iii) 1.42 (iv) $\frac{12}{15}$ (v) $2\frac{5}{7}$ 9. 105, 81 10. 2, 60
11. (அ) 9 12. (ஈ) 7^2 13. (இ) 7 14. (ஈ) $\sqrt{32}$ 15. (ஆ) 5

பயிற்சி 1.5

1. (i) 7 (ii) 6 (iii) 42 (iv) 30 (v) 0.017
2. (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு (iv) சரி (v) சரி 4. 5 5. 5 6. 120
7. 9,19 8. $\sqrt{36} = 6$ 9. $\sqrt{3} = 1.732$ 10. 4,16

பயிற்சி 1.6

1. (i) 1 (ii) 1 (iii) 20^{-3} (iv) $\frac{-1}{128}$ (v) −243
2. (i) சரி (ii) தவறு (iii) தவறு (iv) சரி (v) தவறு
3. (i) $\frac{1}{8}$ (ii) 32 (iii) $\frac{-216}{125}$ (iv) 16 (v) 6

4. (i) $\frac{64}{15625}$ (ii) $\frac{4}{5}$ (iii) 1024 5. (i) $\frac{21}{2}$ (ii) 5 (iii) 1

6. (i) 1 (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) 72 7. (i) $x = 5$ (ii) $x = 6$

8. (i) $6 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3}$
(ii) $8 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$

9. (i) 87652.0407 (ii) 5050.505 (iii) 0.000000000025

10. (i) 4.678×10^{11} (ii) 1.972×10^{-6} (iii) 1.642398×10^3
(iv) 1.083×10^{12} க. கி.மீ (v) 1.6×10^{-24}

11. (ஆ) $\frac{-2}{5}$ 12. (அ) $\frac{-1}{32}$ 13. (ஈ) $-\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 16^{-1}$ 14. (இ) 6 15. (ஈ) 2.02×10^{-10}

பயிற்சி 1.7

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 4 கி.கி 300 கி 2. $10\frac{2}{5}$ லிட்டர் 3. இருவரும் கூறுவது சரி 4. 6 மீ 5. 552 செ.மீ^{2}

6. 9 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ 7. 15 டெசி மீட்டர் 8. 625 9. 8

10. (i) 4.8×10^3 (ii) 1.152×10^5 (iii) 4.2048×10^7 (iv) 4.2048×10^9

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

11. 900 கி.மீ 13. 320 கி 14. $\frac{9}{20}$ 15. $x = 3$ 16. $\frac{12}{11}$ 17. இல்லை, 64

18. 58.85 19. 7.979×10^5 20. $8^{100}, 2^{600}, 3^{500}, 4^{400}, 16^{25}$

2 அளவியல்

பயிற்சி 2.1

1. (i) π (ii) நாண் (iii) விட்டம் (iv) 12 செ.மீ (v) வட்ட வில்

2. (i) இ (ii) ஈ (iii) உ (iv) ஆ (v) அ

3.

வட்டக்கோணப்பகுதி	$\theta°$	$\theta°$	$\theta°$	$\theta°$
வட்டக்கோண பகுதியின் மையக் கோணம் ($\theta°$)	180°	72°	45°	36°

4.

	வட்டவில்லின் நீளம் (தோராயமாக)	வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு (தோராயமாக)	வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு (தோராயமாக)
i	12.56 செ.மீ	100.48 செ.மீ^{2}	44.56 செ.மீ
ii	13.19 செ.மீ	41.54 செ.மீ^{2}	25.79 செ.மீ

5. (i) 240 மீ^{2} (ii) 337.5 செ.மீ^{2} 6. (i) $\theta = 120°$ (ii) $\theta = 72°$ 7. 30πமீ

8. 980π செ.மீ^{2} 9. 706.5 செ.மீ^{2} (தோராயமாக) 10. 1232 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

பயிற்சி 2.2

1. (i) 38 செ.மீ, 50.75 செ.மீ^{2} (தோராயமாக) (ii) 30 செ.மீ, 40.25 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

2. (i) 21.5 செ.மீ^{2} (தோராயமாக) (ii) 27.93 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

3. 48 செ.மீ^{2} 4. 41.13 செ.மீ^{2} (தோராயமாக) 5. 5600 செ.மீ^{2} 6. 3500 செ.மீ^{2} 7. 244 மீ^{2}

பயிற்சி 2.3

1. (i) நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் (ii) உச்சி (iii) ஆறு (iv) வட்டம் (v) கனச்சதுரம்
2. (i) (ஆ) (ii) (அ) (iii) (ஈ) (iv) (இ)
3. (i) கனச்சதுரம் (ii) கனச்செவ்வகம் (iii) முக்கோணப்பட்டகம் (iv) சதுரப்பிரமீடு (v) உருளை
4. (i) F, T, S (ii) T, S, F (iii) S, F, T 5. (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) ஆம் (iv) இல்லை (v) ஆம்

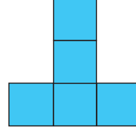
பயிற்சி 2.4

பல்வகை திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

1. 9.42 அடி 2. 314 மீ 3. 128 செ.மீ^{2}

4. (i) மேற்பக்கத் தோற்றம் முகப்புத் தோற்றம் பக்கவாட்டுத் தோற்றம்

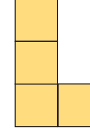






(ii) மேற்பக்கத் தோற்றம் முகப்புத் தோற்றம் பக்கவாட்டுத் தோற்றம்







மேற்சிந்தனை கணக்குகள்

5. நாதனின் இரட்டை கதவு 6. 63.48 மீ^{2} (தோராயமாக)
7. 1.46 செ.மீ^{2} (தோராயமாக) 8. (i) F = 10 (ii) V = 4 (iii) E = 28

3 இயற்கணிதம்

பயிற்சி 3.1

1.

x	$2x^2$	$-2xy$	x^4y^3	$2xyz$	$-5xz^2$
x^4	$2x^6$	$-2x^5y$	x^8y^3	$2x^5yz$	$-5x^5z^2$
$4xy$	$8x^3y$	$-8x^2y^2$	$4x^5y^4$	$8x^2y^2z$	$-20x^2yz^2$
$-x^2y$	$-2x^4y$	$2x^3y^2$	$-x^6y^3$	$-2x^3y^2z$	$5x^3yz^2$
$2y^2z$	$4x^2y^2z$	$-4xy^3z$	$2x^4y^5z$	$4xy^3z^2$	$-10xy^2z^3$
$-3xyz$	$-6x^3yz$	$6x^2y^2z$	$-3x^5y^4z$	$-6x^2y^2z^2$	$15x^2yz^3$
$-7z$	$-14x^2z$	$14xyz$	$-7x^4y^3z$	$-14xyz^2$	$35xz^3$

2. (i) $24m^4n^2$ (ii) $-9x^5y^6$ 3. $-24p^6q^6$

4. (i) $10xy-15x$ (ii) $-10p^3+6p^2-14p$ (iii) $3m^4n^4-15m^3n^2+21m^2n^3$

(iv) $x^3+y^3-z^3+x^2y+x^2z+xy^2+zy^2+xz^2-yz^2$ 5. (i) $4x^2-2x-12$

(ii) $2y^4+3y^3-8y^2-12y$ (iii) $5m^4n^2-m^2n^2-5m^2n^3+n^3$ (iv) $6x^2-36x+30$

6. (i) $-2x^2$ ii) $-3mp$ iii) $2y(5x^2y-x+3y^2)$

7. (இ) iv, v, ii, iii, i 8. $xy+2x+30y+60$

9. (ஆ) $28p^7$ 10. (அ) mn^2, 27 11. (இ) $6x^2y$ 12. (அ) 6 mn 13. (ஆ) $(a+b)$

பயிற்சி 3.2

1. (i) $\dfrac{18m^4(n^8)}{2m^{(3)}n^3}=9mn^5$ (ii) $\dfrac{l^4m^5n^{(7)}}{2lm^{(3)}n^6}=\dfrac{l^3m^2n}{2}$ (iii) $\dfrac{42a^4b^5(c^2)}{6(a)^4(b)^2}=(7)b^3c^2$

2. (i) சரி (ii) தவறு 3. (i) $9y^2$ (ii) xy (iii) $-3x^2yz^3$ (iv) $x\,y$

4. (i) $5m$ (ii) $3p^3q^2$ 5. (i) $16y-4z$ (ii) $2mn^2+8m^3n-\dfrac{1}{2}$ (iii) $\dfrac{5}{6}y-3xy^2+1$

(iv) $=9p^2r+18pq-45$

6. (i) $9y^2$ (ii) $9xy$ (iii) $4m^2-3m$ (iv) $16n^2-2n+3$ (v) x^2+1x-6 (vi) $-(3p^2-4p+7)$

7. (ஆ) கூற்று A சரி ஆனால் கூற்று B தவறு 8. (அ) இரண்டு கூற்றுகளும் சரி

பயிற்சி 3.3

1. (i) $9m^2+30m+25$ (ii) $25p^2-10p+1$ (iii) $4n^2+4n-3$ (iv) $(2p+5q)(2p-5q)$

2. (i) $m^3+9m^2+27m+27$ (ii) $8a^3+60a^2+150a+125$ (iii) $27p^3+108p^2q+144pq^2+64q^3$ (iv) 14,0608 (v) 1124864

3. (i) $125-75x+15x^2-x^3$ (ii) $8x^3-48x^2y+96xy^2-64y^3$ (iii) $a^3b^3-3a^2b^2c+3abc^3-c^3$ (iv) 110, 592 (v) $912673x^3y^3$

4. p^3-5p^2+2p+8 5. x^3+3x^2+3x+1 6. x^3-2x^2-5x+6

7. (இ) 2 8. (ஆ) a^2+ab+b^2 9. (அ) p^3+q^3 10. (ஈ) 72 11. (ஈ) $3ab(a+b)$

பயிற்சி 3.4

1. (i) $6y(3x-2z)$ (ii) $3x^2y(3x^3y^2+2xy-6)$ (iii) $(b-2c)(x+y)$ (iv) $(x+y)(a+b)$ (v) $(4x-1)(2x^2-1)$ (vi) $(x-2)[3y(x-2)+2]$ (vii) $2y(9x-2y-zx)$ (viii) $(a-3)(a^2+1)$ (ix) $3y(y+4)(y-4)$ (x) $(b-1)(ab-c^2)$

2. (i) $(x+7)^2$ (ii) $(y-5)^2$ (iii) $(c+2)(c-6)$ (iv) $(m+9)(m-8)$ (v) $(2x-3)(2x-1)$ 3. (i) $(4x+3)^3$ (ii) $(3p+2q)^3$

4. (i) $(y-6)^3$ (ii) $(2m-5n)^3$ 5. (ஈ) $3x$, $(3x+2y)$ 6. (இ) $(2+m)(2-m)$

7. (ஈ) x^2-x-20 8. (ஆ) 3 9. (இ) $(1-m)(1+m+m^2)$ 10. (ஆ) $(x+y)$

பயிற்சி 3.5

பல்வகை திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

1. $7x^2y^5+4x^4y^3+60x^2y^2$ 2. $12x^3-8x^2+27x-18$ 3. $S.I=\frac{7}{5}a^3b^4$

4. $\frac{1}{2}a+2b+4$ 5. $(y-3)(7y+2)$

மேற்சிந்தனை கணக்குகள்

6. $4x+3$ 7. $x+2$ 8. $(y+7)(y+8)$ 9. $(4p^2+1)(2p+1)(2p-1)$ 10. $3(x-5y)^3$

பயிற்சி 3.6

1. (i) $x=7$ (ii) $y=11$ (iii) $m=7$ (iv) $p=15$ (v) ஒன்று

2. (i) சரி (ii) தவறு 3. (இ) (iii),(i), (iv), (v), (ii)

4. (i) $x=11$ (ii) $y=\frac{1}{-4}$ (iii) $x=-1$ 5. (i) $x=-4$ (ii) $p=-1$ (iii) $x=-11$

6. (i) $x=-2$ (ii) $m=-4$

பயிற்சி 3.7

1. (i). $x=-\frac{b}{a}$ (ii) நேர்மறை (iii) $x=30$ (iv) 40ϒ (v) b=9

2. (i) சரி (ii) தவறு (iii) தவறு 3. 3, 21 4. 27

5. $l=8$ செ.மீ, $b=24$ செ.மீ 6. (80,10) பணத்தாள்கள் 7. முரளியின் வயது 15, தேன்மொழியின் வயது 20 8. 63 9. $\frac{13}{21}$

10. 37.4 கி.மீ 11. (ஆ) 20 12. (அ) 62 13. (இ) 10000 14. (இ) 4 15. (ஈ) $(x-1)$

பயிற்சி 3.8

1. (i) ஆதிப்புள்ளி (0,0) (ii) குறை எண்கள் (iii) y-அச்சு (iv) பூச்சியம் (v) X–ஆயத்தொலைவு
2. (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு

பயிற்சி 3.9

1. (i) ஆதிப்புள்ளி (ii) (4,-4) (iii) x-அச்சில் 1செ.மீ=3 அலகுகள், y-அச்சில் 1செ.மீ=25 அலகுகள்
2. (i) சரி (ii) தவறு

பயிற்சி 3.10

பல்வகை திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

1. x = 20 2. 60°,40°,80° 3. y=11 units p=133 units 4. 16°,64°

மேற்சிந்தனை கணக்குகள்

6. 7,8,9 7. 54 8. 12 pencils

4. வாழ்வியல் கணிதம்

பயிற்சி 4.1

1. (i) $x = 500$ (ii) $3\frac{1}{3}\%$ (iii) $x = 50$ (iv) 70% (v) 52.52%
2. (i) 50% (ii) 75% (iii) 100% (iv) 96% (v) $66\frac{2}{3}\%$
3. $x = 150$ 4. 30 5. $33\frac{1}{3}\%$ 6. 110 7. $x = 200$ 8. $x = 100$ 9. மாற்றமில்லை 10. 87%
11. (இ) 20% 12. (ஆ) 49% 13. (அ) 375 14. (ஈ) 200 15. (ஈ) 36

பயிற்சி 4.2

1. (i) அடக்க விலை (ii) ₹7000 (iii) ₹600 (iv) 8% (v) ₹945
2. ₹902 3. ₹670 4. 50% 5. $11\frac{1}{9}\%$ 6. ₹1152 7. (i) $x = ₹207$ (ii) $y = ₹12600$ (iii) $z = 18\%$
8. ₹2836 9. 8% தள்ளுபடி சிறந்ததாகும் 10. ₹5400
11. (இ) 25% 12. (ஆ) 550 13. (ஆ) 168 14. (ஈ) ₹250 15. (அ) 40%

பயிற்சி 4.3

1. (i) ₹1272 (ii) ₹820 (iii) ₹20,000 (iv) $A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$ (v) ₹32
2. (i) சரி (ii) தவறு (iii) சரி (iv) தவறு (v) சரி
3. ₹162 4. ₹936.80 5. ₹1875 6. $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள் 7. ₹10,875 8. ₹0.50
9. 5% 10. ₹ 16000 11. (இ) 6 12. (ஆ) 1 ஆண்டு 13. (ஆ) ₹ 12500
14. (அ) ₹2000 15. (ஈ) ₹2500

பயிற்சி 4.4

1. (i) 2 (ii) 5 (iii) 8 (iv) 25 (v) ₹1,20,000 2. 162 ஆண்கள்
3. 7000 சிமிட்டி பைகள் 4. $7\frac{1}{2}$ நாள்கள் 5. மேலும் 4 சரக்கு வண்டிகள் 6. 4 மணிகள்
7. A- 30 நாள்கள், B -20 நாள்கள், C-60 நாள்கள் 8. 180 நிமிடங்கள் 9. 16 நாள்கள் 10. 6 நாள்கள்

பயிற்சி 4.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 400 2. 300 3. ₹38163 4. 20% 5. $2\frac{2}{9}\%$ நட்டம் 6. 48 ஆண்கள்
7. 6 நாள்கள் 8. 8 நாள்கள்

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

9. $\frac{8}{25}$ 10. ₹15000 11. 20 % 12. 30 % 13. மேலும் 20 ஆண்கள் 14. 3 நாள்கள் 15. ₹ 6000

5. வடிவியல்

பயிற்சி 5.1

1. (i) விகித சமத்தில் (ii) வடிவம் (iii) சமமான (iv) சர்வசமம் (v) வடிவொத்த
6. ஆம், RHS சர்வசமம் 8. $HE = 18, TE = 16$ 9. $\angle T = \angle N = 75°, \angle E = \angle B = 35°, \angle A = \angle U = 70°$
11. (ஈ) பொருத்தமான கோணங்களை 12. (அ) $\angle Q = \angle Y$ 13. (ஈ) 93 மீ
14. (அ) 50° 15. (இ) AC = CD

பயிற்சி 5.2

1. (i) Q (ii) $n^2 - m^2$ (iii) ஒரு செங்கோண முக்கோணம் (iv) நடுக்கோட்டு மையம் (v) 2:1
2. (i) சரி (ii) சரி (iii) சரி (iv) சரி (v) தவறு
3. (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) ஆம் (iv) ஆம் (v) ஆம்
4 (i) $x = 41$ (ii) $y = 16$ (iii) $z = 15$ 5. 5 செ.மீ 6. 170 மீ
7. 10 செ.மீ 8. W 9. P 10. 9 செ.மீ
11. (இ) 45° 12. (ஆ) 20 செ.மீ 13. (இ) 420 செ.மீ^{2} 14.(ஈ) 20, 48, 52

பயிற்சி 5.3

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

3. 48 அடி 4. 25 அடி 5. இல்லை, தொலைக்காட்சி பெட்டகத்தின் அகலம் தொலைக்காட்சி பெட்டியின் அகலத்தை விடக் குறைவாக உள்ளது

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

8. 40 செ.மீ 9. 28 அடி 10. (i) 24 (ii) 6 (iii) 16 (iv) 24

பயிற்சி 5.4

1. (i) செங்கோட்டு மையம் (ii) நடுக்கோட்டு மையம்
(iii) உள்வட்ட மையம் (iv) சுற்றுவட்ட மையம் (v) 2:1
2. (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு
3. (அ) (i) உள்ளே (ii) வெளியே (iii) கர்ணத்தின் மீது
(ஆ) (i) உள்ளே (ii) வெளியே (iii) 90° ஐ கொண்ட உச்சிகளின் மீது
4. (i) BE (ii) AD (iii) CF
5. AB=5 செ.மீ 6. $\angle XYM = \angle ZYM = 50°$ 7. 7 செ.மீ 8. 10 செ.மீ

பயிற்சி 5.5

1. W 2. P 3. 9cm 4. 12 feet 5. 40°
6. (i) 22 (ii) 6 (iii) 16 (iv) 24

6. புள்ளியியல்

பயிற்சி 6.1

1. (i) இரண்டாம் நிலை (ii)35 (iii)197 (iv) 8 (v) வட்டவடிவியலான
2. (i) தவறு (ii) சரி (iii) தவறு (iv) சரி (v) சரி
6. (i) 20% (ii) 75 (iii) 1/4 (iv) 400 (v) 275 (vi) 500
11. (i) ₹8000 (ii) ₹40000 (iii) ₹12000

பயிற்சி 6.2

1. (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) இல்லை (iv) ஆம் (v) ஆம்
2. (i) நிகழ்வெண் (ii) விகிதச் சமத்தில் (iii) நிகழ்வுச் செவ்வகம் (iv) தொகுக்கப்பட்ட
3. (i) 330 (ii) 150 (iii) இல்லை

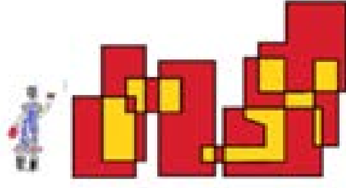
9. (ஈ) இவை மூன்றும் 10. (இ) நிகழ்வெண் 11. (அ) வீச்சு
12. (ஆ) தொகுக்கப்பட்ட 13. (ஆ) தொடர்ச்சியற்ற 14. (ஆ) விலக்கிய
15. (இ) வட்ட விளக்கப்படம் 16. (அ) தொடர்
17. (அ) நிகழ்வு பலகோணம் 18. (ஈ) நிகழ்வுச் செவ்வகம்

7 தகவல் செயலாக்கம்

பயிற்சி 7.1

1. 5 2. 9 3. 8 4. 6 5. 4995 6. 10000 7. 15 8. 20

9. (i)



10. (i)



பல சாத்தியமான வழிகள்

(ii)



பல சாத்தியமான வழிகள்

11. (அ) 41 12. (ஆ) 8 13. (ஈ) 64 14. (ஆ) 18

பயிற்சி 7.2

1. (i) 13 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 46 2. (i) 14 (ii) 4 (iii) 140 (iv) 6
3. (i) 4 (ii) 5 4. 14 5. 28
6. (இ) 89 7) (ஆ) F(8) = F(7)+F(6) 8. (அ) 2 9. (இ) 6 ஆவது 10) (ஈ) 987
11. (அ) 2×5 12. (இ) $3\times2\times2$ 13. (ஈ) 1

பயிற்சி 7.3

1. (i) TAMIL (ii) ENGLISH (iii) MATHEMATICS
(iv) SCIENCE (v) SOCIAL SCIENCE

2 (i) c (ii) d (iii) a (iv) e (v) b

3.

சாதாரண உரை	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
மறைகுறியீடு உரை	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	00	01	02	03

4. To understand that mathematics can be experienced everywhere in nature and real life.
5. (i) 28 (ii) CHAIR (iii) GIFT VOUCHER
6. (iii) [ɘ 8 ट Ƨ H Ƨ ⌶ И T] 7. (i) (அ) C R D T (ii) (ஈ) A D G J
8. (ஆ) 5 6 3 4 2 1 9. (iii) (இ) R F U Q N P C (iv) (இ) U D G L R

பயிற்சி 7.4

1. (i) 5 இனிப்புத் துண்டுகள் ₹175 இக்கு (ii) 15 முட்டைகள் ₹64.5 இக்கு
2. ₹ 634 3. ₹ 80 4. ₹ 809 5. (ஈ) மேற்கூறிய அனைத்தும்
6. (இ) நான் வாங்க வேண்டிய பொருள்களை வாங்குவேன்
7. (ஆ) வாங்குவதற்கு முன் சில அங்காடிகளில் பொருள்களை ஒப்பிடுதல்

கணிதக் கலைச் சொற்கள்

அசல்	Principal
அடக்க விலை (அ) வாங்கிய விலை	Cost price
அடுக்கு விதிகள்	Laws of exponent
அடுத்தடுத்த	Consecutive
அடைத்தல்	Packing
அடைவுப் பண்பு	Closure property
அமைப்பு	Pattern
அறிவியல் குறியீடு	Scientific notation
ஆதிப்புள்ளி	Origin
ஆய அச்சுகள்	Co-ordinate axes
இடமாற்று முறை	Transposition
இணைகரம்	Parallelogram
இணைக்கோடுகள்	Parallel lines
இதரச் செலவுகள்	Over head expenses
இயற்கணிதக் கோவை	Algebraic expression
இரண்டாம் நிலைத் தரவு	Secondary data
இரு சமவெட்டி	Bisector
இலாபம்	Profit
ஈருறுப்புக் கோவை	Binomial
உச்சிகள்	Vertices
உத்தேச மதிப்பு	Estimate
உள்வட்டமையம்	Incentre
எதிர் விகிதம்	Inverse proportion
எளியச் சமன்பாடு	Simple equation
ஒத்தப் பக்கங்கள்	Corresponding sides
ஒருங்கமைப் புள்ளி	Point of concurrency
ஒருங்கமைவு	Coinside
ஒருபடிச் சமன்பாடு/ நேரியச் சமன்பாடு	Linear equation
ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள்	Cuncurrent lines
ஒழுங்கற்ற பலகோணம்	Irregular polygon
ஒழுங்குப் பலகோணம்	Regular polygon
ஒருறுப்புக் கோவை	Monomial
கடை உறுப்புகள்	Extremes
கணம்	Set
கன முற்றொருமைகள்	Cubic identities
கன மூலம்	Cube root
கனம்	Cube
கர்ணம்	Hypotenuse
காரணி	Factor
கார்டீசியன் அமைப்பு	Cartesian system
கால்பகுதி	Quadrant
கீழ் எல்லை	Lower limit
குத்துக்கோடு	Altitude
குத்தெதிர்	Vertically opposite
குறிகள்	Tally marks
குறித்த விலை	Marked price
குறியாக்கம்	Encryption
குறியாக்கவியல்	Cryptology
குறியீடு	Code
கூட்டு மாறல்	Compound variation
கூட்டு வட்டி	Compound interest
கோண இருசமவெட்டி	Angle biscetor
சதவீதம்	Percentage
சமனி	Identity
சமான	Equivalent
சர்வசமம்	Congruent
சுற்று வட்டமையம்	Circumcentre
செங்குத்து	Altitudes
செங்கோட்டு மையம்	Orthocentre
சேர்ப்புப் பண்பு	Associative property
தனி வட்டி	Simple interest
தரவு	Data
தருக்கரீதியான	Logical
தள்ளுபடி	Discount
திண்ம வடிவங்கள்	Solid shapes
தேய்மான மதிப்பு	Depreciation value
தொகுக்கப்பட்ட தரவு	Grouped data
தொடர்ச்சியாக	Successive
தோராயமான	Approximate
நடுக்கோடு	Median
நடுக்கோட்டு மையம்	Centroid
நட்டம்	Loss
நாண்	Chord
நிகழ்வு செவ்வகம்	Histogram
நிகழ்வு பலகோணம்	Frequency polygon
நிகழ்வெண் பரவல்	Frequency distribution
நேரிய அமைப்பு	Linear pattern
நேர்மாறு	Inverse
நேர் விகிதம்	Direct proportion
பகாக் காரணிப்படுத்துதல்	Prime factorisation
பக்கவாட்டுத்தோற்றம்	Side view
பங்கீட்டுப் பண்பு	Distributive property
பட்டகம்	Prism
பன்முக வடிவம்	Polyhedron
பரிதி	Circumference
பரிமாற்றுப் பண்பு	Commutative property
பல்லுறுப்புக் கோவை	Polynomial
பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதி எண்கள்	Pythagorean triplets
பிரிவு இடைவெளி	Class interval
பொதுக்காரணி	Common factor
மத்திய சரக்கு மற்றும் சேவை வரி	Cgst
மாநில சரக்கு மற்றும் சேவை வரி	Sgst
மாற்று காலம்	Conversion period
மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்	Supplementary angles
முகங்கள்	Faces
முகப்புத்தோற்றம்	Front view
முடிவுறு / முற்றுபெற்ற	Terminating
முதலீடு	Deposit
முதல்நிலைத் தரவு	Primary data
முப்பரிமாண வடிவங்கள்	Three dimensional shapes
முழு கன எண்கள்	Perfect cube numbers
முழு வர்க்கம்	Perfect square
மூலைவிட்டம்	Diagonal
மூவுறுப்புக் கோவை	Trinomial
மெய்யெண் கோடு	Real number line
மேற்பக்கத் தோற்றம்	Top view
மேல் எல்லை	Upper limit
மையக்குத்துக்கோடு	Perpendicular bisector
மையக்கோணம்	Central angle
மையப்புள்ளி/ நடுப்புள்ளி	Midpoint
வட்டக் கோணப் பகுதி	Circular sector
வட்டத்துண்டு	Circular segment
வட்ட வில்	Circular arc
வட்ட விளக்கப்படம்	Pie chart
வட்டி	Interest
வரிசை சோடிகள்	Ordered pairs
வரைபடத் தாள்	Graph sheet
வர்க்கம்	Square
வர்க்கம் மூலம்	Square root
வளர்ச்சி வீதம்	Rate of growth
விகித முறு	Rational
வித்தியாசம்	Difference
விற்ற விலை	Selling price
விளிம்புகள்	Edges
வீச்சு	Range

8 ஆம் வகுப்பு கணக்கு
பாடநூல் உருவாக்கக் குழு

மேலாய்வாளர்கள்

- முனைவர். இரா. இராமானுஜம்
  பேராசிரியர், கணித அறிவியல் நிறுவனம்,
  தரமணி,சென்னை.

- இரா. ஆத்மராமன்
  கல்வி ஆலோசகர்,
  இந்திய கணித ஆசிரியர்கள் சங்கம்,
  சென்னை.

பாடநூல் உருவாக்கக் குழு

- க. கமலநாதன்,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அரசினர் மேல்நிலைப் பள்ளி,
  ஆர்ப்பாக்கம், காஞ்சிபுரம்.

- கி. குணசேகர்,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  ஊராட்சி ஒன்றிய நடுநிலைப்பள்ளி,
  வளவனூர் மேற்கு, விழுப்புரம்.

- கு. பழனி,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அரசு உயர்நிலைப்பள்ளி,
  ஜெகதாப், கிருஷ்ணகிரி.

- பா. மலர்விழி,
  பட்டதாரி ஆசிரியை,
  சென்னை உயர்நிலைப்பள்ளி,
  ஸ்ட்ரஹான்ஸ் சாலை, பட்டாளம்,
  சென்னை.

இணையச் செயல்பாடு

- ச. வாசுராஜ்,
  முதுகலை பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  கே.ஆர்.எம். பொதுப்பள்ளி, செம்பியம்,
  சென்னை.

தட்டச்சர்

- க. புனிதா
  திருவல்லிக்கேனி, சென்னை

கல்வி ஆலோசகர்

- முனைவர். பொன். குமார்
  இணை இயக்குநர் (பாடத்திட்டம்)
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும்
  பயிற்சி நிறுவனம் சென்னை.

கல்வி ஒருங்கிணைப்பாளர்

- வே. இளையராணி மோகன்
  உதவி பேராசிரியர்
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும்
  பயிற்சி நிறுவனம், சென்னை

கலை மற்றும் வடிவமைப்புக் குழு

பக்க வடிவமைப்பாளர்கள்

- ப. யோகேஷ், சி. பிரசாந்த்
- ர. மதன் ராஜ், வே. ஸ்ரீதர்

In-House QC

- ப. அருண் காமராஜ்

அட்டை வடிவமைப்பு

- கதிர் ஆறுமுகம்

ஒருங்கிணைப்பாளர்

- ரமேஷ் முனுசாமி

விரைவுக்குறியீடு மேலாண்மைக் குழு

- இரா. ஜெகநாதன்,
  இடைநிலை ஆசிரியர்,
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி, போளூர், திருவண்ணாமலை.

- சூ.ஆல்பர்ட் வளவன் பாபு,
  பட்டதாரி ஆசிரியர், அ.உ.நி.பள்ளி,
  பெருமாள் கோவில், இராமநாதபுரம்

- ம.முருகேசன்,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி,. முத்துப்பேட்டை, திருவாரூர்.

இந்நூல் 80 ஜி.எஸ்.எம் எலிகண்ட் மேப்லித்தோதாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.
ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்: